Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C : enseignement de méthode et travail en petits groupes.

Isabelle Tenaud

UNIVERSITE PARIS VII

UFR de Didactique des Disciplines

DIPLOME DE DOCTORAT

SPECIALITE : DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

THESE PRESENTEE PAR : Isabelle TENAUD

Sujet de la thèse : Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C : enseignement de méthode et travail en petits groupes

Soutenue le : 11 avril 1991 devant la commission d'examen

JURY :

M. B. DUMONT	Président du Jury
Mme A. ROBERT	Directrice de recherche
M. M. ROGALSKI	Rapporteur
M. D. LACOMBE	Rapporteur
Mme M. ARTIGUE	Rapporteur
M. A. REVUZ	Examinateur
M. F. COLMEZ	Examinateur

UNIVERSITE PARIS VII

UFR de Didactique des Disciplines

DIPLOME DE DOCTORAT

(Arrêté du 23 novembre 1988)

SPECIALITE : DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

THESE PRESENTEE PAR : Isabelle TENAUD

Sujet de la thèse : Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C : enseignement de méthode et travail en petits groupes

Soutenue le : 11 avril 1991 devant la commission d'examen

JURY :

M. B. DUMONT	Président du Jury
Mme A. ROBERT	Directrice de recherche
M. M. ROGALSKI	Rapporteur
M. D. LACOMBE	Rapporteur
Mme M. ARTIGUE	Rapporteur
M. A. REVUZ	Examinateur
M. F. COLMEZ	Examinateur

REMERCIEMENTS

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à Aline Robert. Ses suggestions stimulantes, ses critiques pertinentes et ses encouragements m'ont soutenue et guidée tout au long de cette recherche qu'elle a dirigée.

Je voudrais aussi remercier vivement A. Revuz qui m'a proposé de travailler à l'IREM il y a de nombreuses années et qui a contribué à mon engagement dans ce type de travail.

Je remercie Mme M. Artigue et Mrs. M. Rogalski, B. Dumont, D. Lacombe, et F. Colmez pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu apporter à mon travail et pour avoir accepté de participer à ce jury.

Le travail présenté ici n'aurait pu avoir lieu sans la participation de nombreuses personnes travaillant à l'IREM, et tout particulièrement les membres de l'équipe DIDIREM, R. Douady, J. Robinet, M-J. Perrin...

Je tiens aussi à exprimer toute ma reconnaissance à M. Lamy, K. Hamaoui au secrétariat et à O. Dieraert et N. Locufier du service de reprographie pour leur compétence et leur gentillesse.

Le soutien et l'aide de ma famille et de mes amis notamment M. Constantin, M. et G. Corlay, F. et C. Marmèche, F. et P. Narcy, m'ont permis de surmonter plus facilement les difficultés que j'ai rencontrées.

Et enfin je remercie les élèves qui ont accepté d'être enregistrés : M., N. et V., P., Pi. et D., C., Ce., S., Sy. et J., JY., P. et T.. Sans eux ce travail n'aurait pas pu exister...

INTRODUCTION

Dans les classes, on observe fréquemment que, devant un exercice de géométrie, beaucoup d'élèves attendent la venue d'une idée, espérent voir soudain la bonne astuce qui leur donnera la solution et restent inactifs faute de savoir ce qu'ils peuvent faire.

Nous avons ressenti le besoin de transformer notre enseignement pour que les élèves prennent des initiatives pour commencer la recherche d'un exercice, obtiennent des résultats et ne pensent plus qu'en géométrie "on trouve ou on ne trouve pas".

Petit à petit, nous avons ainsi été amenée à mettre sur pied un enseignement de géométrie qui, nous semblait-il, aidait les élèves à mieux maîtriser cette partie du programme. Restait à savoir si cela était de l'ordre des impressions, ou s'il y avait là des régularités susceptibles d'être explicitées, vérifiées, transmises et reproduites. Nous allons ici tenter de répondre à ces questions, notre recherche consistant à préciser cet enseignement et à en vérifier partiellement les effets.

Le problème que nous avons posé est un problème d'enseignement sur l'ensemble de l'année de terminale C, ce qui nous amène à un problème d'ingéniérie globale et à une étude macro-didactique. Le problème didactique peut s'énoncer de la façon suivante : comment exploiter les spécificités de la situation pour concevoir de façon explicite un enseignement qui permette d'essayer de résoudre le problème posé, et qui permette de plus une évaluation ultérieure ?

Cette recherche s'est donc déroulée sur plusieurs années scolaires, la première expérimentation ayant eu lieu en 1985-1986. L'enseignement en classe et la recherche didactique ont été simultanés, l'aller et retour entre ces deux activités n'a été possible qu'avec la collaboration d'Aline Robert. En effet, un contrôle par une autre personne était indispensable pour pouvoir prendre du recul par rapport à l'expérience et pour être sûre que c'était bien l'expérience visée qui était réalisée.

L'hypothèse générale dans laquelle s'inscrit ce travail est la suivante :

En terminale C, en géométrie, une dialectique entre un enseignement de méthodes explicite, et explicité en tant que tel, et un travail régulier en petits groupes sur des exercices adéquats, avec un contrat spécifique favorise l'acquisition d'une démarche méthodique chez un grand nombre d'élèves pour résoudre les problèmes de géométrie, et s'accompagne d'une modification de leurs représentations.

Précisons qu'il est sous-entendu que l'enseignant a des représentations en cohérence avec ces différents points.

Avant de présenter l'étude elle-même, nous allons faire quelques mises au point sur ce que nous entendons par enseignement de "méthodes" et situer ce travail par rapport aux travaux qui sont proches de notre sujet.

<u>Remarques sur l'enseignement de méthodes</u>

Nous avons employé déjà le mot "méthode" à deux reprises et dans deux sens différents. Il convient de préciser dès maintenant que cela sera fréquent et que ce mot recouvrira plusieurs significations, principalement pour qualifier une démarche de recherche d'un problème et pour désigner les différents procédés de résolution utilisables par les élèves. En réalité, ces deux sens du mot "méthode" ont entre eux des liens étroits. Quand on dispose d'un seul procédé, d'une seule méthode de résolution, on ne peut pas qualifier sa mise en oeuvre de démarche méthodique. Inversement quand plusieurs procédés, plusieurs méthodes, sont a priori adaptés, il est nécessaire de faire un choix ; ce choix peut alors être fait après une démarche que nous appellerons méthodique. Pour nous, une démarche méthodique c'est choisir de façon raisonnée entre plusieurs méthodes.

Ceci dit, un enseignement de méthodes ne résout pas toutes les difficultés des élèves devant un problème de géométrie.

Il faut avoir présent à l'esprit qu'il s'agit d'aider des élèves moyens, pour lesquels un enseignement habituel ne suffit pas toujours, en particulier en ce qui concerne la résolution d'exercices un peu difficiles. Cela sous-entend qu'on veut proposer aux élèves de tels exercices, où on leur laisse de l'initiative, où tout n'est donc pas découpé en questions si petites qu'il n'y a qu'à appliquer un théorème. Bien entendu, cela veut dire qu'on pense que chercher des exercices de cette sorte est efficace pour l'apprentissage, et aussi pour la réussite des élèves, même si une épreuve comme le baccalauréat n'est pas de ce type.

Ce projet s'inscrit donc dans une organisation des apprentissages fondée de façon importante sur les activités des élèves .

Or, si on veut modifier la structure ordinaire, cours suivi d'exercices "d'application", il faut bien donner aux élèves des moyens (peut-être un peu lourds, un peu trop systématiques aux yeux du mathématicien professionnel) pour résoudre des exercices plus difficiles, où des choix sont à faire, où les élèves, s'ils étaient laissés à eux-mêmes, évoqueraient le manque d'intuition pour justifier leurs échecs.

Un enseignement de méthodes est un des moyens auxquels nous avons pensé.

Cependant, il ne s'agirait pas de remplacer un cours ordinaire par un cours de méthodes, ou de transformer l'utilisation de méthodes en recherche systématique de recettes. Les méthodes que nous présentons correspondent à des types de problèmes, et elles nécessitent donc une adaptation à chaque cas, et par ailleurs leur enseignement est diversifié et repose tantôt sur l'enseignant, tantôt sur les élèves. Cela nous donne ainsi des moyens pour éviter le piège des recettes.

Bien entendu, l'élève n'est pas en général un futur mathématicien ; selon les cas il utilisera les mathématiques comme outil de service, ou ne les utilisera plus, ou fera des mathématiques. Cependant, il nous apparaît que, dans tous les cas, il peut être utile d'avoir une idée sur une démarche organisée de recherche, d'autant que cette démarche nous semble devoir faciliter les acquisitions chez un certain nombre d'élèves.

Soulignons que très souvent les professeurs montrent bien des méthodes, mais sans toujours les expliciter et sans valoriser particulièrement leur emploi. Et les bons élèves sont peut-être ceux qui comprennent le mieux ce qui est implicite, qui donc peuvent s'en servir et qui sont capables de refaire eux-mêmes la démarche le cas échéant.

Rien n'empêche, et nous montrerons que c'est bien le cas, ces très bons élèves de n'utiliser les méthodes suggérées que dans les cas où ils ne trouvent pas "instantanément", ou de faire des "raccourcis" comme les professionnels. Pour les autres, une démarche méthodique permet quand même souvent de trouver des résultats.

Il reste des interrogations sur le meilleur moyen d'apprendre ce type de démarche aux élèves, sur le meilleur moment par rapport à l'exposition des connaissances elles-mêmes.

Enfin cet enseignement de méthodes s'adresse aux élèves, mais il est à la charge de l'enseignant, qui choisit en particulier de le rendre explicite et qui est amené à l'intégrer à l'ensemble de son discours, et à en tenir compte dans toutes ses décisions. Un enseignant doit donc faire un choix pour enseigner de cette façon, cela ne s'improvise pas et ses représentations doivent correspondre à ce choix. C'est pour cela que nous l'avons précisé immédiatement après l'énoncé de notre hypothèse.

Par ailleurs le travail que nous présentons ici est une recherche de didactique des mathématiques. Il y a donc comme toujours une distance à prendre entre ses résultats partiels, relatifs à une expérience précise, et leur généralisation.

Il ne faudrait pas y lire abusivement un plaidoyer pour tel ou tel mode d'enseignement en général. Il s'agit d'une analyse précise, très détaillée, d'une expérience donnée ; même si nos conclusions sont en partie positives, même si les interprétations que nous avons faites permettent de concevoir des généralisations, les évaluations sont partielles, limitées au déroulement même de l'expérience et doivent être replacées dans leur contexte, notamment l'enseignement de la géométrie en Terminale C à des élèves moyens.

De plus, nous ne nous sommes pas donné les moyens d'évaluer précisément les apprentissages des élèves, en particulier parce qu'il n'est pas possible d'analyser dans l'apprentissage ce qui est dû à l'expérience et ce qui est dû au reste de l'enseignement.

Repères bibliographiques

Nous avons cherché dans les travaux antérieurs ceux qui pouvaient nous éclairer. De nombreux travaux existent séparément sur le travail en groupe ou sur l'enseignement de méthodes (générales ou spécifiques de la géométrie) ou sur les problèmes ouverts ; mais si on trouve ensemble deux de ces éléments nous n'avons pas rencontré d'étude où c'est la réunion même de tous les termes de notre hypothèse qui se trouve au centre de la recherche.

Nous reprenons ci-dessous très rapidement les travaux concernant les trois thèmes intervenant dans notre travail, c'est-à-dire l'enseignement de méthodes, la géométrie et le travail en groupe.

Il n'est pas dans notre intention de nous livrer à une énumération complète de ces travaux, dans la mesure où ce qui nous importe est de préciser ce dont nous disposions au départ.

A) Sur le travail en petits groupes.

Dans les IREM, dans les bulletins de l'APMEP, se trouvent des brochures ou des articles sur le travail en groupe. Un travail en cours (M.C. Marilier, thèse à paraître) a permis de confirmer que ce sont souvent des expériences qui sont seulement racontées et qui ne sont pas analysées d'un point de vue didactique.

Ou même ce sont seulement des idées, on pense que le travail en petits groupes pourrait améliorer les apprentissages, mais on ne se donne pas les moyens de le démontrer.

On peut aussi citer tout ce qui se rapporte au travail autonome, mais il s'agit là de travaux non spécifiques des mathématiques, trop généraux pour recevoir une application directe aux mathématiques (cf. Moyne (1982)).

Citons encore les livres de Melrieu (1984), où sont développées des études sur le travail en petits groupes, toutes disciplines confondues.

Une place à part peut être réservée aux publications sur les problèmes ouverts de l'IREM de Lyon (1989) ; on y présente en effet des problèmes sans indication, mais portant sur des sujets très divers (de type Olympiades) sur lesquels on laissse les élèves travailler en petits groupes. Il semble que l'objectif visé, au delà de tel ou tel apprentissage précis, soit l'acquisition d'une attitude de recherche de problème ouvert, puisqu'il faut souvent à la fois faire une conjecture et trouver les bons outils de résolution.

Notre objectif est ainsi différent, puisque nous incluons nos scénarios dans une visée très précise d'apprentissage de la géométrie (du programme).

B) Sur l'enseignement de méthodes.

C'est une idée ancienne. Citons par exemple Hadamard (1898), Petersen (1879) et Polya (1965), les deux premiers s'attachant particulièrement à la géométrie, et Polya traitant des mathématiques en général. Leurs points de vue sont liés à l'enseignement, sont centrés sur les contenus mais ils sont indépendants de la façon concrète d'enseigner ce contenu. Ils n'évoquent pas les processus de l'enseignement de ces méthodes et de leur apprentissage.

Nous en retiendrons l'affirmation de l'existence de méthodes et de l'intérêt de chercher à les enseigner.

C) Les travaux de A. Schoenfeld.

Citons enfin les travaux de l'américain Schoenfeld (1985). Jugeant la démarche de Polya trop générale pour être vraiment efficace, il a cherché à la particulariser en la limitant et a fait un enseignement explicite de méthodes.

L'orientation générale des travaux de Schoenfeld est très proche de la nôtre, même si certains intermédiaires théoriques et certains moyens expérimentaux qu'il se donne sont différents.

Cependant nous constatons trois différences entre ces travaux et les nôtres. D'une part ce sont des résolutions de problèmes ("solving problems") du type des sujets d'Olympiades qui sont étudiés ; il ne s'agit pas de l'apprentissage d'un domaine précis du cours de mathématiques. D'autre part les étudiants travaillent en groupe mais on ne trouve pas d'étude précise sur cela dans les travaux de A. Schoenfeld. Enfin, les expériences elles-mêmes ne sont ni menées ni exploitées de la même façon.

Il s'agit en effet pour lui de "comprendre et d'enseigner les compétences pour résoudre les problèmes". Première différence donc : nous cherchons à faire acquérir des connaissances en géométrie, Schoenfeld cherche à former à résoudre des problèmes, quelque soit le domaine mathématique concerné.

Ces problèmes sont du type "Olympiades", ce sont des petits problèmes difficiles et où il y a souvent besoin d'une réflexion préalable pour démarrer.

Cependant, les quatre niveaux de compétence qu'il distingue s'intègrent bien à nos analyses.

* Le premier niveau est celui des "ressources", qui correspondent exactement à nos connaissances mathématiques mobilisables.

* Deuxième niveau : les "heuristiques", là où nous parlons de stratégies pour progresser dans un problème ; c'est à un manque d'utilisation par les étudiants de ce deuxième niveau que Schoenfeld attribue une bonne part de la responsabilité de l'échec des étudiants (même bons) devant des problèmes non standard, et c'est donc un enseignement explicite de ces dernières qu'il engage à faire. Or il reproche à Polya la trop grande généralité des heuristiques proposées dans son livre et préconise de détailler au contraire beaucoup plus les heuristiques à enseigner.

On ne retrouve ainsi pas tout à fait nos méthodes, car ce n'est pas le contenu spécifique qui sert d'organisateur mais la structure du problème, mais on n'en est pas très loin.

Lorsque, dans un travail qui n'est pas central dans le livre, Schoenfeld a enseigné l'intégration, il a même donné des méthodes centrées sur les contenus, très proches, toutes proportions gardées, des nôtres.

* Le troisième niveau est celui du contrôle, décisions générales des étudiants sur leurs divers choix, et le quatrième est celui de nos représentations métacognitives (cf. Robert et Robinet (1989)).

Une deuxième différence importante entre ces travaux, qui découle de la première, est leur focalisation ; les analyses de Schoenfeld sont centrées sur les étudiants (voire les experts), les nôtres portent plus sur le rapport entre l'apprentissage et l'enseignement. Dans nos analyses, l'enseignement est beaucoup plus détaillé que chez Schoenfeld, beaucoup plus long aussi (un stage de formation à la résolution de problèmes dure un mois chez Schoenfeld). En particulier, le rôle du professeur est considéré par nous comme une variable de la situation et il est précisé, dans la mesure où nous pensons que définir "sur le papier" un contenu d'enseignement ne suffit pas à en assurer la transmission attendue.

De ces différences de points de vue découle logiquement la troisième différence importante entre ces travaux, qui porte sur les expériences elles-mêmes et leur exploitation. Il est toutefois intéressant de constater que dans les deux cas ce sont de petits effectifs qui sont étudiés. Plus que les performances finales des étudiants, qui intéressent au premier chef Schoenfeld, nous nous sommes donné les moyens d'étudier l'évolution des procédures de nos élèves, essayant de comprendre de manière fine les conséquences de nos choix d'enseignement sur leurs démarches et leurs acquisitions ultérieures, y compris sur le plan méthodologique. Cela explique notre méthodologie originale, qui vise à analyser les interventions méthodologiques des élèves, à en percevoir les évolutions, cela explique l'importance que nous accordons aux choix explicites de l'enseignant, à son rôle exact.

Nous terminerons en citant l'auteur sur un point de vue tout à fait commun, mais qui n'apparaît pas explicitement dans la recherche qui fait l'objet du présent travail. Dans son dernier chapitre, Schoenfeld en effet critique avec force les représentations des étudiants sur les mathématiques, estimant y voir un obstacle majeur à la résolution correcte des problèmes. Il explique que ces représentations sont directement issues de l'enseignement tel qu'il est généralement pratiqué dans les classes, où il s'agit de trouver très vite, où prouver est surtout confirmer et presque jamais inventer, et où, finalement, il suffit de savoir ce qu'il faut apprendre par coeur pour réussir le jour de l'examen... Un tableau peut-être encore plus noir que celui que nous aurions pu brosser !

Un certain nombre de brochures de différents Irem décrivent des expériences de type "innovation" sur le travail en petits groupes, et/ou l'enseignement de méthodes. Nous en avons dressé une liste sans doute incomplète mais significative en bibliographie.

Enfin dans sa thèse, Mme Callejo (1990) a utilisé le travail en groupe pour préparer aux exercices de type Olympiades. Là encore les objectifs de la recherche et surtout la méthodologie utilisée sont très différents et ne permettent pas de comparaison pertinente.

Conclusion

Dans notre recherche, nous avons mené une expérience où les différents points - méthodes, travail en petits groupes - interviennent simultanément, et nous avons essayé de donner des éléments d'évaluation de cette expérience tenant compte de tous les facteurs. C'est ce qui distingue essentiellement notre approche de tous les travaux précédents : il s'agit d'enseigner la géométrie en terminale C en s'aidant d'un enseignement explicite de méthodes et en utilisant des situations favorisant l'utilisation de ces méthodes ; et il s'agit d'évaluer ce qui se passe pendant un tel enseignement, pour cela nous sommes amenée à étudier ce qui se passe pendant le travail en petits groupes (enregistrements) et à recueillir aussi du matériel écrit.

Ainsi, dans cette thèse, nous allons décrire l'expérience d'un enseignement fondé sur notre hypothèse initiale, et faire l'analyse et l'évaluation de ses effets.

PLAN

Nous présentons successivement la problématique du travail (chapitre I), la description du scénario (chapitre II), la méthode d'analyse utilisée pour l'étude des enregistrements (chapitre III) ; les transcriptions des bandes et leur analyse détaillée sont données dans les documents de référence ; nous exposons les résultats de l'analyse globale des transcriptions (chapitre IV) et l'analyse du matériel écrit qui a été recueilli (chapitre V).

En conclusion, nous dégageons un bilan général de ce travail en montrant dans quelle mesure notre hypothèse a été vérifiée, quelles sont les questions qui subsistent et quelles sont les nouvelles questions qui apparaissent.

CHAPITRE I

PROBLEMATIQUE

I CADRE GENERAL.

Nous reprenons les hypothèses d'Aline Robert (1987) sur l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire, et plus précisément ici dans les sections scientifiques du second cycle de l'enseignement secondaire. Nous allons rappeler ces hypothèses, en précisant d'abord les spécificités de cet enseignement post-obligatoire.

1) Quelques caractéristiques de l'enseignement post-obligatoire.

Dans l'enseignement des mathématiques dans ces sections des lycées, on peut relever trois facteurs nouveaux : la quantité de mathématiques enseignées, la nature différente des nouveaux concepts et l'âge des élèves. Leur présence simultanée paraît spécifique et justifie la recherche de nouveaux "leviers" pour l'enseignement des mathématiques.

a) Il y a beaucoup plus de nouveaux concepts à faire apprendre en moins de temps et plus rapidement que dans les classes antérieures. Il y a donc aussi beaucoup plus de types d'exercices possibles.

De plus, en terminale C, les mathématiques sont une des matières principales de la section, l'horaire est très important pour les élèves (neuf heures par semaine) ; ceci correspond à une densité d'activités mathématiques très élevée, aussi bien en classe qu'en dehors de la classe.

b) Parmi les nouveaux concepts à faire acquérir, un nombre plus important qu'au premier cycle ne sont pas justiciables d'une "génèse artificielle", en particulier par l'utilisation d'un problème initial adéquat permettant la prise de sens du concept comme outil, avant l'exposition de ses propriétés comme objet.

En effet ce sont souvent des concepts de type généralisateur, unificateur, formalisateur (cf J. Robinet (1984)), et les problèmes où ils interviennent comme outils indispensables ne sont pas du niveau des élèves. On est donc souvent obligé de présenter les notions dans un cours précédant les activités qui leur donnent leur sens.

Par exemple, les limites ont été formalisées bien après leur utilisation efficace par les mathématiciens, et les problèmes où on aurait besoin de la définition sont hors de portée des élèves. De même les transformations du plan comme application et non comme agissant sur telle ou telle figure n'ont été étudiées que dans la deuxième partie du XIXème siècle alors que la géométrie élémentaire ne posait plus de problèmes.

De plus, actuellement on a retiré des programmes l'exposition intégrale d'une partie des démonstrations, des définitions et des propriétés des concepts de ce type. Il s'agit le plus souvent d'étudier leurs aspects outils, d'apprendre aux élèves à les utiliser sans en donner toutes les définitions ni toutes les propriétés.

c) Les élèves (qui ont en moyenne 16 ans et plus) ont des capacités réflexives plus grandes, ainsi ils peuvent réfléchir à leurs activités a posteriori. Ils peuvent être critiques par rapport à l'enseignement, peuvent distinguer connaissances et métaconnaissances (connaissances sur les mathématiques en l'occurrence), ils sont capables d'utiliser ces métaconnaissances. Et même si ces dernières concernent des connaissances non encore acquises, ils sont capables d'anticiper leur utilisation. Ils ont un certain bagage de connaissances et de représentations et ils peuvent exprimer (au moins partiellement) ces dernières et donc aussi les modifier. Or, comme pour les élèves plus jeunes d'ailleurs, les représentations assez générales sur les mathématiques, sur la manière d'en faire, sur la manière de les apprendre, ont des conséquences sur les activités et l'investissement des élèves.

De plus, en terminale C les élèves sont déjà sélectionnés. Leur investissement dans le travail est plus grand et ils peuvent être plus autonomes.

Certains de ces éléments sont déjà présents avant l'enseignement post-obligatoire, mais de façon moins systématique ; en fait ils apparaissent au fur et à mesure de la scolarité obligatoire.

2) Enseignements de type métamathématique et situations appropriées.

Dans ces conditions, nous avons adopté l'hypothèse suivante : on peut de manière bénéfique essayer d'impliquer *EXPLICITEMENT* les élèves dans leur propre apprentissage. Ceci peut correspondre d'une part à des interventions de l'ordre de la métaconnaissance, d'autre part à un changement (éventuel) de contrat didactique dans la classe, enfin à des modifications éventuelles des représentations de l'apprentissage pour les élèves et pour les enseignants.

Pour réaliser ce type d'enseignement plusieurs pistes sont possibles. On peut essayer de donner aux élèves des moyens leur permettant d'utiliser leurs capacités réflexives, on peut aussi instituer un contrat les amenant à plus d'autonomie, on peut enfin essayer de faire les deux et c'est ce que nous avons tenté dans notre travail. Nous allons préciser ces différents moyens.

a) Une première possibilité pour l'enseignement métamathématique (et c'est ce que nous avons choisi) est l'enseignement de méthodes. Rappelons que les "méthodes" désignent pour nous des procédés applicables à un ensemble de problèmes semblables, il s'agit de se placer au niveau de ce qui est commun dans la résolution d'une classe de problèmes (nous distinguons méthode et algorithme).

L'utilisation de méthodes implique donc un certain classement des problèmes à résoudre, et un repérage des outils et des techniques disponibles ; de plus leur mise en oeuvre assez systématique entraîne une certaine gestion dans le temps des choix de stratégies et de leur déroulement, et un certain contrôle.

Dans ces conditions, on peut d'une part exposer aux élèves des méthodes générales, comme l'utilité des changements de cadres (cf R.Douady (1984)), de stratégies, de points de vue, ou des formalisations dans les résolutions de problèmes ; ou encore on peut leur expliquer l'efficacité de considérer explicitement les paramètres comme des variables et de rechercher des invariants caractérisant les situations, et plus généralement on peut reprendre les propositions de Polya.

Rappelons à ce sujet les travaux de Schoenfeld, qui est parti des heuristiques de Polya mais qui les a précisées dans un certain nombre de contextes, car il attribue à leur trop grande généralité l'inefficacité de ce type de méthodes pour un grand nombre d'étudiants

On peut aussi expliciter des méthodes plus spécifiques des différents champs conceptuels (c'est ce que nous illustrerons ci-dessous pour la géométrie élémentaire par exemple).

Cependant le moment le plus propice à un tel type d'interventions (par rapport à l'exposition des contenus eux-mêmes) reste problématique (cf Robert, Rogalski et Samurçay (1987)).

Dans tous les cas, il s'agit d'un enseignement explicite : pour nous, comme le souligne d'ailleurs Schoenfeld, il est indispensable d'insister auprès des élèves, en expliquant qu'on est en train de faire un enseignement de méthodes et ceci pour qu'ils utilisent ces dernières en cas de besoin. On peut rappeler cette expérience de Schoenfeld comparant des élèves ayant subi un enseignement explicite de méthodes à des élèves (de même niveau initial) ayant subi un entraînement analogue mais sans explicitation : il trouve des progrès importants chez les premiers et non chez les seconds.

On pourrait aussi faire un enseignement épistémologique permettant une meilleure connaissance de la nature des mathématiques, et des activités des mathématiciens (travail sur des textes anciens par exemple). D'autres moyens sont possibles et des recherches sont en cours sur ces différents moyens.

Considérés isolément, ces enseignements sont basés sur l'hypothèse cognitive implicite qu'il pourrait y avoir directement, à la suite d'un enseignement de métaconnaissances, un "transfert" de métaconnaissances qui deviendraient mobilisables en situation de résolution de problème.

b) Des situations favorisant une plus grande autonomie des élèves peuvent être porteuses en elles-mêmes d'un changement de contrat par rapport à l'acquisition des connaissances. On peut par exemple décider de faire travailler en petits groupes sur des exercices adéquats et c'est ce que nous avons choisi. Il y a une plus grande implication des capacités réflexives des élèves pour la résolution des problèmes. Et ces problèmes peuvent être plus difficiles, plus riches qu'habituellement.

Les situations de débat scientifique, expérimentées par une équipe de Grenoble (M. Legrand (1987)) sont aussi porteuses en elles-mêmes d'un changement de contrat par rapport à l'acquisition des connaissances. Dans ce cas, il y a une plus grande implication effective des élèves en ce qui concerne le texte du savoir.

Dans ces situations le rôle des enseignants est très précis, ils doivent donc être acquis à ce type d'enseignements et respecter complètement les règles du jeu.

Cependant, notons que s'il y a dans ces situations des changements de représentations des élèves sur l'activité mathématique, ils se font tout seuls, sans intervention explicite de l'enseignant sur ce sujet.

c) Il nous est apparu que, pour assurer aux élèves l'enrichissement apporté par un travail au niveau des métaconnaissances ou l'enrichissement apporté par des situations comme celles qui sont décrites ci-dessus, il est plus propice de travailler de manière dialectique sur les deux tableaux. Il s'agit de mettre en oeuvre des situations où le contrat responsabilise les élèves par rapport à la construction de leurs connaissances ; il s'agit d'institutionnaliser, par un enseignement adapté de type métamathématique, un certain nombre de métaconnaissances ; celles-ci doivent être utilisées en particulier dans des problèmes assez difficiles proposés dans les situations en question. Les métaconnaissances correspondent à l'expérience issue des situations, et, en retour, les situations vont les faire fructifier.

Il est possible qu'un tel scénario enrichisse aussi les représentations des élèves, ce qui, en retour, peut contribuer à améliorer les apprentissages.

Ainsi, nous inscrivons notre travail dans le cadre des hypothèses plus générales, avancées par A. Robert : l'association d'un enseignement de type métamathématique et de mises en situation des élèves, propres à leur faire utiliser cet enseignement dans des résolutions de problèmes, peut être propice aux apprentissages en mathématiques.

Ceci sous-entend que l'on précise dans chaque cas ce qui est entendu par "propice aux apprentissages".

En effet, ce type de scénario nous semble susceptible de favoriser l'activité mathématique des élèves : celle-ci résulte à la fois des possibilités nouvelles permises par la mise en fonctionnement des métaconnaissances enseignées, et de l'établissement d'un contrat explicitant la responsabilité correspondante des élèves dans la construction de leurs connaissances mathématiques. On peut en attendre une amélioration des représentations métacognitives des élèves.

Tout cela suppose qu'il y ait **un rapport étroit entre l'enseignement métamathématique et ce dont les élèves ont besoin dans les situations** en question : il s'agit d'amener les élèves à utiliser les métaconnaissances exposées dans les cours, grâce aux contraintes des situations (type de problèmes proposés, autonomie relative et élèves avertis de ce qu'ils ont à mettre en fonctionnement). Ainsi, dans le déroulement de l'année, il doit y avoir un aller et retour entre l'enseignement de type métamathématique et l'expérience des élèves dans les situations où ils l'utilisent (par la prise en compte de ces situations dans l'enseignement, par exemple dans les phases d'institutionnalisation des méthodes).

On pourrait dire que les situations ont pour but de permettre aux élèves de faire fructifier l'enseignement de type métamathématique, dans la mesure où ils peuvent avoir besoin de ces métaconnaissances dont on leur a parlé auparavant, et qui se trouvent de ce fait mobilisables (mais les élèves doivent en prendre conscience, identifier ce qui peut les aider et le faire fonctionner, améliorant ainsi leurs performances mathématiques).

Tout cela suppose aussi que, d'une façon ou d'une autre, l'évaluation des élèves (devoirs à la maison, contrôles ...) prenne en compte, même partiellement, ce type de démarche développé par les élèves, ce qui n'est pas toujours possible.

II PROBLEMATIQUE DE LA RECHERCHE.

Nous pouvons maintenant énoncer précisément l'hypothèse qui est à la base de notre travail :

En terminale C, en géométrie, une dialectique entre un enseignement de méthodes explicite et explicité en tant que tel, et un travail régulier en petits groupes sur des exercices adéquats avec un contrat spécifique - l'enseignant ayant des représentations en cohérence avec ces différents points - favorise l'acquisition d'une démarche méthodique chez un grand nombre d'élèves pour résoudre les problèmes de géométrie, et s'accompagne d'un enrichissement de leurs représentations.

QUESTIONS

Pour étudier notre hypothèse, nous avons retenu les axes de recherche suivants :

* peut-on élaborer un tel scénario en ce qui concerne la géométrie en terminale C ?

* peut-on ensuite le réaliser ?

* quelles sont alors les conséquences éventuelles du scénario sur la classe (élèves, professeur, confort ...) ?

* comment évaluer l'efficacité (y compris individuelle) de ce scénario sur l'apprentissage de la géométrie ? Pour cette évaluation, nous avons choisi des questions qui ne portent chacune que sur un aspect accessible de l'efficacité du scénario, notamment :

- est-ce qu'il y a une utilisation effective de méthodes et est-ce une aide à la résolution des problèmes posés en petits groupes ?

- est-ce qu'il y a un certain transfert individuel à l'apprentissage de la géométrie et jusqu'à quel point (question évidemment trop difficile telle quelle) ?

* est-ce qu'il y a enrichissement des représentations des élèves sur les activités géométriques ?

* s'il y a une certaine efficacité cognitive, à quoi peut-on l'attribuer, quelles sont les variables pertinentes du scénario et dans quelle mesure le sont-elles (professeur, contrat, enseignement de méthodes, utilisation de méthodes et travail en petits groupes ...) ?

En particulier à quelle condition peut-on reproduire l'expérience ?

Dans ce travail nous avons essayé de répondre à ces questions ; certaines réponses seront seulement partielles, nous avons déjà précisé que nous ne pouvons pas répondre à la question trop générale de l'amélioration de l'apprentissage individuel de la géométrie, ne serait-ce que parce qu'il est impossible de démêler dans notre enseignement de la géométrie ce qui peut être attribué spécifiquement à l'enseignement de méthodes et au travail en petits groupes par exemple.

Quant à l'interprétation de l'efficacité du scénario, nous ne pourrons qu'émettre des hypothèses plus précises .

Soulignons enfin qu'il n'est pas dans notre projet d'étudier élève par élève les effets de notre enseignement, pas plus que d'élucider le fonctionnement social (interne) de chaque groupe. Nous nous contentons de nous intéresser aux effets globaux au niveau du traitement mathématique des exercices qui sont proposés.

III METHODOLOGIE GENERALE.

Cette recherche a donc lieu sur deux plans, d'une part la conception et la réalisation d'un scénario, d'autre part, ce scénario ayant été réalisé, l'analyse et l'évaluation de son déroulement.

Pour ce deuxième objectif, il faut recueillir du matériel ; nous avons choisi de centrer nos analyses du déroulement de l'expérience sur ce qui se passe pendant les séances de travail en petits groupes, sur un travail individuel et les réactions des élèves à ce travail, et enfin sur l'évaluation qualitative globale de l'expérience faite par les élèves en fin d'année.

Nous avons ainsi recueilli treize enregistrements de petits groupes d'élèves, saisis tout au long d'une même année, dont sept concernent un même groupe de trois élèves. Nous avons complété les transcriptions de ces enregistrements par des copies (sur un devoir à la maison un peu particulier). Nous avons aussi recueilli à chaque fin d'année un questionnaire, rempli par les élèves, sur la géométrie et l'enseignement de l'année. C'est sur ce matériel que nous avons travaillé (cf chap III à V).

En ce qui concerne la conception et la réalisation du scénario, que nous allons d'abord exposer, nous en faisons une description détaillée et argumentée (cf chap II) en précisant les choix que nous avons faits sur l'enseignement des méthodes et en spécifiant l'articulation des activités analysées et du reste de l'enseignement de la géométrie.

CHAPITRE II

METHODOLOGIE :

PRESENTATION DU SCENARIO

ET DE

L'EXPERIENCE

Après avoir présenté les conditions dans lesquelles se déroule notre expérience et décrit les formes de notre enseignement, nous détaillons l'enseignement de méthodes que nous avons retenu, puis nous en précisons son enseignement effectif et le contrat en vigueur dans la classe.

I PRESENTATION DE L'EXPERIENCE

Pour réaliser cette expérience, nous avons travaillé quatre années de suite (1985-1986, 1986-1987, 1987-1988, 1988-1989). Enseignante dans le secondaire, je suis chargée chaque année de plusieurs classes, en particulier d'une terminale C. C'est donc dans cette classe que nous avons expérimenté cet enseignement durant la totalité de chaque année scolaire. Les enregistrements ont été faits la deuxième année, et les questionnaires ont été proposés à la fin de chacune des quatre années.

Précisons d'abord les faits de départ.

1) L'enseignement en Terminale C.

Mon lycée se trouve dans la banlieue parisienne. Le niveau des élèves y est relativement bon ; les pourcentages de réussite au baccalauréat sont régulièrement supérieurs à 85% en terminale C (meilleurs que les pourcentages de réussite nationaux). Au cours de ces quatre années d'expérience l'effectif de la classe a beaucoup varié : il a été successivement de 31, 25, 35 et 37 élèves.

En terminale C, l'horaire de mathématiques est pour les élèves de neuf heures par semaine. Ces neuf heures se répartissent en huit heures de travail en classe entière et une heure de travaux pratiques en demi-classe, c'est pendant cette heure que les élèves ont travaillé en petits groupes.

Le programme de cette classe se divise en quatre parties : les nombres complexes, l'analyse, la géométrie, quelques notions de probabilités.

Pendant les quatre années de l'expérience, ce programme a subi des modifications ; nous présentons ci-dessous les extraits concernant la géométrie pour les différentes années.

Année 1985-1986 :

IV. GÉOMÉTRIE (TERMINALE C)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en Seconde et en Première. On dispose des espaces vectoriels associés ; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) [Plan et espaces] :

Calcul barycentrique. Etant donné *n* points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ et $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i ||\overrightarrow{MA_i}||^2$.

Applications affines :

Une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \mapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire ;

Dans l'espace pointé en O, une application $M \mapsto M'$ est affine si l'application $\overrightarrow{OM} \mapsto \overrightarrow{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe par une application affine ; conservation du parallélisme.

On montera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités ; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) [Géométrie plane]. Mesures, dans le plan orienté, de l'angle orienté d'un couple de droites. Condition pour que quatre points soient cocycliques.

c) [Géométrie plane] :

Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.

Composition d'un déplacement et d'une symétrie orthogonale ; antidéplacements. Sur des exemples, recherche du groupe des isométries conservant une configuration donnée.

Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.

Exemples de transformation définie par une application complexe $z \mapsto f(z)$: cas des similitudes directes ; exemple de transformation non affine.

d) [Géométrie dans l'espace] :

Exemples simples d'isométries de l'espace laissant fixe un point donné.

Groupe des rotations d'axe donné ; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.

A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires ; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

e) [Géométrie plane] :

Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice) ; équations cartésiennes réduites ; équivalence de ces diverses définitions.

Equation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Exemples de représentations paramétriques d'une conique.

Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).

Années 1986-1987, 1987-1988, 1988-1989 :

III. Géométrie

Le programme comporte deux objectifs essentiels :

• Approfondir la géométrie du plan et de l'espace à travers l'étude *d'objets géométriques* et de *l'action de transformations sur ces objets.*

• Développer une *vision géométrique des problèmes* grâce à le mise en œuvre systématique d'acitivités graphiques (figures, tracés de courbes, croquis à main levée, schémas,...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.

— *En géométrie plane*, le champ des objets étudiés en première est enrichi (coniques, exemples simples de courbes paramétrées) et celui des transformations est élargi et réorganisé à travers l'étude plus systématique de la composition des transformations élémentaires et la recherche d'invariants associés, ce qui conduit à exploiter les isométries, les déplacements et les similitudes directes. Cet approfondissement de la géométrie plane passe par une bonne pratique des outils fournis par le programme (énoncés de base sur les configurations et les transformations, calcul vectoriel, calcul dans un repère adéquat, emploi des nombres complexes).

— *En géométrie de l'espace*, l'objectif, plus modeste mais tout aussi essentiel, est de développer la maîtrise des objets usuels de l'espace physique déjà étudiés en Première et de transformations élémentaires opérant sur ceux-ci. Ce développement doit être mené en interaction étroite avec celui de la géométrie plane.

A propos de l'étude des projections et des transformations, la linéarité des applications vectorielles associées doit être mise en évidence et exploitée, mais l'étude systématiques des applications linéaires, et a fortiori des applications affines, n'est pas au programme : les transformations vectorielles fournissent un outil pour l'étude des configurations et des transformations ponctuelles ; elles ne constituent pas un objet d'étude en soi.

1. Outil vectoriel et configurations (plan et espace)

Il s'agit ici de compléter les outils étudiés en Première. Il n'y a pas à revenir sur les fondements du calcul vectoriel ; la notion générale d'espace vectoriel est hors programme.

a) Barycentres ; transformation d'une somme $\sum \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ dans chacun des cas $\sum \alpha_i \neq 0$ et $\sum \alpha_i = 0$	Les élèves doivent connaître l'associativité de la barycentration.
b) Caractérisation vectorielle d'un segment ($\overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$, $0 \leqslant t \leqslant 1$), d'une demi-droite, d'une droite, d'un plan ; traduction dans un repère.	
Caractérisation d'un plan par $\vec{k}.\overrightarrow{AM} = 0$; équation du plan dans un repère orthonormal.	Les élèves doivent savoir déterminer un vecteur normal à un plan donné par une équation.
c) Projection ponctuelle, projection vectorielle associée ; linéarité d'une projection vectorielle, conservation des barycentres par une projection ponctuelle.	
d) Dans l'espace orienté : bases (ou repères) orthonormales directes, indirectes.	Aucune théorie de l'orientation ne figure au programme, on s'appuiera sur les conventions physiques usuelles.
Produit vectoriel, notations $\vec{u} \times \vec{v}$ et $\vec{u} \wedge \vec{v}$; expression analytique dans une base orthonormale directe	Les élèves doivent savoir utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un parallélogramme ou d'un triangle, pour déterminer un vecteur normal à un plan et obtenir ainsi une équation cartésienne du plan défini par un point et deux vecteurs directeurs ou par trois points.
e) Dans le plan orienté : déterminant de deux vecteurs, notation det $(\vec{u}, \vec{v})$; expression dans une base orthonormale directe.	Les élèves doivent connaître les formules : $\vec{u}.\vec{v} = \Vert\vec{u}\Vert . \Vert\vec{v}\Vert . \cos\theta$, $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \Vert\vec{u}\Vert . \Vert\vec{v}\Vert \sin\theta$ et savoir traduire la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ par la relation det $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.
Travaux pratiques	
Transformation de $\sum \alpha_i MA_i^2$, applications ; cas de deux points : lignes ou surfaces de niveau de $M \mapsto \frac{MA}{MB}$.	
Ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ modulo π, ou modulo 2π.	Les élèves doivent connaître la condition de cocyclicité de quatre points qui en résulte.
Exemples d'emploi des nombres complexes pour l'étude d'une configuration plane.	Les élèves doivent savoir déterminer l'affixe d'un barycentre, évaluer un angle à l'aide de l'argument d'un quotient et traduire l'orthogonalité ou la colinéarité de deux vecteurs. Toute autre formation de propriétés géométriques à l'aide des nombres complexes doit faire l'objet d'indications.
Exemples de calculs de distances et d'angles dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.	
Exemples d'emploi d'un repère orthonormal dans le plan ou dans l'espace.	Les élèves doivent être capables de calculer la distance d'un point à une droite du plan, à un plan ou à une droite de l'espace.
Changement (de base ou) de repère orthonormal direct dans le plan.	La reconnaissance d'une rotation plane à partir de son expression analytique n'est pas exigible des élèves.
Expression analytique d'une translation, d'une rotation plane.	

2. Courbes planes

L'introduction des quelques notions sur les courbes paramétrées est motivée par l'étude de situations géométriques, mécaniques ou physiques ; on évitera donc de multiplier les exemples posés a priori. On se gardera aussi de toute technicité ; en particulier l'étude des branches infinies et des points où le vecteur dérivé s'annule, la recherche des points multiples et l'emploi de coordonnées polaires sont hors programme. Pour l'obtention de périodicités et de symétries, toutes les indications utiles doivent être fournies.

a) Notions sur les courbes paramétrées du plan	
Courbe définie en repère orthonormal par $t \mapsto \overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\vec{j}$. Vecteur dérivé, interprétation cinématique (vecteur vitesse), tangente.	L'étude des fonctions vectorielles (limites, continuité, calcul différentiel,...) est hors programme. Le vecteur dérivé est défini par ses coordonnées x'(t), y'(t) ; pour la notion de tangente on se limitera au cas où ce vecteur n'est pas nul. Les élèves doivent savoir dresser un tableau de variations coordonnées des fonctions x et y et l'utiliser pour le tracé de la courbe.
b) Coniques	
Définition par foyer et directrice (lignes de niveau du rapport $\frac{MF}{MH}$), excentricité ; équation cartésienne dans un repère adapté, équation réduite : cas d'une parabole, cas d'une conique à centre.	La génération bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole pourra faire l'objet d'une activité, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce propos.

Mise en place d'une parabole ou d'une conique à centre à partir d'une équation de la forme $y^2 = 2px$ ou $\alpha x^2 + \beta y^2 = \gamma$.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de lieux géométriques à l'aide d'un paramétrage.

Mis à part le cas où le paramétrage est donné (points liés à une configuration mobile,...) la méthode à suivre pour l'obtention d'un tel paramétrage doit être indiquée.

Exemples d'obtention et d'emploi de représentations paramétriques de coniques (détermination de la tangente en un point...).

Les élèves doivent connaître le paramétrage $t \to$ (a cost, b sint) de l'ellipse et savoir exploiter le lien d'affinité orthogonale qu'il permet d'établir entre l'ellipse et le cercle. Ce cas mis à part, aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur les paramétrages des coniques ou sur l'affinité orthogonale.

3. Transformations et configurations

En géométrie plane, il s'agit d'approfondir et de réorganiser les acquis des classes antérieures grâce à une étude plus systématique de la *composition des transformations* et de leur *action sur les configurations*, d'abord dans le cadre des *isométries* et des *déplacements*, puis dans celui des *similitudes directes*. Il ne convient donc pas de reprendre l'étude des isométries à partir de zéro : on s'appuiera sur les résultats de Première concernant les translations et les isométries fixant un point donné, ces dernières étant soit des réflexions, soit des rotations ; de même, les propriétés élémentaires de l'homothétie vues en seconde et en première seront exploitées pour l'étude des similitudes.

En géométrie de l'espace, on étudie *l'action des transformations élémentaires* sur les configurations usuelles mais l'étude systématique de transformations composées est hors programme, ainsi que la notion de transformation vectorielle associée.

a) Isométries du plan (bijections conservant la distance).

La composée de deux isométries est une isométrie, la réciproque d'une isométrie est une isométrie.

Étant donné un point O, une isométrie f se décompose de manière unique en $f = t_\circ u$, où u est une isométrie fixant O et t une translation.

Les élèves doivent savoir que les isométries transforment les droites en droites et les cercles en cercles, le parallélisme et le contact étant conservés. Ils doivent connaître leur effet sur l'équipollence, les barycentres, les angles et les aires.

Toute isométrie ou bien conserve les angles orientés (déplacement) ou bien les change en leur opposé (antidéplacement).

Les élèves doivent connaître les règles qui en résultent pour la composée de deux isométries selon la nature de celles-ci et pour la réciproque d'un déplacement ou d'un antidéplacement.

Tout déplacement est soit une translation, soit une rotation.

L'étude systématique des antidéplacements est hors programme.

Etant donné des points A, B, A', B' tels que A'B' = AB $\neq$ 0, il existe un déplacement et un seul transformant A en A', B en B'.

Les élèves doivent savoir déterminer ce déplacement et, dans le cas d'une rotation, construire son centre.

Transformation vectorielle associée à une isométrie du plan ; cas d'une translation, d'une réflexion, d'une rotation.
Linéarité, conservation du produit scalaire, effet sur le déterminant. Caractérisation des déplacements.

Il s'agit ici de mettre en place un outil efficace pour la résolution de nombreux problèmes concernant les transformations ponctuelles. En revanche, la reconstitution des propriétés fondamentales des isométries ponctuelles à partir de celles des isométries vectorielles est hors programme.

La transformation vectorielle associée à une composée $g_\circ f$ est la composée des transformations vectorielles associées à g et à f. La transformation vectorielle associée à la réciproque de f est la réciproque de la transformation vectorielle associée à f.

La donnée d'un point O permet d'identifier les isométries fixant O et les isométries vectorielles, ce qui permet d'obtenir simplement les propriétés des isométries vectorielles.

b) Similitudes directes du plan

Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre : effet sur les distances, conservation des angles orientés.

L'étude générale des similitudes (bijections transformant les distances dans un rapport donné) est hors programme.

Similitudes directes (bijections transformant les distances dans un rapport donné et conservant les angles orientés).

Ce rapport est appelé rapport de la similitude directe considérée.

La composée de deux similitudes directes est une similitude directe, la réciproque d'une similitude directe est une similitude directe.

Toute similitude directe de rapport k est la composée d'un déplacement et d'une homothétie de rapport k.

Les élèves doivent savoir que les similitudes directes transforment les droites en droites, les cercles en cercles, le parallélisme ou le contact étant conservés. Ils doivent connaître leur effet sur l'équipollence, les barycentres et les aires.

Ecriture complexe. Forme réduite ; centre et angle d'une similitude directe quand elle n'est pas une translation.

Etant donné des points A, B, A', B' tels que AB $\neq$ 0 et A'B' $\neq$ 0, il existe une similitude directe et une seule transformant A en A' et B en B'.

Les élèves doivent savoir caractériser le cas d'une translation ou d'une homothétie ; dans les autres cas, des indications doivent être fournies pour la construction géométrique du centre de cette similitude.

Transformation vectorielle associée à une similitude directe ; compatibilité avec la composition. Cas des homothéties et des translations ; composée de deux homothéties ou translations.

Les élèves doivent savoir la nature d'une composée d'homothéties et de translations suivant son rapport et préciser, suivant le cas, son vecteur ou son centre.

c) Notions sur les transformations élémentaires de l'espace

Translation. Homothétie, symétrie centrale. Réflexion (symétrie orthogonale par rapport à un plan). Rotation définie par son axe et son angle, demi-tour. Rotation induite dans un plan orthogonal à l'axe ; décomposition d'une rotation en produit de deux réflexions.

Les élèves doivent savoir que les transformations considérées tranforment les droites en droites, les plans en plans, les sphères en sphères et conservent le parallélisme ; ils doivent connaître leur effet sur l'équipollence, les barycentres, les distances, les aires planes et les volumes.

Travaux pratiques

Exemples d'emploi des transformations planes pour l'étude de configurations et de lieux géométriques.

Exemples d'étude des isométries laissant invariante une configuration du plan.

Exemples de recherche et d'emploi d'isométries ou de similitudes directes transformant une configuration donnée en une autre (segments, triangles, rectangles, cercles,...).

Exemples de recherche de symétries ou de rotations laissant invariant un solide usuel donné (tétraèdre, cube, octaèdre,...).

A la fin de l'année les élèves passent le baccalauréat, il faut donc les préparer à cet examen. De plus, ils ont très souvent besoin d'un dossier pour poursuivre leurs études après l'examen. Nous devons donc en tenir compte dans l'enseignement et dans notre expérience, en particulier dans l'évaluation des élèves.

Ce cadre général étant précisé, nous allons décrire notre enseignement. Cette description ne sera pas exhaustive, elle portera essentiellement sur ce qui est susceptible d'éclairer l'expérience et son interprétation. Ainsi nous allons passer en revue successivement les formes de cet enseignement, les articulations entre les activités des élèves et l'apport de connaissances mathématiques, l'enseignement des méthodes, et enfin des éléments explicites du contrat établi dans la classe.

2) L'enseignement dans notre expérience.

Pendant cette expérience, l'enseignement de la géométrie a comporté bien entendu plusieurs aspects : le cours, les travaux pratiques, les exercices, les devoirs à la maison, les contrôles. Les travaux pratiques ont toujours été faits pendant l'heure hebdomadaire en demi-classe, les autres activités ont eu lieu pendant les heures en classe entière, et plusieurs activités différentes ont pu se succéder le même jour, l'emploi du temps regroupant deux et même trois heures consécutives. Dans ce qui suit, nous appellerons "séance" le temps consacré à la géométrie un même jour.

Nous allons détailler successivement certains aspects de ces différentes activités, en évoquant, le cas échéant, les évolutions qui ont pu apparaître.

a) Le cours.

Nous considérons ici tout ce qui est apport ou réorganisation de connaissances en mathématiques. Le programme de géométrie a été enseigné toute l'année, l'analyse et les probabilités étant traitées en parallèle.

Par exemple, en 88-89, l'ordre des chapitres du cours de géométrie a été le suivant :

- applications géométriques des nombres complexes (chapitre entièrement nouveau),
- les angles (réorganisation et un résultat nouveau),
- les barycentres (réorganisation et généralisation des résultats déjà connus),
- projection vectorielle, produit vectoriel (chapitre entièrement nouveau),
- les isométries du plan (réorganisation, études des composées d'isométries, définition et classification des déplacements, définition et linéarité des transformations vectorielles associées),
- les similitudes directes (transformations nouvelles pour les élèves qui doivent réinvestir toutes leurs connaissances sur les transformations connues, sur les angles et sur les complexes),
- les transformations élémentaires de l'espace (généralisation de ce qui est connu dans le plan),
- les coniques (chapitre entièrement nouveau).

b) Les activités des élèves.

Elles sont de plusieurs sortes.

* Les séances de travaux pratiques sont les moments où les élèves travaillent en groupe. Nous y reviendrons en détail plus loin.

* A chaque séance, nous avons donné aux élèves des exercices à

chercher pour la séance suivante.

* Ils ont dû aussi chercher et rédiger chez eux des devoirs hebdomadaires.

* L'évaluation des performances des élèves a été assurée régulièrement par des devoirs en classe de trois ou quatre heures, dans des conditions proches de celles de l'examen, les exercices donnés guidant les élèves par des questions intermédiaires (le devoir à la maison est supprimé quand il y a un contrôle).

c) Les travaux pratiques.

Ces séances ont été surtout consacrées à la géométrie, il y a eu quelques séances d'analyse, la forme du travail étant la même que pour la géométrie.

Chaque année les deux séances de travail en demi-classe (qui durent chacune cinquante cinq minutes) ont été consécutives, ainsi tous les élèves de la classe se sont trouvés dans les mêmes conditions par rapport aux activités proposées pendant les travaux pratiques, et le bilan de ces activités a pu toujours être fait pendant le cours qui suivait immédiatement ces séances.

Ces séances de travail en petits groupes étant un élément fondamental de notre scénario, nous allons les décrire plus précisément que nous ne l'avons fait pour les autres activités.

Dès la première semaine de l'année, nous avons organisé ces séances hebdomadaires (où la classe est dédoublée) en travail en petits groupes, groupes de trois ou quatre élèves, constitués librement et qui ne seront modifiés qu'exceptionnellement (à la suite de départs ou d'absences, par exemple) et toujours librement.

Si la composition des groupes a été quasiment fixe, ce qui a changé en revanche, c'est le contrat explicite au sujet de ces séances : au début de la première année, je suis passée régulièrement de groupe en groupe ; en interrompant le travail des groupes je demandais aux élèves où ils en étaient. L'analyse des enregistrements faits pendant la deuxième année a montré que cette interruption est souvent très mal venue, et que le travail reprend ensuite comme si le professeur n'avait rien dit (dans la mesure où ses propos ne répondent pas à une question du groupe). Ceci a amené à un deuxième contrat explicite, à savoir *"vous m'appelez si vous avez une question à poser"*. Alors sont apparus les inconvénients suivants : dans certains cas, les élèves ont effectivement appelé le professeur dès qu'un désaccord surgissait entre eux, sans même essayer de le résoudre. Dans d'autres cas, ils n'ont pas appelé le professeur alors qu'ils s'étaient mis d'accord sur une solution erronée... En conséquence, nous avons fixé un troisième contrat, qui s'est révélé plus satisfaisant, à savoir *"vous m'appelez soit si vous pensez avoir trouvé une méthode ou fini une question, soit si vous n'arrivez pas à vous mettre d'accord au bout de dix minutes, après épuisement de tous vos arguments"*. L'expérience a montré que, dans ces conditions, les élèves ont peu appelé mais l'ont fait toujours à bon escient, et ont résolu seuls, éventuellement en y mettant le temps, un grand nombre d'exercices. Ceci dit, on peut se demander si en fixant dès le début le troisième contrat on aura d'aussi bons résultats ou si c'est l'expérience acquise du travail en petits groupes qui a joué tout autant. Aussi, la troisième année, nous avons commencé par le troisième contrat, qui n'a pas très bien fonctionné, et nous sommes revenue pour quelques séances au premier contrat, en faisant particulièrement attention au contenu et aux rôles possibles de nos interventions ; la quatrième année, nous n'avons proposé le troisième contrat qu'après les premières séances de travail en petits groupes. Mais pour ces deux années, nous n'avons pas d'enregistrements et nous n'avons donc pas les moyens d'évaluer l'expérience de ce point de vue.

Signalons, pour finir, que la synthèse du travail des groupes et la correction des exercices sont faites par le professeur en classe entière pendant le cours qui suit immédiatement la séance de travaux pratiques, et tiennent compte de toutes les solutions proposées par les différents groupes.

3) <u>L'articulation entre les activités des élèves et l'apport de connaissances mathématiques</u>.

Ce qui précède ne décrit que les formes de l'enseignement. Les relations entre tous les points précédents (cours, travaux pratiques, exercices, devoirs, contrôles) sont un élément essentiel de cet enseignement et donnent tout leur sens à l'ensemble.

Ce sont donc ces relations que nous allons décrire maintenant.

La part du cours (présentation des concepts objets et outils) lui-même est assez brève. Les activités des élèves jouent différents rôles.

* Elles peuvent précéder le cours à plus ou moins long terme. Un exercice sert par exemple de point d'appui pour généraliser un résultat ou une méthode dans le cours. Par exemple, les élèves ont cherché en travaux pratiques un exercice où intervenait l'expression analytique d'une similitude, puis nous avons donné à chercher à la maison un problème sur les similitudes trois mois avant le cours ; les élèves avaient alors à leur disposition les nombres complexes récemment étudiés, les résultats de

Première sur les angles, les homothéties et les rotations, et cela suffisait pour répondre aux questions posées. Les activités ont donc servi de motivation au cours ; ce cours a organisé et complété les connaissances des élèves sur un objet qui leur était devenu familier.

* Pendant le cours, les activités des élèves sont utilisées comme réinvestissement immédiat, comme moteur entre un résultat et le suivant, comme pratique qui sera institutionnalisée dans le cours.

* Toutes les définitions, tous les résultats du cours sont utilisés et doivent être disponibles en permanence, mais aussi certains résultats, certaines méthodes rencontrés dans des exercices ou en travaux pratiques. Les élèves, par exemple, complètent au fur et à mesure de l'année scolaire une fiche sur les différentes méthodes possibles pour démontrer l'alignement de trois points ou encore sur les différents types de problèmes rencontrés.

* Les activités des élèves peuvent aussi être complètement indépendantes du cours. La recherche d'un exercice n'est pas alors guidée artificiellement par les outils qui sont donnés dans le cours de la semaine, cette recherche doit donc être raisonnée et se rapproche davantage d'une "vraie" recherche. C'est surtout pendant les séances de travail en petits groupes que nous avons proposé ces activités. De plus elles sont données sans indication, en particulier sans indication de méthode (I. Tenaud (1986 et 1988)) et peuvent être résolues par plusieurs méthodes différentes.

Cette option correspond à notre analyse théorique générale, dialectique entre interventions de type métamathématique - ici méthodologiques - et situations de groupe les faisant fructifier. Ce choix correspond aussi à notre remarque initiale sur la difficulté du démarrage des problèmes pour les élèves (qui est confirmée par des questionnaires d'élèves).

Avant de compléter la description des activités des élèves et particulièrement quand ils sont en petits groupes, il nous faut décrire maintenant quelles ont été nos interventions méthodologiques.

II ENSEIGNEMENT DE METHODES EN GEOMETRIE

1) Conception et description de notre enseignement de méthodes.

Nous avons explicité notre fonctionnement pour résoudre un problème de géométrie. Deux idées se sont imposées à nous : l'importance des changements de points de vue, de stratégies ou même de cadres (ponctuel, numérique, vectoriel...) et, a contrario, la nécessité de pouvoir s'engager dans une stratégie précise étant donné un type de problème, quitte à en changer justement s'il y a impasse. Rappelons que notre objectif est que les élèves arrivent à concevoir des résolutions de problèmes, les questions de précision des démonstrations ou de la rédaction ne faisant pas partie des mêmes préoccupations.

Ceci nous a amenée à privilégier deux axes : des éléments servant à repérer ce qui est en jeu et des éléments de stratégie s'appuyant sur ces classifications.

Ainsi nous avons repris la classification des types de problèmes de géométrie proposée par le Groupe de Recherche sur l'Enseignement de la Géométrie de L'IREM d'Aix-Marseille, GREG (1983).

Voici cette classification :

1) les problèmes d'incidence (alignement et concours, parallèlisme, orthogonalité, cocyclicité),

2) les problèmes d'intersection et de contact,

3) les problèmes de recherche de lieux géométriques,

4) les problèmes de construction de configurations,

5) les problèmes de détermination et d'études de transformations ou de classes de transformations vérifiant certaines conditions,

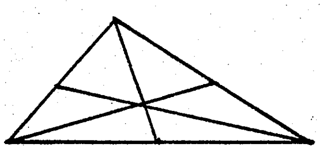
6) les problèmes de recherche d'invariants associés à une configuration ou à une classe de configurations,

7) les problèmes de recherche de configurations astreintes à satisfaire des conditions extrémales de mesure.

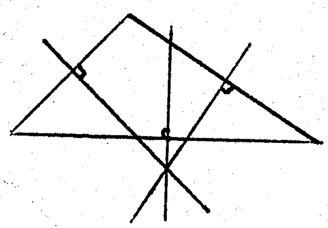
Nous avons aussi précisé une liste de "configurations de base" qui sont des configurations très simples, que l'on retrouve souvent dans les figures (plus complexes) intervenant dans les problèmes, et dont il est utile de bien connaître les propriétés. En voici des exemples :

- avec des triangles :

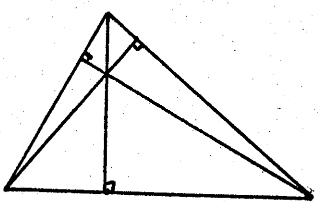
Médianes



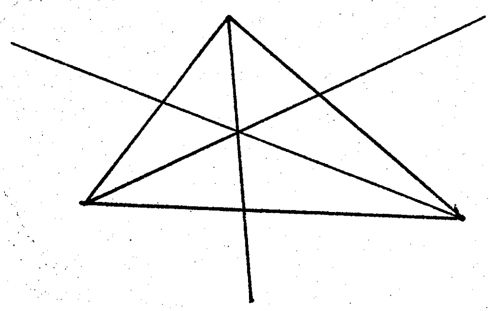
Médiatrices



Hauteurs

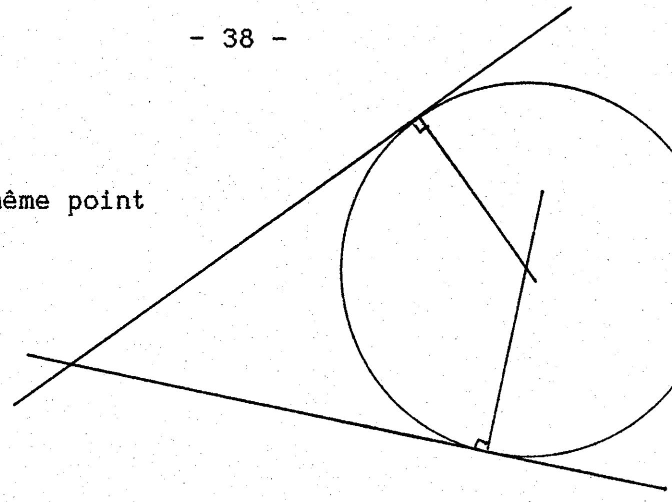


Bissectrices

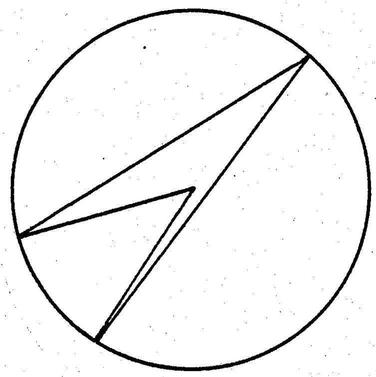


- avec des cercles :

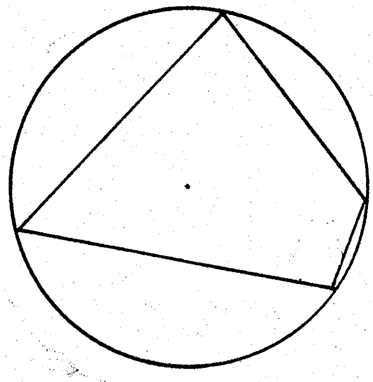
Tangentes issues d'un même point



Angle inscrit et angle au centre

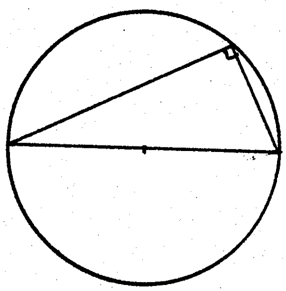


Quadrilatère inscriptible



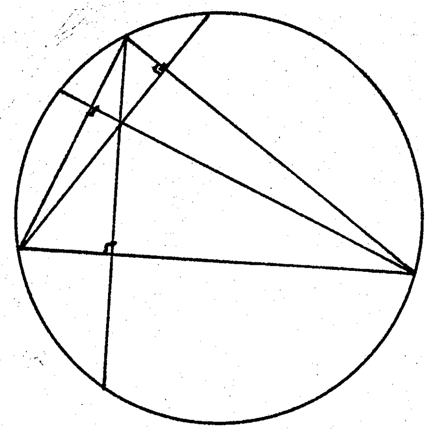
Triangle rectangle

et cercle circonscrit



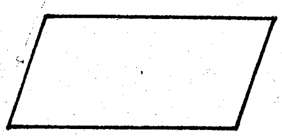
Cercle circoncrit à un triangle

et les symétriques de l'orthocentre

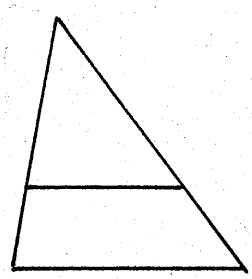


- liées à des transformations

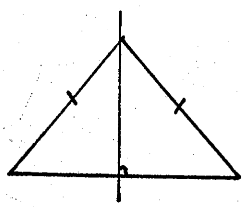
Translation



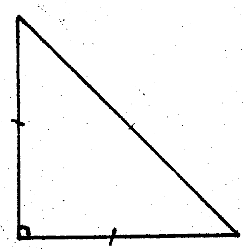
Homothétie



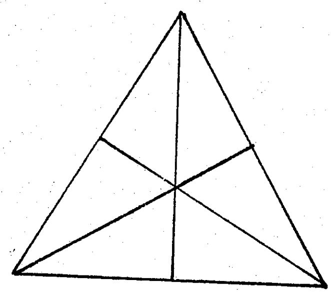
Réflexion



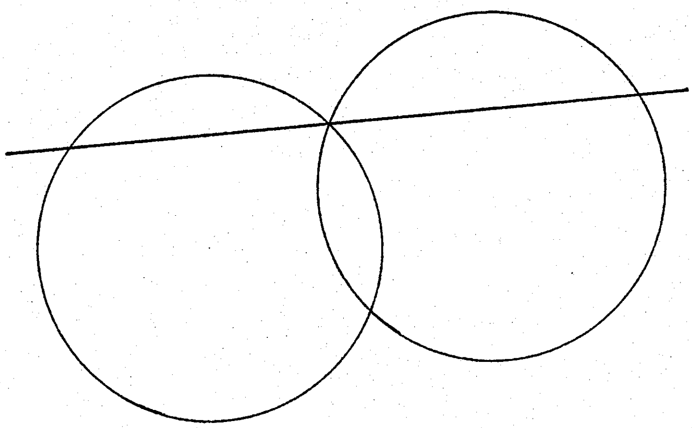
Rotation et similitude



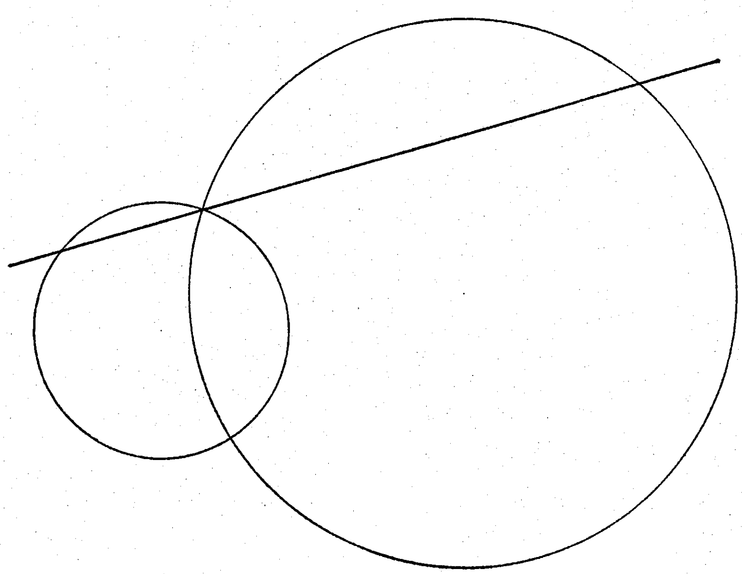
Rotations et réflexions



Soit la rotation R de centre O, point d'intersection de deux cercles de même rayon C et C', telle que C' soit l'image de C par R, alors un point de C, son image par R et le deuxième point d'intersection des cercles sont alignés.



Soit la similitude S de centre O, point d'intersection de deux cercles C et C', telle que C' soit l'image de C par S, alors un point de C, son image par S et le deuxième point d'intersection des cercles sont alignés.



Enfin, nous avons établi pour un certain nombre de problèmes (lieu, cocyclicité, alignement ...) des listes d'outils que l'on peut adapter au problème étudié. Ces listes sont proposées comme des aides, des points de repère qui ne servent qu'en cas de besoin, qu'il faut utiliser avec souplesse et sans rigidité. Leur élaboration ne commence à se faire qu'au bout d'un certain temps, elle se fait en classe et avec les élèves, on y met ce qu'on a effectivement eu l'occasion d'utiliser, et ces listes se complètent au fur et à mesure des exercices traités tout au long de l'année.

En voici un exemple, donné vers la fin de l'année par les élèves d'une classe de terminale C où l'expérience a été faite. Il s'agit des différentes méthodes rencontrées pour vérifier l'alignement de trois points. Nous n'indiquons que sommairement les différentes méthodes proposées ; les trois points sont notés A, B, C et sont supposés distincts.

Pour démontrer l'alignement de ces trois points, on peut prouver que

* les coordonnées des trois points vérifient $ax + by + c = 0$ (un repère ayant été choisi)
* les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires
* le déterminant $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est nul
* A est le barycentre de B et C affectés de coefficients convenables
* si a, b, c représentent les affixes de A, B, C dans C le rapport $(a-b)/(a-c)$ est réel
* l'angle de droites (AB, AC) est nul
* les trois points sont les projections sur les trois côtés d'un triangle d'un même point du cercle circonscrit au triangle (droite de Simson) ; on pourrait aussi utiliser la droite de Steiner, en démontrant que les trois points sont les symétriques par rapport aux trois côtés d'un triangle d'un

même point du cercle circonscrit au triangle, mais les élèves n'y ont pas pensé

* les trois points appartiennent simultanément à deux plans sécants (cette méthode suppose une utilisation de la géométrie dans l'espace pour résoudre un problème plan ; on l'a rencontrée dans l'exercie U)

* les points A, B, C sont les images par une application affine de trois points alignés (ce qui donne plusieurs méthodes en variant les applications)

* les trois points représentent respectivement le centre d'une homothétie, un point et son image dans cette homothétie

* les trois points représentent les centres de trois homothéties dont l'une est la composée des deux autres

* les trois points sont invariants dans une affinité

* il existe une symétrie glissée f telle que les trois points soient les milieux de trois segments du type [Mf(M)]

* il existe une rotation R de centre O, point d'intersection de deux cercles de même rayon C et C', telle que C' soit l'image de C par R et que les trois points représentent respectivement le deuxième point d'intersection des cercles, un point du premier cercle et son image par R (cf la configuration de base d'une rotation)

* il existe une similitude S de centre O, point d'intersection de deux cercles C et C', telle que C' soit l'image de C par S et que les trois points représentent respectivement le deuxième point d'intersection des cercles, un point du premier cercle et son image par S (cf. la configuration de base d'une similitude).

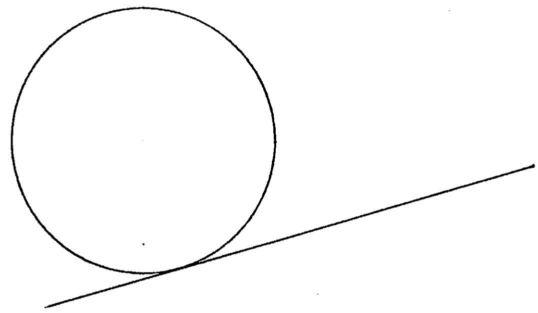
Il n'y a évidemment pas de bijection entre les outils et les types de problèmes, à la fois parce qu'un même problème peut souvent être résolu de plusieurs façons (analytique ou géométrique par exemple) et parce qu'un même outil sert dans quantité de problèmes différents.

Cependant le repérage du type de problème permet d'avoir des pistes sur les outils à faire fonctionner (par élimination aussi bien que directement). Par exemple, les outils du type "transformation" permettent d'introduire une dynamique dans les problèmes et sont souvent pertinents lorsqu'on adopte le point de vue "ensemble de points". Et ce sont ces questions de stratégies que nous avons développées.

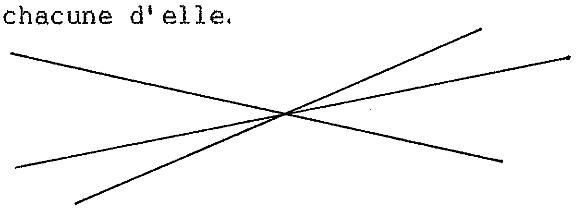
Vient ensuite, dans chaque cas, l'importance du choix du bon point de vue, puis, en cas d'échec, la nécessité de changer consciemment de stratégie, voire même de cadre.

Voici des exemples de "changement de point de vue" en géométrie.

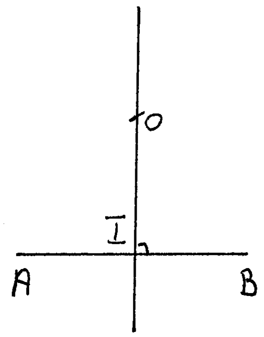
* La figure suivante peut être interprétée comme une droite tangente à un cercle, un cercle tangent à une droite ou une droite et un cercle tangents ; ces trois descriptions ne sont pas équivalentes du point de vue des stratégies éventuelles qu'elles peuvent amorcer.



* Pour interpréter le fait que trois droites sont concourantes, on peut utiliser le fait qu'elles passent par un même point ou qu'il existe un point appartenant à chacune d'elle.



* Un point O est sur la médiatrice d'un segment [AB] s'il vérifie OA = OB mais aussi si la perpendiculaire menée par O à la droite (AB) passe par I le milieu de [AB].



Enfin voici un exemple de changement de cadre.

Soit trois points A, B, C, et O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Montrer que le point M, défini par $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, est l'orthocentre du triangle ABC.

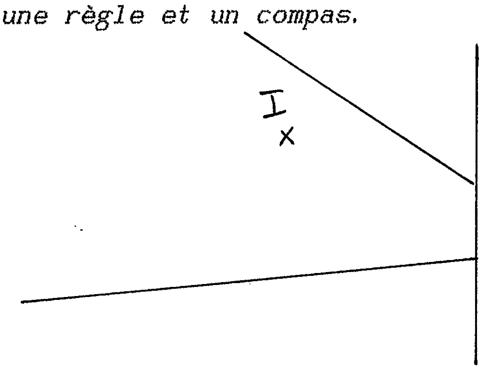
Cet exercice, par son énoncé même, oblige à effectuer un changement de cadre, l'orthocentre d'un triangle étant défini ponctuellement par l'intersection des trois hauteurs d'un triangle, et on demande de démontrer qu'il coïncide avec un point défini vectoriellement.

Les élèves disposent donc de ces éléments de stratégie (types de problèmes, configurations de base, outils/problèmes, changements de cadre, changements de point de vue). Nous revenons plusieurs fois sur l'utilisation de ces points de repère ; elle est double : ces éléments aident à se repérer mais aussi surtout à faire évoluer la recherche d'un exercice dans une direction ou dans une autre.

2) <u>Illustration</u>

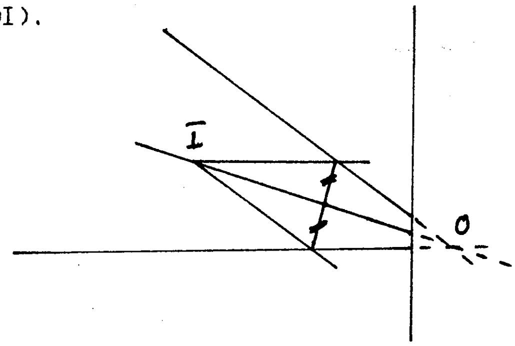
Nous allons illustrer la méthode (et donc déterminer des méthodes de résolution possibles) par un exemple sur un exercice qui est souvent proposé aux élèves depuis quelques années et que nous avons nous-même proposé aux élèves. Voici le texte :

Soit deux droites qui se coupent en un point O en dehors de la feuille de papier sur laquelle on travaille. Soit I un point de la feuille ; tracer la droite (OI) avec une règle et un compas.

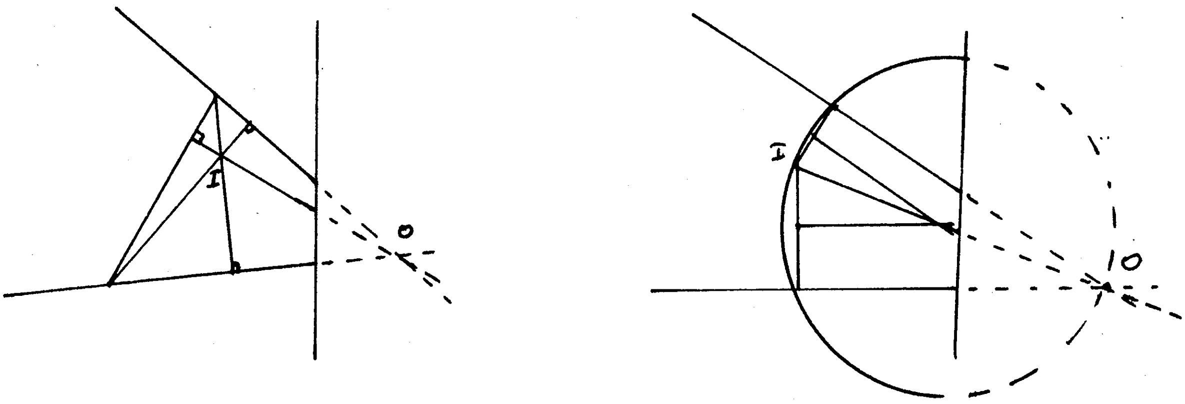


Il s'agit d'un problème de construction : on peut soit reconstituer une configuration (classique) dont la droite cherchée est un des éléments, soit utiliser une transformation pour obtenir une figure semblable à la figure initiale mais dans la feuille ; on peut alors construire l'image de la droite cherchée et revenir par transformation inverse à la droite cherchée. Ces choix font partie (en principe!) des connaissances méthodologiques des élèves.

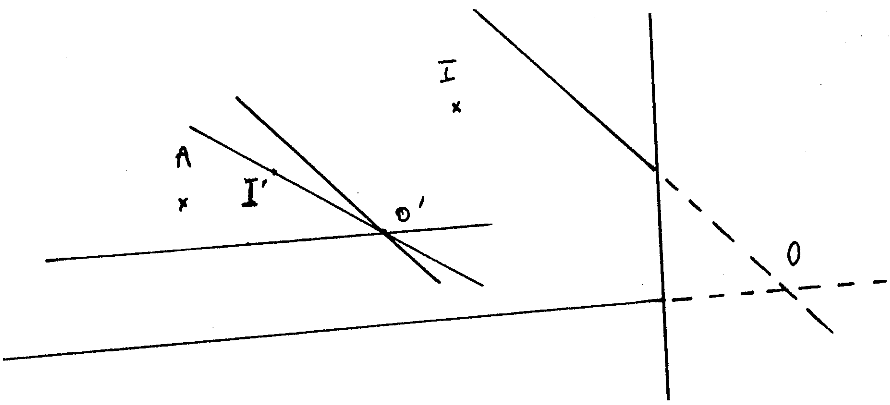
Si on adopte la première piste, plusieurs points de vue sont encore possibles. Une configuration de base familière, celle du parallélogramme et de ses diagonales qui se coupent en leur milieu, permet par exemple la reconstitution suivante, au moins dans certains cas : on fait jouer à I le rôle d'un sommet du parallélogramme et à O le rôle du sommet opposé, les côtés du parallélogramme étant respectivement portés par les deux droites et parallèles à ces droites. Le milieu de la diagonale joignant les sommets portés par les droites données est le point intermédiaire permettant de construire la droite (OI).



On peut aussi faire intervenir la configuration d'un triangle avec ses hauteurs, ou encore celle du cercle circonscrit à un triangle rectangle.



Dans le deuxième ordre d'idées, il s'agit de choisir une transformation convenable ; on peut choisir une homothétie qui réduit la figure pour être sûr de faire revenir O dans la feuille. Si on prend comme centre d'homothétie un point A quelconque, la droite cherchée sera la parallèle à la droite image (O'I') menée par I.



III ENSEIGNEMENT EFFECTIF DES METHODES ET ARTICULATION AVEC LES ACTIVITES DES ELEVES

1) Il reste à décrire comment nous avons effectivement réalisé cet enseignement méthodologique et tout d'abord comment nous l'avons commencé.

Rappelons que les élèves de terminale C ont déjà certains acquis en géométrie. Pour débuter, pendant les quatre ou cinq premières séances de travail en groupe, nous avons proposé aux élèves des exercices sans indications de méthodes et sans rapport avec le cours mené en parallèle. Pour résoudre ces exercices, ils ont dû ainsi chercher dans l'ensemble de leurs connaissances antérieures. Pour commencer l'enseignement des méthodes nous avons utilisé le constat fait par les élèves des difficultés rencontrées lors de ces quelques séances de travaux pratiques. Pour cela nous avons consacré une séance en classe entière à rassembler toutes ces recherches d'exercices. Nous en avons fait le bilan en indiquant alors un certain nombre des éléments ci-dessus : classification a priori des problèmes, changements de cadres, changements de point de vue, liste d'outils (le mot est utilisé), configurations de base élémentaires. Les connaissances préalables des élèves et ces premiers exercices leur permettent de donner du sens à ces premières interventions sur les méthodes, c'est ce qui justifie notre choix de commencer ainsi.

Pour poursuivre cet enseignement nous avons utilisé tout au long de l'année tous les moments favorables.

a) En premier lieu, les séances hebdomadaires, pendant toute l'année scolaire, de travail en petits groupes sur des exercices sans indication (en particulier les exercices où l'utilisation explicite d'une méthode peut permettre de démarrer en cas de difficulté initiale) s'inscrivent dans ce déroulement, assurant le réinvestissement et la motivation des interventions sur les méthodes.

Voici par ordre chronologique, pour l'année 1987-1988, les différents exercices proposés. Certains d'entre eux ont été donnés en 1986-1987 et, quand les séances correspondantes ont été décryptées, nous le signalons de la façon suivante : nous ajoutons (*B) à la fin de l'énoncé de l'exercice donné à la séance B.

* Le plan étant muni d'un repère orthonormé, déterminer l'image de l'ensemble des points M de coordonnées (x, y) vérifiant $|x| \leqslant 1$ et $|y| \leqslant 1$ par la transformation définie par : $\begin{cases} x' = x + y \\ y' = x - y \end{cases}$

* Soit trois points A, B et C. Soit trois nombres a, b et c strictement positifs et soit M le barycentre des points pondérés (A, a), (B, b) et (C, c). Démontrer que : a/aire(BCM) = b/aire(ACM) =c/aire(ABM).

* Soit trois points A, B, C, et O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Montrer que le point M, défini par $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, est l'orthocentre du triangle ABC.

* Démontrer que les symétriques de l'orthocentre d'un triangle par rapport aux côtés de ce triangle se trouvent sur le cercle circonscrit au triangle.

* Soit un triangle ABC et soit H son orthocentre. Montrer que les pieds des hauteurs, les milieux des côtés et les milieux des segments [AH], [BH] et [CH] sont sur un même cercle.

* Chercher le lieu de l'orthocentre des triangles ABM lorsque A et B sont fixes et que M décrit un cercle passant par A et B.

* Même question pour le centre du cercle inscrit.

* Soit un triangle ABC et trois points P, Q et R situés respectivement sur les droites (BC), (AC) et (AB). Démontrer que si les droites (AP), (BQ) et (CR) sont concourantes alors l'égalité suivante est vraie : $(\overline{PB}/\overline{PC}) \times (\overline{QC}/\overline{QA}) \times (\overline{RA}/\overline{RB}) = 1$. Etudier la réciproque.

* Dans un trapèze démontrer que les milieux des côtés parallèles, l'intersection des côtés non parallèles et l'intersection des diagonales sont alignés (* B).

* Vrai ou faux en géométrie de l'espace (propriétés d'incidence).

* Soit quatre points A, B, C et D, cocycliques. Soit I le milieu de [AB], J le milieu de [BC], K le milieu de [CD], L le milieu de [DA], M le milieu de [AC] et N le milieu de [BD]. On trace la droite perpendiculaire à (AB) passant par I, la droite perpendiculaire à (BC) passant par J etc...Démontrer que les six droites obtenues sont concourantes.

* Exercices de modélisation d'une situation concrète par des suites.

* Traduction de configurations avec des nombres complexes (angle droit, triangle rectangle isocéle, triangle équilatéral, distance...).

* Dans le plan complexe, soit un triangle (ABC) direct, soit M le milieu de [BC] et soit (BAB') et (C'AC) deux triangles rectangles isocèles directs de sommet A. En calculant des affixes montrer que B'C' = 2 AM et que la droite (B'C') est perpendiculaire à la droite (AM).

* Construire un cercle tangent à un cercle en un point donné et à une droite, passant par un point donné et tangent à deux droites données.

* Etudier la suite définie par : $u_0 = 1/2$ et pour tout n de N, $u_{n+1} = (1-u_n)^2$ (* H).

* Etant donné deux droites se coupant en un point I situé en dehors de la feuille et un point A situé dans la feuille tracer la droite (AI) (* I).

* Vrai ou faux sur les suites.

* Chercher toutes les isométries conservant un triangle isocèle, équilatéral, un rectangle, un carré.

* Soit C un cercle fixe et A et B deux points de ce cercle. M décrit le cercle C, P est le projeté orthogonal de A sur la bissectrice de AMB, quel est le lieu du point P ?

* Soit un triangle OAB, tel que l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ mesure $\Pi/3$. Déterminer le lieu des centres des similitudes transformant A en B et la droite (OA) en la droite (OB) (* Q).

* Etude de la fonction trigonométrique définie par f(x) = 1 + cos3x.

* Exercices de modélisation de situations par des suites.

* On considère deux sphères S_1 et S_2 et une droite D, soit C_1 le centre de S_1 et C_2 le centre de S_2, R_1 le rayon de S_1 et R_2 le rayon de S_2, d_1 la distance de C_1 à D et d_2 la distance de C_2 à D. Soit M un point de D

et T_1 et T_2 deux points situés respectivement sur S_1 et S_2 tels que les droites (MT_1) et (MT_2) soient tangentes respectivement à S_1 et S_2. Situer M sur D pour que $MT_1 + MT_2$ soit minimum (exercice de Concours Général).

* Exercices de dénombrement (modélisation de situations concrètes permettant d'utiliser les combinaisons...).

* Soit le parallélépipède défini par un sommet A et les arêtes [AB], [AC] et [AD]. Déterminer son volume en utilisant les trois vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{AD}$.

* On considère six points A, A', B, B', C et C' tels que les droites (AA'), (BB') et (CC') soient parallèles et que les droites (AB) et (A'B') soient sécantes en un point I, les droites (BC) et (B'C') soient sécantes en un point J et les droites (AC) et (A'C') en un point K. Que peut-on dire des points I, J et K ? (* U).

* On considère un triangle BCD équilatéral et un point A dont la projection orthogonale H sur le plan du triangle BCD est le centre de ce triangle. Soit M un point du segment [AH]. Déterminer M pour que la somme des aires des triangles AMB, AMC, AMD, BCM, CDM et DBM soit minimale.

* Etude de la suite récurrente déjà donnée (* H).

b) Après la première intervention sur les méthodes nous avons fait compléter "ce qui manque" au fur et à mesure du déroulement des activités ultérieures, par exemple en reprenant des résultats d'exercices pour compléter la liste des configurations de base, ou en reprenant des méthodes rencontrées pour compléter les correspondances problème/outils adaptés. Le cours lui-même est organisé dans cette perspective (fiches sur les rotations, similitudes...).

c) Aussi souvent que possible, dans le cours, les corrections (exercices, devoirs, contrôles) ou les activités en classe, nous avons aussi repris explicitement nous-même les repères, les méthodes, le langage proposés ci-dessus, par exemple nous avons souligné les changements de points de vue que nous avons rencontrés ou les changements de cadre. Nous avons essayé d'amener les élèves à la même attitude. Ainsi, lors des corrections d'exercices par les élèves, nous leur avons demandé de présenter d'abord les principes de leurs démonstrations, de dire comment ils avaient été amenés à trouver la méthode qui leur avait permis de résoudre l'exercice ; et, dans le cas où l'élève envoyé au tableau n'avait pas su arriver à la solution, nous en avons profité pour montrer par des questions comment on peut, de façon peut-être un peu volontariste, en utilisant les repères proposés, trouver des moyens pour démarrer.

2) Le contrat explicite dans la classe.

Enfin, sur un plan plus général, nous avons essayé de valoriser toutes les activités des élèves. Il est difficile de préciser complètement comment nous avons fait cela car beaucoup de variables entrent en jeu. Il est probable par exemple que nous avons eu certaines réactions non verbales et certaines attitudes plus ou moins inconscientes qui ont joué un rôle et que nous ne pouvons pas analyser ici. Cependant nous allons préciser certains points qui ont été explicités.

* Les élèves posent de nombreuses questions pendant les séances ce que nous encourageons toujours. Nous pouvons alors les reprendre, les approfondir, les élargir, y répondre ou y faire répondre, reconnaître que l'on ne peut pas y répondre pour l'instant, ou encore souligner l'intérêt de se poser des questions métamathématiques du type "à quoi ça sert ?" lorsqu'un élève le fait.

* Nous encourageons aussi toute réflexion d'élève sur sa propre activité. Par exemple, les problèmes de contrôle en classe, avec beaucoup d'indications, ressemblent à ceux de l'examen. Ils ne permettent pas de

prendre en compte une recherche qui n'a pas abouti, mais en revanche nous avons donné des points de bonus aux élèves qui, ayant des résultats incohérents, écrivaient clairement sur leurs copies qu'ils avaient vu les contradictions en ne sachant pas trouver leurs erreurs.

* Et enfin nous avons valorisé la pratique du travail en petits groupes en encourageant les élèves à travailler ainsi en dehors des heures de classe et en disant explicitement que le travail en groupe peut permettre de mieux apprendre, et concrètement en acceptant une copie pour deux voire trois élèves pour les devoirs hebdomadaires qui n'étaient pas des contrôles en classe.

Rappelons que c'est sur le déroulement des séances en petits groupes que nous avons centré une partie de notre étude, pour cela nous utilisons des enregistrements et nous allons maintenant décrire la méthodologie utilisée pour les analyser.

CHAPITRE III

METHODOLOGIE DE TRANSCRIPTION

ET

D'ANALYSE DES

ENREGISTREMENTS

Pour étudier précisément les transcriptions des enregistrements en fonction de notre problématique, nous avons utilisé une méthodologie que nous allons exposer après quelques remarques sur le décryptage des enregistrements.

I REMARQUES PRELIMINAIRES SUR LE DECRYPTAGE

Le décryptage d'une bande magnétique fait perdre de l'information. Déjà l'enregistrement lui-même n'a pu conserver que la partie sonore de la situation, mais de plus le transfert à l'écrit supprime certaines caractéristiques. Pour les durées par exemple, nous n'avons pas tenu compte du temps et nous ne nous sommes attachée qu'à transcrire les mots prononcés. Ainsi, pour les temps de silence, nous avons choisi seulement de signaler ceux qui nous semblaient les plus longs. Quant aux intonations, elles se traduisent par la ponctuation, mais nous avons choisi de l'utiliser au minimum afin de ne pas introduire d'éléments subjectifs supplémentaires et de laisser les imprécisions causées par la transcription d'interventions orales.

Il n'est pas toujours facile de repérer, à l'écoute de la bande magnétique, quel est l'élève qui parle. Le fait que ce sont mes élèves qui sont enregistrés m'a cependant considérablement facilité la tâche de transcription.

On ne comprend pas toujours ce qui est dit. Certaines interventions n'ont donc pas pu être transcrites et sont signalées comme inaudibles.

Il arrive qu'on ne comprenne pas la signification complète de ce qui est dit car le magnétophone ne peut enregistrer que les mots et la communication dans le groupe n'est pas seulement orale. Par exemple on peut entendre "ce point-là est sur cette droite-là" et le contexte ne permet pas toujours de comprendre toutes les allusions. Les élèves parlent, mais ils écrivent et ils dessinent aussi et il n'est pas toujours facile de reconstituer l'activité de chacun (et du groupe) à l'écoute de la bande. Il aurait donc été utile d'avoir à sa disposition les productions écrites des élèves pour compléter les informations données par l'enregistrement. Mais les élèves sont souvent amenés à poursuivre la recherche après la séance de travail en groupe, et nous avons choisi de ne pas recueillir ces documents, dont les élèves pouvaient encore avoir l'usage, pour ne pas perturber davantage l'expérience pour les besoins de son analyse ultérieure. Mais cet inconvénient est atténué en partie par le fait que j'étais présente lors de toutes ces séances de travail en groupe, et que j'ai pu voir ce qu'avaient fait les élèves lors de mes différents passages.

Enfin, pour ma part, je me suis efforcée de ne pas utiliser trop de démonstratifs dans mes interventions auprès des groupes pour éviter les phrases trop vagues, pour les élèves mais aussi pour la transcription.

Les interventions hors-sujet n'ont pas été transcrites mais elles sont signalées.

II <u>GRILLE GENERALE D'ANALYSE DE CHAQUE ENREGISTREMENT</u>

Chaque enregistrement, puis l'ensemble de ces enregistrements, est soumis à deux types d'analyse que nous allons détailler successivement :

- une étude du discours en lui-même,
- une étude du discours par rapport à la production mathématique.

1) Analyse du discours.

Dans les interventions des élèves, nous relevons celles dont le contenu concerne un discours sur les mathématiques ou sur ce que le groupe est en train de faire, nous ne relevons pas ici celles dont le contenu est strictement mathématique. Plus précisément nous retenons pour l'analyser tout ce qui concerne les méthodes et le contrôle sur le travail collectif. Nous avons aussi étudié un type d'interventions dont la forme nous paraît significative : les interventions qui contiennent des questions. Nous pensons en effet qu'elles peuvent nous donner des indications sur le fonctionnement des groupes et sur la démarche des élèves.

Avant de donner le détail de l'analyse des questions et des interventions sur les mathématiques qui ont été retenues et de justifier nos choix, nous allons délimiter plus précisément les interventions que nous avons distinguées ici.

Rappelons que nous ne retenons pas dans cette première analyse le discours strictement mathématique (rappels de l'énoncé, prévisions, éléments de démonstration, conclusions, énoncés de théorèmes ...) ni même les évaluations mathématiques ("c'est juste", "c'est faux"...).

Nous ne retenons pas non plus ce qui concerne la communication élémentaire dans le groupe ("regarde", "attends", "d'accord"...), ni les commentaires sur les activités et les "états d'âme" purement individuels ("je ne sais pas", "je ne me rappelle plus", "j'ai une idée", "je me suis trompé(e)"...).

Précisons enfin que nous ne tenons pas compte des échanges qui ont lieu pendant les interventions du professeur.

Il n'est pas toujours facile de classer certaines phrases et nous avons été amenée à prendre des décisions arbitraires (mais que nous avons estimées raisonnables) et que nous avons essayé de respecter dans toutes les transcriptions. Ainsi nous classons comme questions les phrases émises sur un mode interrogatif large, quitte à nous laisser guider par l'intonation. Par exemple les indicateurs comme "d'accord" ou "peut-être" sont, suivant les cas, associés ou non à des questions.

De manière générale nous tenons compte du contexte (et de l'intonation) pour interpréter les différentes interventions. Une même phrase peut être repérée différemment selon les cas : par exemple, "à quoi ça va nous mener", est interprétée différemment selon le rapport plus ou moins direct avec l'exercice de ce qui suit et de ce qui précède. Un "oui" est interprété comme la phrase précédente quand le contexte le permet.

Nous n'avons pas toujours pu classer certaines phrases, en particulier celles laissées en suspens.

Nous allons maintenant préciser le détail de cette analyse du discours, d'abord pour les interventions sur les mathématiques et sur ce que le groupe est en train de faire, puis nous passerons à l'analyse des questions.

a) **Analyse des interventions des élèves sur les mathématiques et sur ce que le groupe est en train de faire.**

Dans le discours métamathématique nous ne retenons pas toutes les interventions. Par exemple nous ne tenons pas compte de déclarations telles que "c'est facile", "c'est rigolo", "ça serait trop simple". Nous retenons les déclarations qui concernent les méthodes et celles qui témoignent d'une réflexion sur ce que le groupe est en train de faire.

En ce qui concerne les *déclarations sur les méthodes*, nous avons distingué trois types. En fait certaines interventions sont à la limite de deux types.

Nous classons dans un premier type que nous appelons "méth 1" les réflexions imprécises et sans rapport direct avec le problème (interrogatives ou non).

Donnons quelques exemples, que nous sommes obligée d'extraire de leur contexte (ce qui fait perdre ici de l'information) : "comment montrer ça ?", "il faut dire que c'est un problème d'alignement et après il faut chercher toutes les méthodes dessus", "ça peut peut-être nous aider de lire l'énoncé", "je fais des exemples".

Nous classons dans le deuxième type que nous appelons "méth 2" les propositions, critiques, ou justifications de méthodes précises mais sans ancrage dans le problème (interrogatives ou non).

Donnons quelques exemples : "et si on essayait les homothéties", "on peut pas se servir des barycentres ?", "faudrait qu'on en trouve deux autres [points]".

Nous classons dans le troisième type que nous appelons "méth 3" les propositions, critiques, ou justifications de méthodes avec au moins un ancrage dans le problème (interrogatives ou non).

Donnons quelques exemples : "je crois qu'il faudrait d'abord faire la réciproque", "il faut utiliser que les trois droites sont parallèles", "il faut que tu montres que c'est le centre", "à quelle égalité angulaire on doit arriver pour montrer que c'est le centre du machin ?", "comment tu vas traduire toutes les hypothèses par les complexes ?".

Dans la bande J1 nous trouvons un exemple des trois niveaux dans des interventions successives. Nous le présentons ci-dessous en utilisant la présentation qui sera détaillée un peu plus loin et qui sera utilisée pour toutes les bandes.

N : je vois ... ouais c'est ça mais je me demande si on peut pas le dire autrement
M : bon je vois pas comment
N : *avec les homothéties*
M : *ben*
N : *une homothétie de centre B, de rapport je sais pas trop quoi*
M : ouais mais le rapport il changera à chaque fois
V : mais pourquoi ?
M : non attends ... ben non ... ben si peut-être c'est l'image du point I par ...
V : du point I ?
N : ou alors ça serait une translation de vecteur AO +1/3AO, de vecteur 4/3AO
M : non
N : voilà
M : **non, si tu veux le dire avec une homothétie c'est une homothétie de centre B qui, ...à I a pour image G donc par l'homothétie**
N : **non, non**
M : **de centre B et de rapport -1/3**

Les deux premières interventions sont classées dans le type "méth 1", les trois suivantes dans le type "méth 2" et les trois dernières dans le type "méth 3". La cinquième intervention, *une homothétie de centre B, de rapport je sais pas trop quoi*, peut être considérée à la limite des types "méth 2" et "méth 3", ceci est inévitable et encore une fois nous avons essayé de faire des choix acceptables.

Pour nous, l'intérêt de cette classification est le suivant : si notre hypothèse est valide, le scénario devrait amener à une utilisation du niveau "méth 3". Or le repérage proposé permet précisément d'infirmer ou de confirmer cette hypothèse tout en laissant voir l'existence et les évolutions éventuelles des déclarations sur les méthodes.

En ce qui concerne *le contrôle*, il s'agit de phrases assez générales, mais qui correspondent à une réflexion sur ce que le groupe est en train de faire. Par exemple, "ça ne marche pas", "sinon elle n'aurait pas précisé", "on n'a rien démontré", "on veut arriver à quoi ?".

L'intérêt de l'étude de ces moments de contrôle est de pouvoir cerner si une telle démarche existe chez les élèves et si elle évolue au fur et à mesure de l'année, compte tenu de l'enseignement sur les méthodes.

b) **Analyse des questions.**

Rappelons qu'ici c'est la forme des interventions qui nous intéresse et que nous prenons en compte toutes les interventions qui sont des questions au sens large, y compris celles déjà considérées, pour leur contenu, dans la classification précédente. Nous n'avons pas distingué les questions suivies de réponses des autres restées en suspens.

Nous repérons, dans les questions de type mathématique, celles qui sont essentiellement des demandes de rappels (de théorèmes, définitions, techniques de calculs...), celles qui sont des demandes de justifications (de démonstration, calculs, résultats), et celles qui sont des demandes de résultats ou de prévisions.

Ainsi pour les rappels de cours : "c'est quoi la définition d'un trapèze ? ", "c'est quoi déjà Thalès ? "

Pour les demandes de justification : "mais pourquoi tu prends Q' ?"

Pour les demandes de résultats : " est-ce qu'il est isocèle ce triangle ?"

Nous distinguons enfin les questions concernant les méthodes et celles portant sur un retour sur l'activité du groupe.

Certaines questions sont apparemment de simples demandes de précisions sur ce qui vient d'être dit ("qu'est ce que tu viens de dire ?", "hein ?"), mais comme nous ne pouvons pas les interpréter (est-ce qu'il y a une incompréhension ou une simple inattention ?) nous les réunissons avec toutes les autres questions "inclassables" (comme "d'accord ?", "et alors ?") qui correspondent le plus souvent à des modalités formelles de communication au sein du groupe.

L'intérêt de cette classification des questions est de pouvoir repérer quelques fonctions du groupe, bien que la non prise en compte de l'existence et de la nature des réponses amène à relativiser ces résultats. En particulier relever quels sont les types de questions les plus fréquentes donne des indications intéressantes sur les points suivants :

* sur quoi les élèves s'interrogent-ils au cours d'une résolution de problème ?

* quel rôle attribuent-ils donc implicitement au groupe ?

c) **Présentation des transcriptions.**

Les élèves sont désignés par leurs initiales, le professeur par Pr.

Les interventions du professeur sont écrites en caractères plus serrés, ainsi que l'ensemble des échanges ayant lieu pendant la présence du professeur.

Les interventions strictement mathématiques ne sont pas distinguées. les différentes catégories d'interventions sur les mathématiques étudiées ci-dessus sont repérées par des typographies diférentes.

Le contrôle est en **gras**, et les interventions sur les mathématiques sont soulignées. Plus précisément, ce que nous avons appelé

"méth 1" est simplement <u>souligné</u>,

"méth 2" est en <u>*italique souligné*</u>,

"méth 3" est en <u>**gras souligné**</u>.

Les hors-sujet sont notés HS.

Quant aux questions, on ne précise pas leur nature sur la transcription.

Les silences, les hésitations, dans une intervention sont indiqués quand ils sont particulièrement longs par des points de suspension ; les silences entre deux interventions ne sont pas toujours signalés, dans la mesure où, comme nous l'avons dit, nous ne tenons pas compte du temps.

On note AB lorsqu'à l'écoute de l'enregistrement on entend AB sans autre précision (droite, segment, longueur, vecteur ...). La plupart du temps le contexte permet de savoir de quoi il s'agit et pour faciliter la lecture nous avons alors utilisé les notations habituelles.

De même, "3 sur 4" peut être transcrit 3/4 .

2) Etude de l'élaboration des démonstrations.

Il s'agit d'analyser l'évolution et la dynamique des propositions mathématiques et méthodologiques des élèves, ainsi que les interactions entre les élèves.

Dans un enregistrement, on repère dans un tableau chaque étape du travail et on en caractérise schématiquement les différentes phases (propositions de méthodes, éléments de démonstration, prévisions, conclusions, évaluation, contrôle...). on indique les intervenants, on signale les discussions et les interventions du professeur (qui sont très résumées).

Ce tableau nous permet de repérer l'existence (ou l'absence) de stratégies différentes, la naissance de nouvelles stratégies collectives à partir de propositions individuelles partielles, les phénomènes de relais. Ces derniers correspondent à l'adoption par un élève d'une stratégie proposée par quelqu'un d'autre et témoignent donc de changements de stratégie individuelle (au moins partiels).

Ce tableau permet d'étudier l'influence des interventions sur les méthodes et du contrôle sur le travail du groupe ainsi que celle des interventions du professeur. Il nous permet de visualiser ce qui ne fait pas l'unanimité immédiate, les discussions, ce qui est rejeté ou adopté par le groupe, et les conclusions du travail.

Pour certains enregistrements il ne nous a pas paru utile de faire de tableau, le groupe n'arrivant pas du tout à avancer ou répondant aux questions posées les unes après les autres.

Présentation de l'étude de l'élaboration des démonstrations.

Nous faisons un commentaire du travail du groupe, que nous complétons par un tableau où sont indiquées en colonne les étapes importantes de la recherche du groupe.

Dans chaque colonne apparaissent schématiquement les idées ou les activités des élèves (indiqués par leurs initiales) et ce qui a fait évoluer le travail du groupe.

Les propositions d'ordre méthodologique sont soulignées, le contrôle est souligné comme ici, les conclusions sont entourées. Les interventions du professeur sont indiquées transversalement. La chronologie apparaît verticalement.

Ces commentaires et ces tableaux complétent l'étude des bandes d'un point de vue plus mathématique. Nous en ferons une étude générale après l'analyse du discours dans l'ensemble des enregistrements.

Ceci nous permettra d'examiner l'organisation des différentes participations des élèves à la production mathématique du groupe, leurs interactions et leurs évolutions.

Nous pourrons ainsi analyser chaque bande et l'ensemble des bandes par différentes comparaisons. Une autre étude pourrait être menée, centrée davantage sur les élèves pris individuellement ; notre problématique ne justifie pas des investigations de ce type, et nous ne nous sommes d'ailleurs pas donné les moyens d'interpréter les participations individuelles en fonction du niveau des élèves, de leur passé ou d'autres critères.

CHAPITRE IV

ANALYSE GLOBALE

DES

TRANSCRIPTIONS

Nous avons montré dans le chapitre II qu'on peut élaborer un scénario correspondant à la mise en oeuvre de notre hypothèse. Le scénario a été réalisé plusieurs fois, il s'agit maintenant d'en appréhender les effets à travers le matériel des documents de référence.

Nous présentons d'abord les groupes qui ont été enregistrés et les séances qui ont été transcrites, puis les caractéristiques que nous donnons pour chaque bande dans les documents de référence. Ce matériel nous permet dans ce chapitre de faire une étude globale et comparée de l'ensemble des bandes.

Dans cette étude globale, nous allons d'abord étudier s'il y a des perturbations dans le travail des élèves et si le contrat est respecté ; nous consacrerons ici aussi un paragraphe spécial au fonctionnement du contrat.

Nous étudierons ensuite le fonctionnement des différents groupes, mesurant ainsi si c'est bien le scénario prévu qui se réalise et si oui, quelles variables se dégagent.

Nous analyserons les interventions des élèves sur les méthodes. Nous en préciserons le rôle dans les démonstrations, nous montrerons l'évolution positive de l'utilisation des méthodes par les élèves, nous dégagerons aussi le rapport entre l'utilisation des méthodes et la tâche d'une part, et la composition du groupe d'autre part.

Ensuite, nous étudierons l'effet et l'évolution de l'utilisation des méthodes et du travail en groupe sur l'élaboration des démonstrations.

Pour finir, l'analyse de l'interaction entre les élèves et le professeur, et en particulier l'évolution des interventions du professeur, seront précisées dans la mesure où le rôle du professeur est une des variables importantes du scénario.

Dans chaque cas nous nous attacherons particulièrement au groupe 1 pour lequel nous avons décrypté beaucoup de bandes ; nous pourrons donc donner des résultats plus précis pour ce groupe et en particulier nous pourrons voir son évolution au cours de l'année.

Signalons dès maintenant l'existence de redites. Mais elles sont inévitables dans la mesure où une même réalité est étudiée suivant différents points de vue : la démarche méthodique, le fonctionnement du groupe, le contrat, la démonstration mathématique, le rôle du professeur.

I PRESENTATION DE L'ENSEMBLE DES TRANSCRIPTIONS

1) Composition des groupes

Pendant une même année, en 1986-1987, durant toutes les séances de travail en petits groupes, nous avons enregistré quatre groupes. Le premier jour j'ai demandé quels étaient les deux groupes dans chaque demi-classe qui accepteraient d'être enregistrés toute l'année pour les besoins d'une étude sur le travail en groupe. Voici la composition de ceux qui ont accepté et qui ont donc été enregistrés :

* Le groupe 1 est formé de trois élèves (désignés par leurs initiales M, N et V) dont le niveau, par rapport aux critères habituels, est globalement plutôt moyen, M étant un peu plus fort que les autres. Ils se sont groupés par affinité le premier jour. Ce groupe a été stable toute l'année.

* Le groupe 2 est composé de trois élèves (désignés par P, Pi et D), il est hétérogène. Deux de ces élèves redoublent, ils étaient ensemble l'année précédente dans la classe de terminale où nous avions déjà travaillé de la même façon, ils sont donc habitués depuis un an à cette forme de travail. Le troisième élève n'est pas un redoublant, il travaille de façon très individualiste et c'est peut-être seulement avec ces deux redoublants qu'il a pu rejoindre un groupe.

* Le groupe 3 est formé de quatre élèves moyens, désignés par C, Ce, J et S, J étant remplacé par Sy dans une séance. Les enregistrements sont très difficiles à décrypter pour ce groupe, sans doute du fait de la présence de quatre élèves (et non trois). Cela explique que seules deux bandes de ce groupe ont été transcrites.

* Le groupe 4 est formé de trois élèves (désignés par P, JY et T) de niveau plutôt faible. Le français n'est pas la langue maternelle de T ce qui explique certaines expressions et peut-être aussi le fait que cette élève parle moins que les autres.

2) <u>Séances étudiées</u>

Pour voir l'évolution éventuelle d'un groupe, nous avons donc choisi d'étudier plusieurs enregistrements d'un même groupe. A cause de la composition du groupe 2 et des difficultés de transcription des enregistrements du groupe 3, nous avons choisi les groupes 1 et 4. Le groupe 1 nous a paru moins particulier que le groupe 4 dans lequel un facteur externe au scénario intervient dans les interventions de T. Nous présentons donc sept transcriptions pour le groupe 1 et trois pour le groupe 4. Nous les avons complétés par un enregistrement du groupe 2 et deux enregistrements du groupe 3 pour faire davantage de comparaisons.

Nous avons essayé d'analyser des séances correspondant à un certain nombre de types de problèmes bien caractéristiques, en nous ménageant aussi un maximum de comparaisons entre les tâches pour mieux percevoir les évolutions qui nous intéressent.

Toute l'année, les séances ont été codées par une lettre, l'ordre chronologique étant traduit par l'ordre alphabétique ; les enregistrements sont donc codés par la lettre de la séance et le numéro du groupe.

Voici donc les bandes que nous avons choisi de décrypter et que nous analysons ; en annexe sont cités tous les énoncés des exercices donnés pendant l'année scolaire lors des séances de travail en petits groupes.

Pour le groupe 1 :

une séance au début de l'année : B1 (problème d'alignement)

une tâche d'analyse : H1

un exercice avec beaucoup d'indications : J1 (exercice de bac)

un problème de lieu sans indication : M1

un problème de lieu, avec quelques indications : Q1

un exercice sur les isométries et les nombres complexes : S1

un problème d'alignement à la fin de l'année : U1

Pour les autres groupes :

un deuxième exemple de la tâche B : B3

un deuxième exemple de la tâche d'analyse : H4

un exercice de construction : I2

un deuxième exemple de I et une autre bande du groupe 4 : I4

un deuxième exemple de M et une autre bande du groupe 3 : M3

un deuxième exemple de S et une autre bande du groupe 4 : S4

Nous présentons les bandes dans l'ordre suivant :

B1 H1 JI M1 Q1 S1 U1 I2 B3 M3 H4 I4 S4

3) Présentation d'un enregistrement

Nous étudions successivement chaque bande en donnant pour chacune d'entre elles un certain nombre de caractéristiques.

* Le contrat.

Nous le précisons quand il s'agira du premier contrat ou lorsque le passage au troisième contrat vient d'avoir lieu (cf chapitre II page 33).

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Nous précisons la situation de la séance par rapport au cours (notions et méthodes) et son objectif a priori, l'énoncé de la consigne et nous donnons une brève analyse de la tâche (type de problème, variété a priori des modes de résolution, compte tenu de l'avancement du cours et des éventuelles indications données dans l'énoncé).

* Les moments hors-sujet.

La présence ou l'absence de ces moments "hors-sujet" est signalée, ils sont comptés, leur durée est donnée de façon qualitative, ils sont commentés si le moment où ils ont lieu, si le thème ou encore le ton des voix est significatif.

* Les perturbations provoquées par la présence du magnétophone.

Quand elles sont exprimées verbalement, nous les avons indiquées et détaillées.

* Le fonctionnement du groupe, le rôle des élèves.

Si dans une séance le fonctionnement du groupe nous a paru significatif, nous l'avons signalé.

* Le fonctionnement du contrat : élèves, professeur, le rôle des interventions du professeur.

La transcription permet de voir comment le contrat est respecté de la part des élèves et de la part du professeur ; dans chaque cas nous avons noté dans quelle circonstance a lieu l'intervention du professeur et quel en est l'effet.

* Description quantitative des diverses interventions.

La méthodologie que nous avons exposée permet d'introduire pour chaque bande un certain nombre de données quantitatives (après avoir classé les interventions comme nous l'avons indiqué).

Tout d'abord, nous comptons le nombre total d'interventions des élèves - rappelons que nous appelons intervention toute prise de parole quelle que soit sa longueur - nous ne comptons pas les interventions hors-sujet ni les interventions faites en présence du professeur. Nous comptons aussi le nombre d'interventions par élève.

Ensuite, nous comptons le nombre total des interventions que nous avons retenues ("méth", contrôle, questions) et nous en donnons le pourcentage par rapport au total des interventions ; pour les interventions méthodologiques nous précisons la répartition de ces interventions dans les trois types que nous avons distingués, "méth 1" (interventions imprécises et sans rapport direct avec le problème), "méth 2" (interventions précises et sans rapport direct avec le problème) et "méth 3" (interventions précises et en rapport direct avec le problème).

Nous donnons la répartition par élève des interventions méthodologiques et des questions, et nous en donnons la proportion dans le discours de chaque élève.

Pour chaque enregistrement les effectifs de ces données quantitatives peuvent être faibles, voire très faibles. Pour faciliter les comparaisons nous les donnons aussi sous forme de pourcentages, mais nous n'oublierons pas que ces nombres ne sont pas suffisamment importants et qu'il faudra les interpréter avec prudence. Rappelons qu'il y a bien sûr certaines interventions à la limite de notre classification, ou de deux types d'interventions et que nous n'avons pas tenu compte du temps, ce qui nous fait compter pour une intervention méthodologique aussi bien un seul mot qu'une phrase très longue. Il faudra aussi en tenir compte dans l'analyse de ces enregistrements, en particulier pour nuancer certaines conclusions.

* Description de l'élaboration la démonstration.

Pour chaque enregistrement, nous donnons le commentaire et le tableau schématique qui sera utilisé dans ce chapitre pour l'analyse globale et comparée de la construction des démonstrations.

Le cas échéant cette présentation est complétée par des remarques propres à la bande étudiée.

II ANALYSE DES PERTURBATIONS ET DU RESPECT DU CONTRAT.

Nous allons reprendre ici globalement les remarques faites dans chaque étude de bandes sur les perturbations éventuelles du travail du groupe, d'origine externe avec le magnétophone, interne avec les hors-sujet, nous reprenons aussi ce qui a été dit sur le contrat pour vérifier que c'est bien dans le cadre du scénario prévu que les élèves ont travaillé.

1) Magnétophone.

Les enregistrements étaient nécessaires pour l'étude de la réalisation du scénario, ils n'en faisaient pas partie. Nous devons donc regarder si leur présence a perturbé l'expérience. Disposant de deux magnétophones, nous pouvions enregistrer deux groupes dans chaque demi-classe. En début d'année, après quelques séances de travail en groupe sur des exercices d'analyse, nous avons commencé à travailler sur des exercices de géométrie et nous avons alors demandé quels groupes acceptaient d'être enregistrés. Les élèves ont été très coopératifs et nous avons pu trouver quatre groupes volontaires. Nous les avons donc enregistrés toutes les semaines durant toute l'année.

Dans les interventions des élèves, dans les treize bandes étudiées ici, nous avons trouvé des traces de la présence de ces magnétophones, mais elles sont très peu nombreuses.

Nous en avons trouvé surtout dans les enregistrements du groupe 1. Un élève de ce groupe a d'ailleurs nettement exprimé sa gêne (*M : ça m'énerve (...) j'ai envie d'arrêter ce micro...*) dans le premier enregistrement, mais il a continué à accepter d'être enregistré et les allusions au magnétophone diminuent et disparaissent dans ce groupe.

L'intervention *"zéro, un, deux, trois ... "* dans I2 ou les remarques de N. dans le groupe 1, par exemple *"bonjour !"* ou *"on est des nuls"* nous semblent indiquer que les élèves ont aussi réagi avec humour. Ils nous ont même aidée en retournant eux-mêmes spontanément les cassettes.

Ajoutons encore que nous n'avons fait allusion qu'une seule fois à ce que nous entendons dans les bandes ; quand nous avons décrypté le premier enregistrement, nous avons dit à M que nous avions entendu sa réflexion et nous lui avons alors demandé s'il souhaitait ne plus être enregistré. Nous n'avons fait aucun commentaire en classe sur les enregistrements des groupes, ces commentaires n'auraient pas fait partie du scénario et auraient pu fausser les observations, et de plus nous pensons que cela a permis aux élèves d'être le plus naturels possible.

En conclusion, nous pensons que **ces perturbations, inévitables, ont été minimes et que nos résultats en sont peu altérés.**

2) Les hors-sujet

Le travail des élèves est aussi perturbé par les distractions ; nous avons évoqué pour chaque enregistrement ces moments hors-sujet. Voici le tableau récapitulatif du nombre de ces moments hors-sujet dans les treize enregistrements.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
10	8	17	4	4	1	4	4	1	1	4	0	0

Tableau 1 : nombre de moments hors-sujet par enregistrement.

Les hors-sujet sont nombreux dans les trois premiers enregistrements du groupe 1, dans tous les autres on en trouve quatre au maximum, il arrive même qu'on n'en trouve pas du tout. Dans l'ensemble, nous constatons donc qu'il y en a peu et, de plus, nous pouvons faire plusieurs remarques.

La composition du groupe nous semble intervenir ici. Rappelons que nous n'avons rien imposé aux élèves (sauf le nombre d'élèves dans chaque groupe, entre trois et quatre) et qu'ils se sont regroupés librement. Les élèves du groupe 1 se connaissent bien, dans les hors-sujet ils évoquent à plusieurs reprises des activités communes extra-scolaires, ceci n'est pas le cas pour les autres groupes qui se sont formés de façon plus aléatoire. Ceci peut expliquer les nombreux hors-sujet de la bande B1. En effet, on peut penser aussi que le manque d'habitude de cette forme de travail, en début d'année, est la cause de ces hors-sujet, mais ceci n'est pas confirmé par la bande B3 qui montre que, sur la même tâche, au même moment de l'année, il n'y a aucune intervention hors-sujet pour le groupe 3. La composition du groupe semble donc ici jouer un rôle négatif. Mais elle intervient aussi plus positivement sous d'autres aspects comme nous le verrons plus loin.

Les nombreux hors-sujet de la bande J1 peuvent s'expliquer aussi par la tâche. Rappelons qu'il s'agit d'un exercice où on donne beaucoup d'indications et que c'est assez facile. Les élèves sont peu concentrés et parlent facilement d'autre chose.

Lorsque le troisième contrat est instauré (c'est-à-dire dans toutes les bandes sauf B1 et B3), on constate qu'il y a six hors-sujet quand un groupe attend le professeur qui a été appelée (H1-M1-U1-I2-M3). Ceci permet de voir que, quand les élèves appellent le professeur, ils en attendent vraiment quelque chose et il y a une pause dans leur propre travail. De même dans la bande Q1 il y a deux hors-sujet avant que le groupe ne décide d'appeler le professeur ; à ces deux moments-là les hors-sujet s'expliquent par le fait que les élèves sont bloqués, d'ailleurs le groupe reconnaît son blocage et respecte le contrat en appelant le professeur.

Enfin remarquons l'évolution du groupe 1. Le nombre d'interventions hors-sujet diminue, ce qui peut être dû à la pratique régulière de cette forme de travail (mais aussi au contrat).

Retenons donc ici que **le nombre de ces moments hors-sujet n'est pas très grand, qu'il dépend du groupe, de la tâche, que pour le groupe 1 ce nombre diminue au cours de l'année et enfin que les instants où ces hors-sujets ont lieu, avec le troisième contrat, sont en lien avec les moments de moindre intensité dans le travail.**

3) Le contrat.

Nous avons relevé les différentes raisons des interventions du professeur dans les onze enregistrements où le troisième contrat est en vigueur (c'est-à-dire que nous ne tenons pas compte de B1 et B3). Nous avons trouvé les éléments suivants :

* Le groupe concerné appelle pour
- demander des idées : 5 fois
- poser une question : 7 fois
- proposer une idée ou un résultat : 13 fois.

* Le professeur intervient, mais l'enregistrement ne permet pas de savoir s'il y a eu un geste pour l'appeler ou bien si c'est un passage, comme dans le premier contrat, ce qui correspondrait à une rupture de contrat de la part du professeur : 5 fois.

Le contrat est donc bien respecté par les élèves, sauf peut-être deux fois. Dans la bande Q1, le dernier appel est fait par M après qu'il a déclaré *"j'ai compris !"*, mais il n'explique pas aux autres de quoi il s'agit, et d'ailleurs le professeur ne lui laissera pas le temps de le dire. C'est la fin de la séance et le professeur profite de cet appel pour imposer ce qu'il faut faire. Dans la bande H4, il y a aussi un appel qui ne correspond pas à une demande du groupe mais à une question personnelle de P qui n'a pas compris le dessin que fait JY ; c'est d'ailleurs JY qui lui répond avant le professeur.

Nous nous sommes demandé aussi si ce que les élèves expriment au professeur correspond bien à ce qu'ils ont annoncé avant que le professeur n'arrive. C'est effectivement le cas sauf deux fois : le dernier appel de la bande Q1, que nous venons de détailler, où c'est le professeur qui ne laisse pas aux élèves le temps de s'exprimer ; et le deuxième appel de la bande M1 où il est seulement dit au professeur que l'image d'un arc est obtenue par réflexion ce qui est vrai globalement mais pas ponctuellement, alors que les élèves avaient pensé ponctuellement, et le professeur ne peut pas corriger cette erreur.

Le contrat est donc bien respecté en particulier du côté des élèves.

Nous avons examiné les cas où un élève propose d'appeler mais où l'appel n'a pas lieu. Cela arrive quatre fois :

- dans la bande H1, N propose d'appeler pour que le professeur vérifie une démonstration, mais V lui répond *"pourquoi ça serait faux ?"* et N ne reprend pas sa proposition,
- dans la bande S1, le groupe n'a encore rien trouvé et N propose d'appeler, mais elle rajoute elle-même *"mais personne n'a l'air d'avoir trouvé, personne l'a appelée"* et V conclut *"bon, alors, cherchons"*,
- dans la bande M3, le groupe a trouvé le lieu et C suggère d'appeler le professeur pour lui donner le résultat obtenu mais ceci n'est repris par personne, il y a des discussions dans le groupe à ce moment-là, et les autres élèves ne sont pas prêts ; un peu plus tard, C propose de nouveau

d'appeler le professeur mais la situation n'est pas la même car en s'adressant à Ce il dit *"on explique aux autres ce qu'on trouve et puis on appelle la prof et puis elle nous donnera des idées (...) et puis on trouvera la démonstration"* et c'est ce que fait le groupe,

- dans la bande S4, après un moment de recherche, le groupe n'a rien trouvé et P propose de demander de l'aide au professeur, mais JY lui répond *"non, non il faut trouver"*.

Ces quatre situations nous montrent que les élèves gèrent bien leurs appels : dans les bandes S1 et S4 le groupe préfère chercher et trouver seul, dans la bande H1, c'est la conviction d'une élève qui persuade sa camarade que leur résultat n'est pas faux, dans la bande M3 le groupe appelle quand le point est fait avec tous les élèves du groupe. Nous voyons ici non seulement que le contrat est bien respecté mais aussi que **le problème est vraiment dévolu aux élèves.**

Nous n'avons pas examiné les moments où un groupe devait appeler (blocage, questions) et ne l'a pas fait.

Pour terminer, citons quelques interventions qui montrent quel est le point de vue des élèves sur le rôle des interventions du professeur (nous verrons dans la partie V de ce chapitre leur rôle effectif).

Dans B1, alors que le premier contrat est en vigueur, N dit, à la fin de la séance : *"j'espère que la prof va pas venir regarder "* ; nous constatons là que le professeur dans ce premier contrat a, pour les élèves, un rôle de contrôle de leur travail, et dans les autres bandes nous ne trouvons plus de telles remarques.

Avec le troisième contrat, les élèves attendent de l'aide de la part du professeur :

- *"M : t'as une idée N ? non ? t'as une idée V ? j'ai pas d'idées, on appelle la prof, madame ?"* (H1)

- *"N : il vaut mieux plutôt l'appeler que de rien trouver*

  M : on va pas rester des heures à rien faire" (S1)

- *"C : elle nous donnera des idées et on trouvera la démonstration"* (M3)

- *"P : je crois qu'on va lui ...*

  JY: on trouve rien

  P : tu as trouvé quelque chose T ? .... on demande à la prof de venir nous aider" (I4)

Ils attendent aussi son contrôle :

- *"V : mais avant de faire une démonstration, faudrait avoir une idée du lieu, on va quand même lui demander*

  N : déjà on pourrait l'appeler et lui demander si ça fait deux cercles" (M1)

- *"Pi: attends on va peut-être lui demander si c'est ça"* (I2)

Et le professeur doit aussi répondre à leurs questions :

- *"Pi : faudrait lui demander si (...) on peut appliquer le même raisonnement quand on a le cas de cette figure-là"* (I2)

- *"V : on lui demande si ça suffit ?"* (H1)

Ce que les élèves expriment ici correspond à ce qui leur est demandé par ce troisième contrat, qu'ils respectent effectivement.

III <u>FONCTIONNEMENT DES DIFFERENTS GROUPES</u>

Nous allons voir ici ce que nous pouvons observer sur le comportement social du groupe et chercher quelles sont les éventuelles variables ou régularités que nous pouvons trouver.

Nous ferons d'abord une étude numérique en utilisant les données sur le nombre d'interventions et leur répartition par élève, la proportion de questions et leur répartition par élèves. Nous complèterons par des remarques qualitatives sur les quatre groupes, en insistant sur le groupe 1.

1) Etude quantitative.

a) Total des interventions.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
228	406	248	280	294	203	128	215	266	361	287	123	275

Tableau 2 : nombre total d'interventions par enregistrement.

On peut remarquer d'abord une grande irrégularité dans ces résultats, les extrêmes étant 123 et 406. Nous pouvons cependant faire quelques remarques. Pour cela nous allons d'abord calculer le nombre moyen d'interventions par séance.

La bande U1 ne correspond pas à la même durée que les autres, les élèves ayant fini l'exercice avant la fin de la séance, cette bande est donc écartée de ce calcul. Nous ne pouvons pas non plus tenir compte des bandes du groupe 3, formé de quatre élèves, le nombre d'élèves n'étant pas le même que celui des autres groupes (nous avons d'ailleurs noté dans M3 des instants où il y a deux dialogues en parallèle).

Sans compter les bandes U1, B3 et M3, la moyenne du nombre total d'interventions dans un groupe lors d'une séance est de 256. Nous constatons alors que les résultats sont très voisins de la moyenne sauf pour H1 et pour I4.

La bande H1 est la bande d'analyse pour le groupe 1, et on constate de nombreuses prises de paroles très brèves, en particulier lors des calculs. Est-ce que la tâche provoque ici un comportement différent ? La bande H4, qui seule permet une comparaison, ne permet pas de répondre affirmativement car on n'observe pas dans H4 un comportement très éloigné de la moyenne.

La bande I4 correspond à l'exercice de construction pour le groupe 4, les élèves n'ont pas d'idées et restent bloqués, les interventions du professeur n'arrivent pas à les faire avancer. C'est dans cet enregistrement qu'un élève dit *"faut qu'on parle sinon on va rien trouver"*. Est-ce que la tâche provoque un comportement différent ? La bande I2 ne permet pas de répondre, le groupe 2 n'ayant été analysé qu'une seule fois, et le nombre correspondant n'étant pas trop éloigné de la moyenne. Est-ce alors le blocage qui provoque un comportement différent ? Ici la bande Q1 peut nous permettre de comparer car dans cet enregistrement le groupe 1 est lui aussi bloqué. Mais le nombre total d'interventions est proche de la moyenne, ainsi nous ne pouvons pas répondre positivement à la question posée.

Dans les deux cas, ce n'est pas un seul élément (tâche, blocage) qui provoque un comportement différent par rapport aux interventions, il faut aussi tenir compte du groupe.

Nous retiendrons de ces valeurs numériques **une certaine régularité (observée pour les groupes de trois élèves), et des variations, qui correspondent pour le groupe 1 à la tâche d'analyse et pour le groupe 4 à un blocage dans le démarrage de l'exercice.**

b) Etude de la répartition des interventions entre les élèves d'un groupe.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	42	40	41	42	46	41	46	P	47	J/Sy	17	11	P	30	44	37
N	34	21	31	25	28	29	31	Pi	47	C	35	31	Ju	44	34	38
V	24	39	28	33	26	30	23	D	6	Ce	40	40	T	26	22	25
										S	8	18				

Tableau 3 : répartition en pourcentages des interventions entre les élèves dans chaque enregistrement.

D'un point de vue individuel, les pourcentages extrêmes sont 6% et 47%. Ces deux valeurs sont obtenues dans la bande I2 ; on peut penser que le groupe 2 est trop particulier à cause de sa composition, mais si on ne tient pas compte de cette bande les extrêmes sont alors 8% et 46%, on trouve ainsi les mêmes résultats. On peut donc conclure que **les pourcentages des prises de paroles sont globalement très variables, un élève prend la parole moins d'une fois sur dix, un autre la prend une fois sur 2.**

Nous allons étudier maintenant la répartition au sein d'un groupe.

Les sept enregistrements du groupe 1 montrent que l'élève M est toujours celui qui parle le plus, N et V parlent moins. Nous avons classé les élèves suivant la proportion de leurs interventions, dans l'ordre déjà utilisé pour ces bandes (B1, H1, J1, M1, Q1, S1, U1).

Elève dont le nombre d'interventions est :

- le plus grand :	M	M=V	M	M	M	M	M
- intermédiaire :	N	N	N	V	N=V	N=V	N
- le plus petit :	V		V	N			V

Les rôles de N et V ne sont pas stables, ils s'inversent suivant les séances. Ce qu'il faut aussi remarquer c'est la place de V dans la deuxième séance, c'est la seule fois où elle prend la parole le plus souvent (à égalité avec M). C'est la tâche d'analyse, est-ce que c'est la tâche qui est la cause de ce rôle différent de V ?

Les trois enregistrements du groupe 4 comportent aussi une régularité, c'est l'élève T qui parle toujours le moins (une prise de parole sur quatre), P et JY interviennent toujours plus que T, mais leurs rôles ne sont pas fixes. Classons les élèves comme pour le groupe 1, dans l'ordre H4, I4, S4.

Elève dont le nombre d'interventions est :

- le plus grand : JY   P   P=JY
- intermédiaire : P   JY
- le plus petit : T   T   T

Nous n'avons pas assez d'enregistrements pour voir si, comme pour le groupe 1, le rôle de JY dans H4 (la première bande du groupe 4) semble lié à la nature de la tâche, c'est-à-dire ici à l'analyse.

L'enregistrement du groupe 2 montre une structure différente : un élève ne parle presque pas, les deux autres parlent de façon tout à fait équivalente. Nous ne pouvons pas en dire plus sur ce groupe.

Nous disposons de deux enregistrements pour le groupe 3, un élève ayant d'ailleurs changé lors de la seconde séance. Nous retrouvons la même structure deux fois : deux élèves, C et Ce, prennent la parole le plus souvent et presque également, les deux autres élèves la prennent beaucoup moins. Nous n'avons pas d'autres bandes de groupes de quatre élèves, nous ne pouvons donc pas aller plus loin.

En ce qui concerne les groupes de trois élèves, nous observons des structures variées, et les élèves prennent la parole très différemment ; mais pour un même groupe, certaines régularités apparaissent : c'est M qui parle toujours le plus dans le groupe 1 et c'est T qui parle toujours le moins dans le groupe 4. Cependant les rôles ne sont pas fixes et on peut se demander si ces changements sont liés à la tâche.

c) Etude des questions.

* Total des questions.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
15	16	17	20	24	25	22	19	19	18	16	20	20

Tableau 4 : pourcentages des questions par rapport au total des interventions dans chaque enregistrement.

Une grande régularité est observée, tous ces pourcentages étant situés autour de 20%, quel que soit le groupe, quel que soit le nombre d'élèves du groupe, et quelle que soit la tâche (analyse, géométrie avec ou sans indications).

Dans le groupe 1, on constate cette régularité, mais plus précisément on constate aussi une augmentation au cours du temps puisque les résultats sont donnés chronologiquement pour ce groupe. On retrouve le même phénomène pour le groupe 4, mais il n'y a que trois bandes étudiées pour ce groupe, cela est donc moins probant.

Ainsi, la fréquence des questions dans un groupe est peut-être une constante de fonctionnement, de régulation du travail du groupe, cette fréquence étant proche de 20%. La pratique régulière du travail en petits groupes provoque une augmentation de la fréquence des questions posées au sein du groupe 1.

* Répartition des questions entre les élèves.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	35	38	35	42	48	43	39	P	32	J/Sy	16	8	P	32	64	54
N	44	19	19	14	22	20	32	Pi	68	C	22	23	Jy	40	36	28
Y	20	43	46	44	30	37	29	D	0	Ce	58	51	T	28	0	18
										S	4	18				

Tableau 5 : répartition des questions, exprimée en pourcentages, entre les élèves du groupe pour chaque enregistrement.

On trouve des pourcentages très différents.

Il y a deux enregistrements (I2 et I4) où un des trois élèves du groupe ne pose aucune question, les deux tiers des questions sont posées par un élève et un tiers par le troisième élève du groupe.

Si on excepte ces deux bandes, et si on ne tient compte que des séances où tous les élèves posent des questions, les pourcentages varient de 4% à 58%, ils sont encore très dissemblables.

Etudions maintenant le groupe 1 au cours de l'année. Nous avons classé les élèves comme nous l'avons pour les interventions.

Elève dont le nombre de questions est :

- le plus grand : N V V V M M M
- intermédiaire : M M M M V V N
- le plus petit : V N N N N N V

On constate qu'au début (sauf pour B1) c'est V qui pose le plus de questions alors que ce n'est pas elle qui intervient le plus. Puis dans les trois derniers enregistrements c'est M qui pose le plus de questions. Et, sauf dans la première bande c'est N qui pose le moins de questions. Nous observons donc une grande régularité dans le rôle de N par rapport aux questions, des rôles qui s'inversent pour V et M au cours de l'année. et nous observons aussi que la répartition des questions n'est pas toujours la même que celle des interventions.

Pour le groupe 4 nous obtenons le classement qui suit.

Elève dont le nombre de questions est :

- le plus grand : JY P P
- intermédiaire : P JY JY
- le plus petit : T T T

Nous avons peu de bandes de ce groupe et il n'est pas possible de savoir si le fait que JY soit celui qui pose le plus de questions au début est lié à la tâche ou au moment de l'année. Il apparaît cependant une régularité, c'est toujours T qui pose le moins de questions, c'est d'ailleurs elle qui prend le moins la parole.

Remarquons enfin que, dans le groupe 3, Ce est l'élève qui pose le plus de questions dans les deux enregistrements de ce groupe.

Ainsi, il existe des régularités mais les rôles ne sont pas figés, et la répartition des questions n'est pas toujours la même que celle des interventions.

* Pour étudier plus précisément les liens éventuels entre les interventions et les questions, nous étudions maintenant les pourcentages de questions dans le discours de chaque élève.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	13	15	15	20	25	25	19	P	13	J/Sy	18	13	P	17	30	29
N	19	14	10	11	20	17	23	Pi	27	C	12	13	Jy	15	21	15
V	13	17	29	26	27	30	27	D	0	Ce	28	23	T	17	0	14
										S	9	19				

Tableau 6 : pourcentages de questions dans le discours de chaque élève dans chacun des enregistrement.

Nous constatons que le discours de V contient de plus en plus de questions. L'évolution du discours de M est analogue sauf dans la dernière bande, quant à N la proportion de questions dans son discours diminue puis augmente et dépasse la proportion trouvée dans la première bande. Nous remarquons aussi que, sauf pour la première bande, c'est toujours V qui a le discours le plus interrogatif.

La proportion des questions a augmenté globalement dans le groupe, et cette augmentation s'est répartie entre les trois élèves.

Pour les autres groupes nous ne pouvons pas faire une étude analogue (sauf peut-être pour le groupe 4 où le discours de P semble contenir de plus en plus de questions), néammoins nous constatons que le discours de chaque élève contient (sauf dans les deux cas où un élève ne pose aucune question) entre 10% et 30% de questions. On trouve là moins d'écart que pour la répartition des interventions ou des questions. Mais ici la comparaison se fait pour chaque élève au sein de son propre discours, même pour les élèves qui ne parlent pas beaucoup dans un groupe, et les comportements sont plus proches.

La proportion de questions augmente dans le discours de chaque élève.

2) Différents types de groupes

Nous faisons ici une analyse qualitative du fonctionnement des groupes.

Le groupe 1

La transcription de plusieurs enregistrements du groupe 1 permet d'étudier le fonctionnement de ce groupe et son évolution tout au long de l'année.

La première bande, B1, montre qu'à ce moment-là, au début de l'année, le groupe est perçu par les trois élèves comme une juxtaposition, et chaque élève est appelé tour à tour à apporter sa contribution au résultat demandé. Dans la dernière bande, U1, on observe au contraire que les résultats sont obtenus par la discussion et la réunion des remarques des trois élèves.

Ces sept enregistrements permettent aussi de constater certaines constantes au niveau du rôle de chacun des trois élèves dans le fonctionnement du groupe. Nous avons davantage analysé le rôle de N et de V qui nous semblent très caractéristiques.

Observons les interventions de V par rapport à l'utilisation du cours et par rapport au contrôle dans chaque bande.

- B1 : Notons cette remarque de contrôle : *"à quoi ça va nous mener ?"*
Elle est la seule à essayer d'énoncer le théorème de Thalès.
Elle reprend ce qu'a dit le professeur.
- H1 : V trouve l'essentiel des résultats en s'appuyant sur ce qu'elle sait (parce qu'un autre élève le lui a expliqué auparavant) et sur une méthode utilisée dans un exercice du livre.
- J1 : Il n'y a rien de particulier à signaler ici.
- M1 : V critique M qui parle de transformation alors que le texte parle seulement de construction et qu'eux-mêmes n'ont pas définie de transformation : *"dans la construction, tu construis P mais on te dit pas que c'est l'image de M dans une application quelconque (...) donc maintenant on introduit (...) on dit qu'on va se servir de la symétrie"*. Ensuite N propose de dire *"on s'aperçoit que"* et V intervient immédiatement : *"tu t'aperçois pas, ça démontre rien de s'apercevoir (...) mais de toute manière, on a une démonstration à faire on dit pas "j'ai regardé sur mon dessin et je me suis aperçue" ... "*. Enfin c'est elle qui propose la dernière méthode, en faisant explicitement référence au cours.
- Q1 : V utilise l'énoncé de la deuxième question pour mieux comprendre la première, à un autre moment elle réclame le cours sur les similitudes. Elle fait plusieurs interventions de contrôle : *"tu démontres pas sur un cas particulier"*, *"je vois pas où il faut aller"*, *"à quelle égalité on veut arriver ?"*.

- S1 : Remarquons encore cette intervention de contrôle : *"on a besoin de quoi comme truc ?"*. Et, comme dans H1, c'est V qui propose une méthode efficace, sans comprendre tout ce qu'elle fait, mais en s'appuyant prudemment et avec confiance, sur un exercice déjà fait, *"je sais pas ...j'ai fait comme on avait fait là, j'ai suivi la même démarche (...) ça aboutit c'est sûr"*.

- U1 : La première intervention méthodologique de V cite explicitement l'enseignement de méthodes : *"Il faut dire que c'est un problème d'alignement et après il faut chercher toutes les méthodes pour résoudre un problème d'alignement"* et, avec M, elle propose ensuite effectivement plusieurs méthodes, les barycentres, les nombres complexes. Plus loin, le professeur ayant approuvé l'utilisation des homothéties, V proposera de s'en servir avec la configuration du trapèze (qui fait partie du cours depuis la séance B).

Ainsi, à plusieurs reprises, V contrôle la stratégie du groupe, mais aussi sa rigueur mathématique, elle s'appuie sur le cours, aussi bien au niveau du contenu, que des méthodes évoquées et des techniques utilisées. Les deux autres élèves font aussi des interventions de contrôle et des références au cours, mais ce type d'interventions est surtout une des caractéristiques du rôle de V dans le groupe.

N entend ce qui se passe autour dans les autres groupes (B1-J1-M1-Q1), fait des réflexions (humoristiques), ne se décourage jamais et expérimente souvent, en particulier quand elle ne sait plus quoi faire *"je fais des exemples (...) ben comme il n'y a rien d'autre à faire, ça va peut-être me donner des idées"* (Q1), elle fait des propositions, qui ne sont pas toujours adaptées, pour tenter de faire quelque chose (les parallélogrammes dans B1, le quotient de deux termes consécutifs dans H1, les barycentres dans M1, une symétrie par rapport à O dans Q1, le théorème de Thalès dans U1).

Il faut signaler son rôle dans JI : elle trouve beaucoup de résultats, il y a beaucoup d'indications et elle est très disponible, elle est prête à suivre l'énoncé. C'est elle aussi qui prend l'initiative des appels au professeur.

Remarquons aussi son rôle dans U1. Elle est la première à dire qu'il faut utiliser l'hypothèse sur le parallélisme, et demande plusieurs fois comment utiliser les homothéties proposées par M pour démontrer l'alignement. Enfin elle contrôle sur son dessin ce que propose M et prend l'initiative d'appeler le professeur.

Ainsi N semble plus distante par rapport à la recherche mais cela lui permet d'avoir plus de recul.

Quant à M, nous remarquons qu'il fait souvent de bonnes propositions de méthodes (B1-M1-S1-U1) et que son rôle dans le groupe est varié.

Ainsi V est prudente, M a des idées, N est moins impliquée et elle est disponible à toutes les idées qui se présentent.

Ce groupe fonctionne bien, et même de mieux en mieux, ajoutons à cela la bonne humeur de ces trois élèves qui se connaissent et se sont choisis, la stimulation mutuelle et l'humour devant la difficulté : nous trouvons ici un effet positif de la formation de ce groupe.

Complétons cela par des remarques relatives au troisième contrat.

Nous trouvons 5 appels à l'initiative de M, 4 à l'initiative de N (qui fait aussi 2 propositions d'appel non reprises par le groupe), 6 appels à l'initiative de V ; l'ensemble est donc équilibré mais le détail est significatif de différences ou d'évolution : dans J1 c'est N qui appelle les deux fois, dans U1 c'est encore N, dans H1 c'est V, dans Q1 c'est M deux fois sur trois, dans S1 le seul appel est commun aux trois élèves.

Dans tous ces cas, c'est le "leader" qui appelle, c'est V qui trouve dans H1, c'est N dans J1, c'est M qui supporte le moins le blocage dans Q1 ; mais - est-ce une évolution ? - dans S1 ce sont les trois élèves qui sont à l'origine de l'appel, et dans U1 c'est N, qui n'a pas trouvé mais qui a "soutenu" la recherche.

Il nous semble donc que **le bon fonctionnement du groupe 1** est **dû entre autres à la complémentarité des trois élèves : le groupe a des idées, qu'il contrôle et il est très disponible.**

Nous avons décrypté peu de bandes pour chacun des autres groupes, nous ne pouvons donc pas faire une étude analogue à celle ci-dessus, mais simplement quelques remarques.

Le groupe 2 : Ce groupe nous donne l'exemple d'un élève, D, qui cherche totalement seul, on ne sait pas si le groupe lui apporte quelque chose de positif ; néanmoins il a trouvé une démonstration et la propose aux deux autres élèves, et pour ces deux-là sa présence est utile car ils récupèrent cette proposition, complètement différente des leurs. Notons enfin que ces deux autres élèves, P et Pi, travaillent bien ensemble, et qu'à leur niveau le groupe fonctionne.

Le groupe 3 : Ici nous avons l'exemple d'un groupe de quatre élèves, ce qui provoque un comportement un peu différent quand il y a des discussions dans deux sous-groupes de deux élèves. Mais nous ne pouvons pas savoir si cela se généralise.

Le groupe 4 : Nous avons trois enregistrements du groupe 4. Le premier est caractérisé par un certain individualisme. En effet T ne participe pas à la recherche du groupe, P impose sa démarche et les appels au professeur, JY a un comportement intermédiaire, il serait prêt à coopérer davantage mais il ne peut le faire vraiment ni avec P ni avec T.

Dans le second enregistrement, cet individualisme a disparu. Il y a des moments de recherche individuelle, marqués par des silences, mais le groupe joue son rôle, on entend beaucoup de discussion et même *"faut qu'on parle sinon on va rien trouver"*.

Dans le dernier enregistrement, le groupe fonctionne, c'est une proposition de méthode de P qui a été choisie par le groupe, les élèves cherchent tous et c'est JY qui détermine la décision du groupe d'appeler ou non le professeur, une fois en disant à P qu'il faut continuer à chercher, sans appeler comme elle le propose, et une seconde fois en proposant d'appeler le professeur quand le groupe a un peu plus avancé .

Nous constatons donc ici une différence positive avec le premier enregistrement, mais trois enregistrements ne permettent pas d'en déduire que le groupe a vraiment évolué ainsi.

Il y a donc bien différents types de groupes. On voit deux groupes très différents évoluer positivement (1 et 4). Mais, dans cette évolution, nous ne pouvons pas évaluer séparément l'influence du scénario et l'influence de la composition des groupes.

IV INTERVENTIONS SUR LES METHODES

Dans les analyse de chaque bande présentées dans le document de référence, nous avons constaté, dans chacune des séances étudiées, l'existence d'interventions méthodologiques. Nous donnons dans le tableau 7 la proportion de ces interventions dans chaque enregistrement.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
18	8	6	17	18	30	28	33	38	8	13	25	10

Tableau 7 : pourcentages des interventions méthodologiques dans chaque enregistrement.

Nous pouvons donc déjà affirmer qu'**il y a une utilisation effective de méthodes**. Nous allons faire une étude plus précise de ces interventions en essayant de répondre aux questions suivantes :

- les interventions méthodologiques sont-elles bien particulièrement utiles dans les exercices du type choisi (sans indication) ?
- est-ce que la proportion de ces interventions méthodologiques évolue ? est-ce qu'elle augmente ?
- est-ce qu'il y a des variations dans la répartition de ces interventions entre les trois niveaux ?
- le niveau "méth 3" (interventions méthodologiques précises et en rapport direct avec le problème) est-il bien comme nous le pensons le plus efficace ? est-il de plus en plus utilisé ?
- par rapport aux interventions méthodologiques, le groupe est-il une variable de la situation ?

Pour répondre à ces questions, nous allons particulièrement étudier le groupe 1 en regardant son évolution d'un point de vue quantitatif, puis qualitatif, nous ferons aussi des comparaisons suivant la tâche. Nous terminerons par les comparaisons qui font intervenir les autres groupes.

1) Etude du groupe 1.

a) Comparaisons entre les enregistrements qui ne sont pas relatifs au scénario et ceux qui le sont : J1 et les autres tâches de géométrie, H1 et les tâches de géométrie.

Comparaison de J1 avec les autres bandes de géométrie.

- Total des interventions méthodologiques.

Le tableau 8 qui donne, pour chaque bande étudiée du groupe 1, le pourcentage des interventions méthodologiques par rapport au total des interventions montre que c'est ici qu'on en trouve le moins, 6%.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1
18	8	6	17	18	30	28

Tableau 8 ; pourcentages des interventions méthodologiques par rapport au total des interventions, pour chaque enregistrement du groupe 1,

- Répartition entre les trois types d'interventions méthodologiques.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1
méth 1	20	32	29	10	12	5	8
méth 2	30	18	21	25	8	11	47
méth 3	50	50	50	65	80	84	45

Tableau 9 ; répartitions, exprimées en pourcentages, entre les trois types d'interventions méthodologiquespour chaque bande du groupe 1

J1 est la bande de géométrie où il y a le plus de "méth 1", même par rapport à la bande B1 qui se situe au début de l'année alors qu'il n'y a pas eu d'enseignement de géométrie ni de méthodes, c'est aussi une des bandes où il y a le moins de "méth 3".

- Répartition des interventions méthodologiques par élève.

Tableau 10 ; répartitions, exprimées en pourcentage, des interventions méthodologiques entre les élèves pour chaque enregistrement du groupe 1,

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1
M	52	29	36	42	50	44	44
N	25	24	57	29	29	26	25
V	23	47	7	29	21	30	31

On trouve des différences avec les autres bandes pour les trois élèves. C'est V qui intervient méthodologiquement le moins par rapport aux autres bandes étudiées ; le pourcentage ici est de 7%, alors que dans les autres enregistrements de géométrie il est situé entre 21% et 30%, en analyse même il est de 47%. C'est aussi le cas pour M par rapport aux autres tâches de géométrie. Quant à N, c'est le contraire, c'est ici qu'elle intervient le plus, pour 57%, c'est deux fois plus que la proportion de ses interventions méthodologiques dans les autres bandes.

- Pourcentages d'interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève.

Ces résultats numériques n'ont pas été donnés directement dans l'analyse de chaque transcription, mais ils se déduisent de ceux qui ont été indiqués.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1
M	22	6	5	17	19	32	27
N	13	9	10	20	18	27	23
V	16	10	1	15	14	30	37

Tableau 11 : pourcentages d'interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève dans chacun des enregistrement,

C'est dans cet enregistrement J1 que les discours des élèves sont les moins méthodologiques en géométrie, et même aussi par rapport à la tâche d'analyse pour M et surtout pour V.

Ainsi des différences existent, au niveau du questionnement et au niveau méthodologique global : c'est la bande où ces deux niveaux sont le moins présents et où la proportion d'interventions méthodologiques imprécises et sans rapport avec le problème est la plus grande.

Le comportement des élèves est réparti différemment par rapport aux autres enregistremnts : c'est N qui fait le plus d'interventions méthodologiques ; c'est dans cette bande que V intervient le moins au niveau méthodologique ; il y a beaucoup moins de différences pour M. Il existe aussi des différences au niveau du fonctionnement du groupe. En reprenant les tableaux 5 et 6 nous constatons que c'est la bande où V pose le plus de questions et M le moins, c'est ici aussi que N a le discours le moins interrogatif.

Nous constatons donc que l'enregistrement de cette séance, où l'exercice à chercher est donné avec beaucoup d'indications, confirme notre hypothèse : ce type d'exercice n'est pas favorable aux interventions méthodologiques, ni à un questionnement de ce type. Il provoque aussi un changement dans la répartition des rôles des élèves, ce qui peut être d'ailleurs éventuellement positif pour certains, comme N.

<u>Comparaison de la bande H1 avec les bandes de géométrie du groupe 1.</u>

- Total des interventions méthodologiques.

Le tableau 8 nous montre que c'est, avec J1, la bande où on en trouve le moins, 8%.

- Répartition entre les trois types d'interventions méthodologiques.

Nous trouvons ici (tableau 9) le tiers d'interventions méthodologiques du type 1, c'est-à-dire imprécises et sans rapport direct avec le problème, c'est ici qu'il y en a le plus, et nous trouvons, comme dans B1, la première bande étudiée, et J1, le minimum d'interventions du type 3, c'est-à-dire précises et en rapport direct avec le problème.

- Répartition des interventions méthodologiques par élève.

Nous voyons dans le tableau 10 que V fait presque la moitié des interventions méthodologiques (alors que dans les six autres bandes les pourcentages vont de 7% à 29%), c'est ici qu'elle en fait le plus, alors que c'est ici que M et N en font le moins, ce qui correspond d'ailleurs à ce qu'on observe aussi à propos des interventions en général (tableau 3 page XX).

- Pourcentages d'interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève.

le tableau 11 montre que, dans cet enregistrement, ces pourcentages sont très faibles, pour les trois élèves, par rapport à ceux des tâches de géométrie relatives au scénario.

Conclusion : Comme J1, cette séance d'analyse a provoqué peu d'interventions méthodologiques ; de plus ces interventions sont surtout du type "méth 1" (imprécises et sans rapport direct avec le problème) ; et ceci s'accompagne de changements dans le comportement des élèves par rapport à la répartition des interventions en général et aussi par rapport aux interventions méthodologiques.

b) Etude quantitative des interventions méthodologiques du groupe 1 pour les exercices relatifs au scénario.

* Total des interventions méthodologiques.

B1	M1	Q1	S1	U1
18	17	18	30	28

Tableau 12 : pourcentages des interventions méthodologiques par rapport au total de toutes les interventions, pour chaque enregistrement du groupe relatif au scénario.

Ce tableau montre que **la proportion des interventions méthodologiques augmente au cours de l'année.**

* Répartition des interventions méthodologiques entre les trois niveaux.

	B1	M1	Q1	S1	U1
méth 1	20	10	12	5	8
méth 2	30	25	8	11	47
méth 3	50	65	80	84	45

Tableau 13 : répartition en pourcentage des interventions méthodologiques entre les trois niveaux, pour chaque enregistrement du groupe 1 relatif au scénario.

La proportion des interventions de la catégorie "méth 1" (interventions imprécises et sans rapport direct avec le problème) diminue au cours de l'année.

La proportion des interventions de la catégorie "méth 2" (interventions méthodologiques précises mais sans rapport direct avec le problème) évolue un peu moins nettement. Il y a donc une diminution sauf pour la dernière bande étudiée, U1, où le pourcentage est très important, c'est même le plus grand de tous.

La proportion des interventions de la catégorie "méth 3" (interventions précises et avec un rapport direct avec le problème) augmente tout au long de l'année sauf dans la dernière bande.

La bande U1 apparaît ici différente des autres, les pourcentages qui lui correspondent ne s'inscrivent pas dans l'évolution indiquée par les pourcentages des autres bandes. Nous pouvons expliquer cela par l'analyse de la construction de la démonstration ; nous constatons en effet que les interventions précises et sans rapport avec le problème sont éliminées par les élèves et que les interventions précises et en rapport direct avec le problème sont suivies rapidement par la résolution de l'exercice et donc par la fin de l'étude de cette séance. Nous reviendrons d'ailleurs dans le troisième paragraphe sur l'étude qualitative des interventions méthodologiques dans cette séance.

Ainsi, en écartant les enregistrements relatifs aux deux exercices extérieurs à notre scénario, nous avons donc observé une diminution des interventions méthodologiques de la catégorie "méth 1" et de la catégorie "méth 2" au profit de l'augmentation des interventions de la catégorie "méth 3" sauf dans la dernière bande où les interventions "méth 3" sont moins nombreuses mais aussi où elles sont plus rapidement efficaces.

* Répartition des interventions méthodologiques entre les trois élèves.

	B1	M1	Q1	S1	U1
M	52	42	50	44	44
N	25	29	29	26	25
V	23	29	21	30	31

Tableau 14 ; répartition en pourcentages des interventions méthodologiques entre les trois élèves, pour chaque enregistrement du groupe 1 relatif au scénario,.

Nous trouvons donc pour l'élève M les pourcentages suivants : **52-42-50-44-44**. Pour N, nous trouvons :**25-29-29-26-25**. Et enfin pour V : **23-29-21-30-31**. Les écarts entre les valeurs extrêmes sont de 8% pour M, de 4% pour N et de 9% pour V, c'est-à-dire, les effectifs étant faibles, que les répartitions des interventions méthodologiques entre les élèves, pour ce type d'exercice, sont très voisines au cours de l'année, une seule évolution peut-être apparaît, le pourcentage relatif à M diminue et celui relatif à V augmente, traduisant un équilibrage entre ces deux élèves. C'est M qui fait le plus d'interventions méthodologiques, N et V en faisant à peu près autant l'une que l'autre. Il faudra rapprocher ceci de la répartition du total des interventions.

Conclusion : **Nous observons donc qu'il y a une augmentation au cours de l'année de la proportion des interventions méthodologiques, et que,**

parmi ces interventions, il y a aussi une augmentation des interventions précises et en rapport avec le problème par rapport aux deux autres catégories (sauf pour U1). La répartition des interventions méthodologiques entre les trois élèves varie peu.

* Proportion des interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève.

	B1	M1	Q1	S1	U1
M	22	17	19	32	27
N	13	20	18	27	23
V	16	15	14	30	37

Tableau 15 : proportion des interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève, exprimée en pourcentages, pour chaque enregistrement du groupe 1 relatif au scénario.

On constate une augmentation pour chacun des trois élèves, l'augmentation globale au niveau du groupe s'est répartie entre les trois élèves, dans U1 le plus petit pourcentage est 23%, c'est davantage que le plus grand de la bande B1.

c) **Comparaison qualitative des bandes B1 et U1.**

Après l'étude précédente sur l'évolution du groupe 1, nous allons ici, sur des tâches voisines, au début et à la fin de l'année, préciser davantage l'analyse qualitative du discours méthodologique des élèves du groupe 1.

Rappelons que, dans B1 aussi bien que dans U1, il s'agit de démontrer l'alignement de trois points. Pour la première de ces tâches, l'alignement dans le trapèze, il y a de nombreuses méthodes, et la moindre idée suscitée par le parallélisme (homothétie, théorème de Thalés), par le type du problème (colinéarité, géométrie analytique ...), permet d'avancer ; on peut démontrer cet alignement de façon ponctuelle, vectorielle ou numérique ; on peut utiliser une transformation ou encore évoquer une configuration. La principale difficulté est ici la mise en oeuvre de la méthode choisie.

Au contraire, pour la tâche U1, une seule façon de résoudre l'exercice nous semble simplement accessible aux élèves : l'utilisation du centre d'une homothétie composée de deux autres homothéties. La difficulté ici est de trouver que c'est ce théorème qui permet de conclure parmi tous les théorèmes d'alignement.

Mais au moment de la tâche B1, il n'y a pas eu d'enseignement de méthodes et nous allons regarder comment les élèves réagissent par rapport aux idées qu'ils peuvent avoir. Par contre, au moment de la tâche U1, l'enseignement de méthodes a eu lieu, toute l'année s'est passée, et nous allons regarder comment les élèves vont utiliser tout le travail de l'année, sur les contenus et les méthodes, pour résoudre cet exercice.

Etude de B1.

La première proposition de méthode est faite par N qui propose la colinéarité : "*faut montrer qu'ils sont colinéaires*", elle n'argumente pas, personne ne lui pose de questions et ce n'est pas repris.

C'est encore N qui fait la deuxième proposition, "*faut peut-être utiliser Thalès*", mais elle ajoute immédiatement " *c'est quoi déjà Thalès ?*" et personne dans le groupe ne peut énoncer ce théorème. M lui demande comment elle veut l'utiliser dans cet exercice, mais cette question n'obtient pas de réponse et M n'insiste pas. Lui-même propose d'utiliser des triangles, sans donner d'argument et sans qu'on lui pose de questions. N et M écrivent des égalités en appliquant le théorème de Thalès, sans donc l'avoir énoncé et sans savoir à quoi il peut servir ici.

Au bout d'un certain temps, V intervient pour demander *"à quoi ça va nous mener ?"* et N s'aperçoit que le groupe est en train d'utiliser l'alignement qui doit être démontré. Ils abandonnent donc cette méthode, et M propose aussitôt d'utiliser maintenant la réciproque du théorème de Thalès, *"faut utiliser la réciproque. mais c'est quoi ?"*. De nouveau personne ne sait énoncer cette réciproque, ni ne demande ce qu'elle permet de démontrer. Le professeur passe et suggère de faire intervenir le parallèlisme et les milieux ; une fois le professeur partie, N évoque les parallélogrammes *"dans les parallélogrammes, ah les parallélogrammes, avec les parallélogrammes on peut pas faire quelque chose ?"*.

Pour démontrer l'alignement des trois points A, I et J, M propose de montrer que le point de la droite (AJ) qui est sur (BE) est confondu avec le point I. Cette idée est acceptée par N et V ; V dit à M qu'il n'a fait que reprendre ce qu'il a entendu dans un autre groupe, et la justification donnée par M est *"non, je te jure, j'ai pris ça au hasard"*.

La recherche continue et V essaie une autre méthode que M compare à celle qu'il a proposée, il estime que celle de V est meilleure car elle n'introduit pas de point supplémentaire, mais on ne sait pas du tout de quoi il s'agit, V ne l'explique pas et M ne demande rien, il se contente de regarder ce qu'écrit V. N signale que d'autres élèves parlent d'homothéties mais cela n'intéresse personne.

Soudain V propose de faire un raisonnement par l'absurde, *"faut falloir raisonner par l'absurde"* ce qui est repris immédiatement sans aucune critique ni demande d'explication.

L'alignement des trois points A, I et J est finalement démontré avec l'aide du professeur et le groupe passe à l'alignement avec le quatrième point. Une seule proposition est faite, par M : il propose les homothéties et il justifie cette proposition uniquement par le fait que c'est "*pour changer*".

Etude de U1.

Au début, les trois élèves prennent la parole successivement et chacun d'entre eux fait une proposition très adaptée au problème. N remarque qu'il faut utiliser le parallélisme, M évoque des exercices déjà faits sur des alignements et V enchaîne en rappelant ce qui a été enseigné sur les méthodes : "*il faut dire que c'est un problème d'alignement et chercher toutes les méthodes pour résoudre un problème d'alignement*".

V et M passent effectivement en revue plusieurs méthodes et ils en discutent. V propose d'abord d'utiliser les barycentres ; immédiatement M remarque que ce n'est pas une méthode adaptée à cet exercice : "*oui, mais les coefficients tu vas t'amuser parce que là tu n'as pas de milieux, tu as rien*". Il propose de faire intervenir les angles, ce qu'il élimine lui-même très rapidement, puis des transformations, puis plus précisément des homothéties. Il s'interrompt pour discuter avec V qui vient de proposer les nombres complexes, il lui demande comment cette méthode s'adapte ici : " *comment tu vas traduire toutes les hypothèses par les complexes ?*" ; V a des arguments et une stratégie : " *si tu prends un repère tel que tu as une droite parallèle à ça déjà ça simplifie des petits bouts et puis tu calcules les affixes de I, J, K, et des vecteurs et voilà*".

Pendant que V recommence la figure, M reprend son idée des homothéties, et N lui demande des justifications à trois reprises : "*parce que par les homothéties comment tu montres que trois points sont alignés ?*" ou encore "*ce qu'il y a c'est que je n'arrive pas à voir comment on peut utiliser les homothéties là-dedans*". Les questions de N obligent M à donner des explications, il dit d'abord qu'il faut utiliser le parallélisme, puis il développe complètement son idée : "*ce triangle-là qui se transforme en celui-là si tu as AB qui se transforme en A'B' si tu arrives à prouver que ce triangle-là AKA' se transforme en BJB' ben t'auras I, J, K alignés puisque normalement tu as K qui est l'image de, non K qui a pour image J dans l'homothétie de centre I et normalement le point et son image sont alignés*". N contrôle aussitôt sur le dessin en mesurant et constate que des rapports ne sont pas égaux, le groupe conclut donc que ça ne marche pas et appelle le professeur.

Immédiatement M dit qu'il a pensé à utiliser les homothéties à cause du parallélisme et de l'alignement entre le centre de l'homothétie, un point et son image. Comme le professeur approuve le choix des homothéties, N dit une nouvelle fois qu'elle ne voit pas à quoi ça peut servir pour démontrer un alignement, le professeur pose des questions pour faire trouver aux élèves l'alignement des centres d'homothéties qui va permettre de conclure et N évoque le théorème de Thalès et reconnaît tout de suite que ce n'est pas un théorème d'alignement et de nouveau qu'elle ne voit pas à quoi ça peut servir. Le professeur part après avoir indiqué l'utilité de faire intervenir trois homothéties.

M suggère de faire des calculs avec des rapports, et encore une fois N déclare : "*je vois pas tellement où des calculs peuvent mener pour l'alignement*" et M se justifie "*quand tu as des vecteurs qui sont colinéaires*".

V propose d'utiliser l'alignement démontré dans la tâche B, mais ajoute rapidement : " *je vois pas ce que ça pourrait faire là-dedans*".

Enfin M cite le théorème sur le centre de la composée de deux homothéties ; comme dans B1, une élève dit qu'il propose cela parce qu'il a entendu d'autres élèves parler de composées, et, pour répondre à cette remarque, M dit qu'il suffit de choisir les bons points et élabore la démonstration, ce qui persuade V immédiatement et, après une deuxième explication, N est convaincue elle aussi.

Comparaison.

En résumant, les principales interventions méthodologiques sont les suivantes pour B1 :

- des méthodes proposées, sans relais des autres élèves ni reprise par celui qui les a proposées : colinéarité, parallélogrammes, homothéties (pour le premier alignement),
- des utilisations de théorèmes que les élèves ne connaissent pas : le théorème de Thalès et sa réciproque,
- des méthodes proposées et reprises par le groupe sans discussion : utiliser le théorème de Thalès, ou des triangles, montrer que I_1 est confondu avec I, raisonner par l'absurde,
- deux justifications de méthodes qui sont : par hasard et pour changer,
- une demande de justification de méthode qui n'obtient pas de réponse,
- une comparaison de méthodes, mais une des deux méthodes est explicitée seulement par : on doit pouvoir faire un truc avec la médiane de ce triangle-là (...) par des rapports.

Et pour U1 nous avons :

- le premier échange entre les trois élèves qui situe leur recherche : utiliser des hypothèses (N), les exercices d'alignement déjà faits (M), l'enseignement sur les méthodes (V),
- des méthodes proposées, critiquées par une discussion avec un autre élève et abandonnées : les barycentres, les nombres complexes, les calculs de rapport,
- des méthodes évoquées et rejetées immédiatement, car non adaptées à l'exercice, par celui qui les a proposées : les angles (M), le théorème de

Thalès (N en réponse au professeur) et la configuration du trapèze (V),

- une méthode, l'utilisation des homothéties, proposée par M qui provoque une demande de justification, la justification donnée est incomplète, N insiste et redemande deux fois des justifications, M explique alors jusqu'au bout sa stratégie et N contrôle sur le dessin que cette méthode ne convient pas,
- la composition des homothéties, proposée et justifiée par l'adaptation, à des points bien choisis, d'un théorème du cours.

Conclusion

Le changement qualitatif est tout à fait positif. Le pourcentage de la catégorie "méth 3" est inférieur à ceux des bandes précédentes mais **le niveau qualitatif de toutes les interventions méthodologiques est bien meilleur qu'au début de l'année.**

3) Comparaisons faisant intervenir les autres groupes.

Nous allons ici étudier des groupes différents par rapport à la même tâche d'un point de vue quantitatif. Nous utiliserons les résultats numériques concernant les interventions méthodologiques, mais aussi ceux relatifs au fonctionnement du groupe quand ce fonctionnement semblera lié à la tâche. Nous donnerons ici la classification des questions d'après leur nature, ceci étant aussi significatif du travail du groupe par rapport à la tâche. Ce dernier point abordera le discours méthodologique, mais aussi le discours mathématique et d'autres comparaisons liées à la démonstration seront faites plus loin.

Pour les comparaisons nous utiliserons ici des tableaux que nous commenterons, nous les donnons tous ci-dessous, en rappelant les tableaux 3 à 7 que nous avons déjà utilisés en partie.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	42	40	41	42	46	41	46	P	47	J/Sy	17	11	P	30	44	37
N	34	21	31	25	28	29	31	Pi	47	C	35	31	Jy	44	34	38
V	24	39	28	33	26	30	23	D	6	Ce	40	40	T	26	22	25
										S	8	18				

Tableau 3 : répartition en pourcentages des interventions entre les élèves dans chaque enregistrement.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
15	16	17	20	24	25	22	19	19	18	16	20	20

Tableau 4 : pourcentages des questions par rapport au total des interventions dans chaque enregistrement.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	35	38	35	42	48	43	39	P	32	J/Sy	16	8	P	32	64	54
N	44	19	19	14	22	20	32	Pi	68	C	22	23	Jy	40	36	28
V	20	43	46	44	30	37	29	D	0	Ce	58	51	T	28	0	18
										S	4	18				

Tableau 5 : répartitions des questions, exprimées en pourcentages, entre les élèves du groupe pour chaque enregistrement.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	13	15	15	20	25	25	19	P	13	J/Sy	18	13	P	17	30	29
N	19	14	10	11	20	17	23	Pi	27	C	12	13	Jy	15	21	15
V	13	17	29	26	27	30	27	D	0	Ce	28	23	T	17	0	14
										S	9	19				

Tableau 6 : pourcentages de questions dans le discours de chaque élève dans chacun des enregistrement.

B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
18	8	6	17	18	30	28	33	38	8	13	25	10

Tableau 7 : pourcentages des interventions méthodologiques dans chaque enregistrement.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4
méth 1	20	32	29	10	12	5	8	7	3	17	16	26	8
méth 2	30	18	21	25	8	11	47	10	12	10	19	39	23
méth 3	50	50	50	65	80	84	45	83	85	72	65	35	69

Tableau 16 : répartitions, exprimées en pourcentages, entre les trois types d'interventions méthodologiques pour chaque enregistrement.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	52	29	36	42	50	44	44	P	37	J/Sy	22	3	P	35	58	38
N	25	24	57	29	29	26	25	Pi	53	C	37	28	Ju	54	23	54
V	23	47	7	29	21	30	31	D	10	Ce	37	69	T	11	19	8
										S	4	0				

Tableau 17 : répartitions, exprimées en pourcentage, des interventions méthodologiques entre les élèves pour chaque enregistrement.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1		I2		B3	M3		H4	I4	S4
M	22	6	5	17	19	32	27	P	26	J/Sy	49	2	P	15	33	10
N	13	9	10	20	18	27	23	Pi	37	C	40	7	Ju	16	17	13
V	16	10	1	15	14	30	37	D	58	Ce	35	14	T	5	22	3
										S	18	0				

Tableau 18 : pourcentages d'interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève dans chacun des enregistrements.

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4	TOTAL
Re	2	7	22	11	4	9	1	5	8	13	5	9	22	118
Ra	5	4	0	1	14	4	3	5	1	8	2	3	10	60
Ju	4	9	4	12	2	3	4	4	5	6	10	0	3	66
C	1	1	0	6	7	2	2	0	0	6	2	0	1	28
M	5	10	1	9	16	10	7	11	24	6	10	7	1	117
x	17	32	16	16	28	22	11	16	12	27	18	6	19	240
TOTAL	34	63	43	55	71	50	28	41	50	66	47	25	56	629

Tableau 19 ; nombre de questions de chaque catégorie dans chaque enregistrement,

	B1	H1	J1	M1	Q1	S1	U1	I2	B3	M3	H4	I4	S4	TOTAL
Re	6	11	51	20	6	18	4	12	16	20	11	36	39	19
Ra	15	6	0	2	20	8	11	12	2	12	4	12	18	10
Ju	12	14	9	22	3	6	14	10	10	9	21	0	5	10
C	3	2	0	11	10	4	7	0	0	9	4	0	2	4
M	15	16	2	16	23	20	25	27	48	9	21	28	2	19
x	50	51	37	29	39	44	39	39	24	41	38	24	34	38
TOTAL	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Tableau 20 ; pourcentage de questions de chaque catégorie dans chacun des enregistrements,

Re : demande de résultat

Ra : demande de rappel

Ju : demande de justification

C : question de contrôle, question sur l'activité du groupe

M : question de méthode

x : autre question

Les comparaisons que nous pouvons faire sont : la bande B1 et la bande B3, H1 et H4, M1 et M3, S1 et S4 et enfin I2 et I4.

a) **Comparaison B1/B3.**

Rappelons qu'il s'agit de démontrer l'alignement de quatre points.

Dans les tableaux 3 à 6 la seule différence à noter est, dans le groupe 3, une élève, S, qui prend peu la parole et pose peu de questions ; cependant le pourcentage de questions dans son discours est assez proche de ceux des élèves de son groupe qui sont eux-mêmes analogues à ceux des élèves du groupe 1 ; les différences dans le pourcentage d'interventions de S et le pourcentage de questions qu'elle pose sont peut-être dues au nombre différent d'élèves dans les deux groupes.

Dans le tableau 7, nous voyons que le pourcentage des interventions méthodologiques par rapport au total des interventions n'est pas le même : 18% dans le groupe 1 et 38% dans le groupe 3, 38% est d'ailleurs le plus fort pourcentage de ce tableau.

Le tableau 16 nous indique aussi que la répartition des interventions méthodologiques dans nos trois catégories n'est pas la même : pour le groupe 1 ,nous obtenons 20% de "méth 1", 30% de "méth 2" et 50% de "méth 3" ; pour le groupe 3 nous obtenons 3%, 12% et 85%. Dans le groupe 3 ces interventions sont donc plus précises et plus en rapport avec le problème (rappelons que, dans le groupe 1, un élève propose une méthode *"par hasard"* et une autre *"pour changer"* et, dans le groupe 3, les élèves sont amenés à choisir entre deux méthodes, ce que fait un élève en disant : *"les homothéties je suis sûr que ça marche, Thalès, je sais pas si ça va pas"*).

Le tableau 17 montre que les trois élèves du groupe 1 interviennent tous méthodologiquement (le plus petit pourcentage est 23%), alors que dans le groupe 3 l'élève S ne fait que 4% des interventions méthodologiques.

Mais S intervient peu dans son groupe et le tableau 18 nous montre que la proportion d'interventions méthodologiques dans son discours est de 18%, ce qui est supérieur à la proportion des interventions méthodologiques de N et de V du groupe 1 et seulement légèrement inférieur au pourcentage relatif à M.

Les tableaux 19 et 20 montrent que nous retrouvons des différences au niveau de la nature des questions. Il y a plus de demandes de résultats dans le groupe 3 (16%) que dans le groupe 1 (6%) ; c'est le contraire au niveau des demandes de rappels, 15% pour le groupe 1 et 2% pour le groupe 3 (c'est dans B1 que les élèves cherchent vainement l'énoncé du théorème de Thalès puis de sa réciproque) ; le pourcentage des questions de méthode est plus grand dans le groupe 3 (48%) que dans le groupe 1 (15%) ; pour terminer, remarquons que les questions que nous n'avons pas pu classer sont plus nombreuses dans le groupe 1 (50%) que dans le groupe 3 (24%).

Ainsi, la proportion des interventions méthodologiques est plus grande dans le groupe 3, ces interventions sont plus précises et plus en rapport avec le problème, elles se répartissent entre les élèves du groupe : trois élèves du groupe 3 ont chacun un discours qui contient, en proportion, plus d'interventions méthodologiques que les discours des élèves du groupe 1, et pour la quatrième élève son discours est méthodologiquement proche de ceux des élèves du groupe 1 (alors qu'elle intervient très peu), et enfin il y a plus de demandes de résultats ou de questions méthodologiques, moins de demandes de rappel, dans le groupe 3.

Par rapport à la même tâche les deux groupes n'ont pas la même attitude, le groupe 3 réagit en mettant davantage en oeuvre des méthodes. Or le groupe 3 réussit mieux, il démontre un des alignements demandés beaucoup plus vite que le groupe 1, et **on peut se demander si la réussite du groupe 3 est liée à ce comportement.**

b) Comparaison M1/M3.

Nous rappelons que c'est un problème de lieu et qu'un élève du groupe 3 a changé par rapport à la bande B3..

Au niveau du fonctionnement du groupe, nous remarquons que dans le groupe 3 se trouve une élève, Sy, qui prend peu la parole et qui pose peu de questions, mais son discours est beaucoup plus proche des autres du point de vue de la proportion des questions qu'il contient ; dans le même groupe Ce est l'élève qui intervient le plus souvent, pose le plus de questions et a le discours le plus interrogatif. Dans le groupe 1, les trois élèves interviennent de façon plus proche et l'élève qui prend la parole le plus souvent n'est pas celui qui pose le plus de questions : dans le groupe 1 les rôles sont plus équilibrés que dans le groupe 3, dans cette séance.

La proportion d'interventions méthodologiques par rapport au total des interventions (tableau 7) est plus grande dans le groupe 1 (17%) que dans le groupe 3 (8%), la situation est l'inverse de la tâche B.

La répartition des interventions méthodologiques dans les trois catégories (tableau 16) est 10%-25%-65% pour le groupe 1 et 17%-10%-70% pour le groupe 3. Pour la troisième catégorie les résultats sont analogues, mais il y a davantage d'interventions de la première catégorie (imprécises et sans rapport direct avec le problème) dans le groupe 3.

La répartition de ces interventions méthodologiques entre les élèves (tableau 17) est équilibrée dans le groupe 1 (42%-29%-29%) et très déséquilibrée dans le groupe 3 (3%-28%-69%-0%).

Et on retrouve ceci dans la proportion des interventions méthodologiques dans le discours de chaque élève (tableau 18).

Quant à la nature des questions, nous trouvons davantage de demandes de rappels et moins de demandes de justifications ou de questions méthodologiques dans le groupe 3 que dans le groupe 1, il y a aussi davantage de questions que nous n'avons pas pu classer dans le groupe 3.

Ainsi, la proportion des interventions méthodologiques est plus grande dans le groupe 1, ces interventions sont plus précises, elles sont réparties de façon plus équilibrée entre les élèves (équilibre que l'on retrouve aussi au niveau de la répartition des interventions et des questions). Il y a plus de demandes de justifications et de questions méthodologiques dans ce groupe.

Par rapport à la même tâche, les deux groupes n'ont pas la même attitude : le groupe 1 réagit plus méthodiquement, c'est l'inverse de ce qui se passe dans la tâche B. On peut encore se demander si la réussite est liée à ce comportement, mais il est difficile de répondre car, dans ce problème de lieu, les élèves ont trouvé, pendant la séance, quel est le lieu, mais ils n'ont que des pistes pour construire une démonstration, pistes peut-être plus précises pour le groupe 1 que pour le groupe 3, mais on ne peut pas en dire plus sur la réussite.

On peut aussi se poser des questions sur le fonctionnement et l'évolution du groupe 3. Nous n'avons que deux bandes, nous ne pouvons donc pas savoir si cette différence de comportement entre les bandes B3 et M3 dépend de la tâche, du changement dans la composition du groupe ou d'une évolution négative du groupe 3. Nous avons remarqué à plusieurs reprises un déséquilibre dans le fonctionnement du groupe 3 entre les quatre élèves aussi bien au niveau des prises de parole que des questions ou des interventions méthodologiques (surtout dans M3), en effet c'est toujours le même élève, Ce, qui a le rôle le plus important. **Le groupe 3 repose peut-être trop sur lui et n'avance pas dans la bande M3, car les autres élèves du groupe ne complètent pas sa démarche comme cela semble le cas pour le groupe 1.**

c) Comparaison I2/I4.

Il s'agit de l'exercice de construction.

Par rapport à cette tâche on trouve beaucoup de ressemblances entre les deux groupes. Ces deux groupes de trois élèves ont globalement la même structure, un des élèves parlant moins que les deux autres, D dans le groupe 2 et T dans le groupe 4. Il y a le même pourcentage de questions, la même répartition des questions entre les élèves, 0-1/3-2/3, les répartitions des interventions métamathématiques sont analogues, et l'élève qui intervient le plus méthodologiquement est aussi celui qui pose le plus de questions, Pi dans le groupe 2 et P dans le groupe 4. Rappelons cependant la différence dans le nombre des interventions, c'est dans la bande I4 qu'on en trouve (tableau 2 page 172)le moins par rapport à toutes les bandes (c'est dans I4 qu'un élève, après de nombreux moments de silence, dit *"faut qu'on parle sinon on va rien trouver"*).

Nous observons des différences dans la proportion d'interventions méthodologiques par rapport au total des interventions, cette proportion est de 33% pour le groupe 2 et de 25% pour le groupe 4. Les répartitions de ces interventions dans les trois catégories sont aussi différentes : 7%-10%-83% pour le groupe 2 et 26%-39%-35% pour le groupe 4 ; et enfin la nature des questions n'est pas la même : il y a davantage de demandes de résultats dans le groupe 4 (36%) que dans le groupe 2 (12%), mais elles s'accompagnent de moins de demandes de justifications, 0% dans le groupe 4 et 10% dans le groupe 2.

Ainsi, face à cette même tâche, les deux groupes réagissent de la même façon au niveau du fonctionnement du groupe, mais très différemment au niveau du discours méthodologique, le groupe 4 se comporte de façon moins méthodique, ses interventions méthodologiques sont imprécises ou sans rapport avec le problème, les demandes de résultats ne s'accompagnent jamais de demande de justifications.

Le groupe 2 a trouvé deux façons de construire la droite demandée, le groupe 4 aucune, **le manque de réussite du groupe 4 nous paraît ici très lié au comportement beaucoup moins méthodique de ce groupe et peut-être aussi aux nombreux silences.**

d) Comparaison H1/H4.

C'est l'exercice d'analyse, on demande d'étudier une suite récurrente, aucune indication n'est donnée.

Nous ne trouvons pas de différences significatives dans les tableaux concernant le fonctionnement du groupe ; au contraire, la proportion de questions dans le groupe et dans le discours de chaque élève est identique.

Il y a moins d'interventions méthodologiques dans le groupe 1 (8%) que dans le groupe 4 (13%) : leur répartition entre les trois niveaux est 32%-18%-50% pour le groupe 1 et 16%-19%-65% pour le groupe 4 ; il y a proportionnellement deux fois plus d'interventions imprécises dans le groupe 1 que dans le goupe 4. Les répartitions de ces interventions entre les élèves se ressemblent, un élève faisant dans les deux cas environ la moitié des interventions de son groupe, c'est V dans le groupe 1 (47%) et JY dans le groupe 4 (54%), ces deux élèves sont aussi d'ailleurs ceux qui interviennent le plus et posent le plus de questions.

La nature des questions est différente : dans le groupe 4 nous trouvons davantage de questions de méthodes ou de demandes de justifications.

Ces deux groupes fonctionnent donc de la même façon mais au point de vue méthodologique le groupe 1 intervient moins et de façon moins précise.

e) Comparaison S1/S4.

La tâche consiste ici à démontrer que des vecteurs sont orthogonaux et de même norme.

Les tableaux 3 à 6 montrent que la principale différence pour le fonctionnement du groupe est la proportion de questions posées par P dans le groupe 4 (54%), alors que dans le groupe 1 la répartition est un peu plus équilibrée.

La proportion d'interventions méthodologiques est plus grande dans le groupe 1 (30%) que dans le groupe 4 (10%), elles se répartissent entre les trois catégories de la façon suivante : 5%-11%-84% dans le groupe 1 et 8%-23%-69% dans le groupe 4, elles sont donc plus précises et en rapport avec le problème dans le groupe 1. La répartition de ces interventions entre les élèves est assez équilibrée dans le groupe 1 (44%-26%-30%), elle l'est beaucoup moins dans le groupe 4 (38%-54%-8%), le tableau 18 montre que les discours des élèves du groupe 4 sont peu méthodologiques, surtout celui de T, alors que ceux des élèves du groupe 1 le sont bien davantage.

Les questions, dans le groupe 4, sont surtout des demandes de résultats (39%) ou de rappels (18%), on trouve peu de questions de méthodes (2%) ; dans le groupe 1 les questions de méthodes correspondent au plus grand pourcentage (20%).

Ici encore **les deux groupes n'ont pas réagi de façon analogue par rapport à la même tâche et le groupe qui fait le plus d'interventions méthodologiques, où elles sont le mieux réparties, où il y a des questions de méthodes, est aussi celui qui réussit le mieux car à la fin de la séance, le groupe 1 a trouvé une méthode de démonstration efficace, le groupe 4 a tourné en rond et n'a rien trouvé.**

Conclusion sur les comparaisons

Deux groupes réagissent différemment à la même tâche.

Nous avons pu constater que des interventions méthodologiques plus nombreuses, réparties entre les trois niveaux de façon telle que celles du niveau "meth 3" soient les plus fréquentes, et des questions méthodologiques elles aussi plus nombreuses, sont liées à la réussite (B3-S1-I2).

Le scénario provoque des effets positifs, mais il y a des limites à cette efficacité ; le travail en groupe, le contrat et l'enseignement méthodologique n'ont pas permis de trouver un résultat au groupe 4 dans les deux séances de géométrie I4 et S4 où ses connaissances étaient insuffisantes.

CONCLUSION SUR LES INTERVENTIONS METHODOLOGIQUES

Dans cette conclusion, nous n'oublions pas que nos résultats portent sur des effectifs faibles, voire très faibles pour certaines classifications, que nous avons fait peu de comparaisons (seulement une par type de tâche : alignement, lieu, construction et analyse), et que peu d'enregistrements des groupes 2, 3 et 4, ont pu être étudiés.

On constate finalement que, dans les exercices de géométrie proposés sans indications de méthode, les élèves des groupes que nous avons étudiés utilisent de façon non anecdotique (21% des interventions en moyenne) des argumentations méthodologiques. D'une certaine façon, on peut dire que les élèves se sont approprié le recours à la méthode.

D'autre part, en ce qui concerne le groupe 1, on constate une évolution dans l'utilisation de la démarche méthodologique, notamment une amélioration de l'adéquation entre les propositions du groupe et ce qu'il y a à faire. Ceci correspond à une plus grande utilisation du niveau "méth 3". On peut donc dire, pour ce groupe, qu'il y a un certain apprentissage réussi. Ainsi, en ce qui concerne l'efficacité de la démarche méthodologique - et c'est cette démarche qui, rappelons-le, était l'objet de notre enseignement - elle augmente notablement, sans qu'on puisse être sûr que ce soit uniquement à elle que soit due l'amélioration des performances.

Les autres groupes sont différents. Il est plus difficile d'évaluer exactement ce qui s'est passé car nous n'avons pas assez étudié d'enregistrements pour cela. Globalement toutefois, on a pu remarquer que la réussite était corrélée à une plus grande utilisation de la démarche méthodologique.

Dans ce qui suit, nous allons étudier l'élaboration des démonstrations, nous retrouverons le rôle de la démarche méthodologique et du fonctionnement des groupes.

V ETUDE DE L'ELABORATION DES DEMONSTRATIONS

1) Description de divers tableaux

Pour étudier le travail mathématique qui a été fait pendant une séance de travail en petits groupes, nous avons établi des tableaux, construits à partir des enregistrements. Nous pouvons ainsi suivre l'élaboration collective des démonstrations. Nous allons ici étudier les tableaux correspondant à deux cas extrêmes, le cas où le groupe termine la tâche demandée pendant la séance et le cas où le groupe n'arrive pas du tout à avancer.

a) le groupe termine la tâche demandée pendant la séance.

Les séances B1-S1-U1-B3 font partie de cette catégorie (nous indiquons B1 et B3 dans cette catégorie car dans ces deux cas le groupe a démontré complètement un des alignements demandés).

Nous donnons ici le tableau de la séance U_1 et nous le commentons, les autres tableaux sont donnés dans les documents de référence.

Nous avons déjà fait une étude de U1 précédemment, mais ici le point de vue sera différent.

Rappelons que cette séance se déroule à la fin de l'année et c'est donc le troisième contrat qui est utilisé. Le groupe appelle deux fois le professeur, une fois pour être aidé puis une deuxième pour faire valider la démonstration.

Ce tableau comporte trois colonnes représentant les trois thèmes du travail des élèves. Dans la colonne 1 est regroupé tout ce qui se rapporte à la figure, dans la colonne 2 apparaît tout ce qui est méthode, et enfin dans la colonne 3 nous avons rassemblé tout ce qui concerne le choix des homothéties et l'élaboration de la démonstration que ce choix a rendue possible.

Enoncé : *on considère six points A, A', B, B', C et C' tels que les droites (AA'), (BB') et (CC') soient parallèles et que les droites (AB) et (A'B') soient sécantes en un point I, les droites (BC) et (B'C') en un point J et les droites (AC) et (A'C') en un point K. Que peut-on dire des points I, J et K ?*

Une observation globale de ce tableau met en évidence les étapes suivantes :

* observation de la figure et proposition d'une conjecture,
* propositions de différentes méthodes pour faire la démonstration,
* choix d'un outil et premier essai de démonstration,
* contrôle de la démonstration sur la figure,
* ce contrôle est négatif et décide le groupe à demander l'aide du professeur,
* le professeur valide le choix des homothéties mais indique qu'il faut l'adapter à ce problème en utilisant une autre propriété d'alignement,
* après son départ deux élèves essaient de suivre la piste donnée par le professeur,
* puis un autre outil est proposé et immédiatement rejeté,
* enfin l'alignement des centres d'homothéties permet de prouver l'alignement des trois points, le groupe appelle le professeur,
* le professeur valide la démonstration.

L'ordre chronologique est donc (en remplaçant la démarche décrite dans chaque colonne par le numéro de la colonne) : 1 - 2 - 3 - 1 - 3 - 1 - appel au professeur - 3 - 2 - 3 - élaboration de la démonstration et validation.

<table>
<tr><th>Figure</th><th>Discussion sur la méthode à employer</th><th>Homothéties</th><th>U1</th></tr>
<tr>
<td>M et N discutent et concluent : les points sont alignés

M, N et V discutent à propos de la figure

N contrôle l'idée de M sur le dessin
M, N et V concluent : ça ne marche pas</td>
<td>N propose d'utiliser le parallélisme
M fait référence à un exercice précédent
V cherche toutes les méthodes pour démontrer un alignement.
V propose les barycentres
M critique la proposition de V
M propose les angles
M critique sa proposition
M propose les transformations
V propose les nombres complexes
M critique la proposition de V
M propose les homothéties

M rappelle qu'il faut utiliser le parallélisme</td>
<td>N demande : comment montrer l'alignement avec les homothéties ?

N reprend sa question
M explique l'alignement par J = h(K), I étant le centre de l</td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Pr est appelé ; M explique sa proposition, reconnait que ça ne marche pas.
Pr confirme l'idée des homothéties, et rappelle l'existence d'un autre alignement prouvé par les homothéties</td></tr>
<tr>
<td>M et N : ça ne marche pas</td>
<td>V propose d'utiliser la configuration du trapèze</td>
<td>M, N discutent sur les trois homothéties

M propose d'utiliser la composition des homothéties et l'alignement des centres
M explique à N et à V</td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Pr est appelé, Pr confirme et fait préciser la démonstration.</td></tr>
</table>

Cette chronologie met en évidence un phénomène de va-et-vient, ou d'évolution en spirale, qui montre que la démonstration se construit par approximations successives.

On peut aussi faire une observation par colonne.

* Dans la colonne 1, on voit que la figure sert à élaborer une conjecture et à contrôler une proposition de démonstration.

* Dans la colonne 2, on compte neuf interventions des trois élèves, proposant des méthodes différentes. Toutes ces propositions correspondent au type du problème posé - démontrer un alignement - mais elles ne sont pas toutes adaptables et d'ailleurs les élèves rejettent assez rapidement celles qui ne sont pas susceptibles de convenir.

* Dans la colonne 3, on observe successivement : le choix des homothéties (*M : par les homothéties c'est mieux*), la question de l'adaptation au problème posé (*N : comment montrer un alignement avec des homothéties ?*), une mauvaise adaptation, puis une qui permet de conclure.

On peut aussi suivre la démarche de chaque élève.

* L'élève M : il participe à l'élaboration de la conjecture, propose plusieurs méthodes, critique des méthodes, les siennes ou d'autres, propose au groupe ce qu'il pense être le meilleur choix, celui des homothéties, mais après observation du dessin avec une propriété d'alignement qui ne s'adapte pas, conclut avec les autres que cela ne convient pas, explique au professeur la démarche du groupe, reprend la proposition du professeur de travailler avec trois homothéties, critique une nouvelle proposition de méthode, enfin propose la solution et l'explique aux deux autres élèves.

* L'élève N : elle participe avec M à l'observation initiale de la figure et à l'élaboration de la conjecture, fait une seule proposition méthodologique sur la nécessité d'utiliser le parallèlisme, demande à M

comment montrer un alignement avec des homothéties, critique la proposition de M et fait un contrôle sur la figure, explique ce contrôle au professeur, essaie de travailler avec trois homothéties comme l'a conseillé le professeur, critique une proposition de V, et enfin écoute l'explication finale de M.

* L'élève V : elle ne participe pas, du moins oralement, à l'élaboration de la conjecture, V n'apparaît dans le tableau que par des propositions au niveau des méthodes de type "méth 1" ou "méth 2" (chercher toutes les méthodes pour étudier un alignement, barycentres, complexes, trapèze), critique la première proposition de M, enfin écoute avec N l'explication finale de M.

b) Le groupe n'arrive pas à avancer.

Les séances Q1 et S4 sont de ce type (il y a aussi la séance I4, mais nous n'avons pas fait de tableau dans ce cas car le travail est trop confus).

Le tableau Q1 est donné ici à titre d'exemple, les autres tableaux sont donnés dans les documents de référence.

Comme dans la séance précédemment analysée, c'est le troisième contrat qui est utilisé. Le groupe appelle le professeur plusieurs fois, presque toujours pour des blocages.

Enoncé : *Soit un triangle OAB, tel que l'angle (OA, OB) mesure Π/3. Soit S une similitude transformant A en B et la droite (OA) en la droite (OB).*

1) Montrer que S a un centre Ω qui appartient au cercle C circonscrit au triangle OAB.

2) Réciproquement montrer que tout point de C différent de A et B est le centre d'une telle similitude. Déterminer l'ensemble des centres des similitudes S.

<table>
<tr><th>Image de O</th><th>Centre</th><th>Similitude</th><th>Autres Q1</th></tr>
<tr>
<td>M: apparemment $S(0) \neq 0$, pourquoi ?
je ne comprends pas
V: moi non plus
N: $S(0) = 0$

M: $S(0) = 0$ c'est la seule possibilité
V: non, à cause de l'énoncé de la réciproque
M: oui ; d'accord

N: $S(0) = 0$
M: non (M reprend l'argument de V)</td>
<td>M: apparemment O c'est pas le centre; si, c'est O
N: on a vu la construction du centre d'une rotation

N: le centre c'est pas O, ça serait trop simple

N: le centre c'est pas le point invariant
M: on prend O pour centre, un exemple suffit
V: oui
N: est ce que le point invariant, c'est le centre?
M, V: oui</td>
<td>M: il faut décomposer
N: comment ?
M: le rapport de l'homothétie est OB/OA

M (discussion avec V qui reste sceptique) : il y a plusieurs similitudes qui conviennent, de même angle, et de rapports différents, mais un exemple suffit, on prend O comme centre</td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Pr est appelée. Discussion avec M. Pr finit par le convaincre, ainsi que N, en remplaçant "une" par "quelle que soit" dans l'énoncé</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td>V: il y a des similitudes qui n'ont pas de centre
V: c'est quoi les propriétés du centre ?
M: il est invariant</td>
<td>V demande le cours sur les similitudes

N: le rapport, il est toujours positif</td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">V: je vois pas où il faut aller</td></tr>
<tr>
<td>V: O est sur (OA) donc S(0) est sur (OB)</td>
<td>V, M : discussion sur les centres de h, r, S

M: je comprends pas comment le centre peut être ailleurs qu'en O
N: de quel centre s'agit-il (r, h) ?</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Passage de Pr: M reprend sa question : comment le centre peut-il être différent de O ? Pr: "la seule chose que dit l'énoncé c'est que S(0) est sur (OB)</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td>V: on sait pas où est le centre, on n'a pas su ce qu'il faut faire
N reprend sa question : de quel centre s'agit-il ?
M, N, V: discussion sur la question de N</td>
<td>N prend une homothétie puis une rotation d'angle π/2 pour expérimenter
M: S est une composée d'une homothétie et d'une rotation
V: tu vas où là ?</td>
<td>M relit l'énoncé
N propose de faire d'abord la réciproque
M: pour la 1ère question, il faut aussi utiliser que (OA) se transforme en (OB)

N: je fais des exemples</td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Passage de Pr - Elaboration de la démonstration de la 1ère question avec les élèves</td></tr>
<tr><td colspan="4">M, N, V commencent la 2ème question (réciproque). Discussion sur le début du raisonnement à partir d'égalités d'angles dues à la cocyclicité, mais il n'y a rien de précis.
V: on veut arriver à quoi ?
Situation confuse</td></tr>
<tr><td colspan="4">Pr est appelé par M qui veut poser une question sur ce qu'il a compris. Mais Pr demande si la réciproque est faite; comme ce n'est pas le cas et que c'est la fin de la séance, Pr fait la démonstration avec les élèves.</td></tr>
</table>

3) Donner une construction géométrique du centre de S lorsque le rapport de S est 2.

Ici les colonnes sont au nombre de quatre ; trois rassemblent chacune toutes les discussions autour d'une question :

* colonne 1 : quelle est l'image du point O ?
* colonne 2 : qu'est-ce qu'une similitude ?
* colonne 3 : qu'est-ce que le centre d'une similitude ?

La colonne 4 rassemble les quelques propositions de méthode qui sont faites et les principales interventions qui ne sont pas classées dans les colonnes précédentes.

Il n'y a pas de démonstration. Le tableau permet de constater le rôle essentiel des questions que se pose le groupe et de donner des explications à l'échec de cette séance du point de vue de la réalisation de la tâche.

La colonne 1 montre que la question : "comment O peut-il ne pas être sa propre image ?", est présente pendant la moitié de la séance et provoque les autres questions : "qu'est-ce que le centre d'une similitude ?" et aussi "qu'est-ce qu'une similitude ?". Le groupe est donc amené à se poser ces questions de définitions et à essayer d'y répondre (V relit son cours). C'est alors seulement que quelques propositions de méthodes apparaissent, ce qui illustre bien le fait que les difficultés précédentes avaient complètement bloqué toute recherche de démonstration.

La colonne 4 comporte alors quelques propositions mais elles sont très peu nombreuses et peu précises. On remarque aussi que cette séance est ponctuée à plusieurs reprises par des discussions vagues et des interventions de contrôle du type : "où est-ce qu'on va ?"

L'analyse par élève montre que la plupart des interventions de M se situent dans la première colonne, alors que V et N s'investissent davantage dans la recherche du centre.

Il semble bien ici que l'échec est dû en particulier à un bloquage sur une idée fausse, surtout de la part de M.

Dans cette séance le groupe n'est pas arrivé à convaincre M, probablement à cause de sa très forte conviction. Les convictions des deux autres élèves proviennent vraisemblablement de la forme de la question dans l'énoncé et sont trop faibles pour compenser l'attraction très forte de la conjecture : "O a pour image O".

La relecture du cours est aussi un signe d'insuffisance de connaissances préalables.

Cette expérience nous a amenée à changer cette tâche les années suivantes, ou à la situer différemment en la faisant précéder d'exercices comportant aussi une forte attraction du type O a pour image O.

Cette séance est un échec du point de vue de la tâche, le fonctionnement du groupe n'a pas permis de surmonter le principal obstacle, mais est-ce un échec du point de vue de l'apprentissage ?

c) Autres cas.

Les autres cas se situent entre les deux extrêmes que nous venons d'étudier en a) et b) : à la fin de la séance, le groupe a démontré une partie des résultats.

Les séances H1-M1-M3-H4 sont de ce type (nous reverrons plus loin la tâche M dans les copies étudiées au chapitre suivant). On y retrouve des éléments signalés dans les deux études précédentes, en particulier, l'élaboration de nouvelles démonstrations à partir d'éléments divers proposés par différents élèves. Nous allons maintenant préciser ces points communs.

2) **Points communs aux divers tableaux.**

On constate que dans ces tableaux les étapes de la recherche sont facilement repérables, ce qui valide le point de vue méthodologique que nous avons adopté pour faire ces tableaux.

Il y a toujours des changements individuels de stratégie ; un ou plusieurs élèves reprennent l'idée d'un autre élève et abandonnent leurs propres idées.

* Les groupes s'engagent toujours dans la recherche méthodologique attendue : ils font tous en effet de nombreuses propositions de méthodes et posent explicitement des questions méthodologiques.

* La construction des démonstrations se fait de façon non linéaire, par approximations successives, par une suite d'essais et d'erreurs. Il y a plusieurs propositions de méthodes, mais aussi des essais successifs, des retours à la figure, des conjectures, des références à d'autres exercices. Les élèves vivent une démarche de recherche, non linéaire et diversifiée.

* Au cours de ces approximations successives, les élèves font l'expérience de la critique et du contrôle. Ils se contentent rarement d'une seule méthode, et en attendent plusieurs. Ils testent ces méthodes, éventuellement sans les mettre en oeuvre, ils les apprécient ("c'est mieux" dans B3 et U1) ou les critiquent (en doutant tout haut). L'obligation de choisir les améne à évaluer et à comparer les différentes propositions.

3) Spécificité du travail en groupe sur les exercices choisis.

a) Ce que le groupe provoque.

Il apparaît dans les séances que nous avons analysées que le travail en groupe suscite l'apparition de plusieurs phénomènes qui n'auraient sans doute pas eu lieu avec cette fréquence dans une recherche individuelle.

* Il y a toujours eu plusieurs méthodes, proposées par les différents élèves. Au cours du temps, cette variété, cette possibilité de choix est attendue et même réclamée par les élèves.

* Il y a toujours des discussions et des critiques à propos des méthodes. A propos de leur adaptation au problème, de leur mise en oeuvre plus ou moins délicate (choix d'un repère, recherche d'une isométrie ....), le choix, nécessaire si plusieurs méthodes sont proposées simultanément, entraîne une comparaison et une évaluation des différentes propositions, toutes choses beaucoup plus rares dans un travail individuel.

* Chaque élève est amené, à un moment ou à un autre, à adopter l'idée, la méthode ou la démonstration d'un autre élève. L'élève ne peut pas répéter constamment le même type de démonstrations et chacun à son tour est conduit par le groupe à utiliser des démarches qui lui sont spontanément moins familières.

* Le groupe, par ses questions et ses critiques, révèle les connaissances peu sûres et les incompréhensions de sens. Chaque élève est poussé par les autres à préciser sa pensée et à approfondir ce qu'il y a d'implicite dans ses propositions. Un élève seul n'a pas ce recul face à sa propre démarche. (voir le DEA de M-C Marilier).

* Les arguments du type "la fin justifie les moyens" sont moins facilement utilisés.

b) Ce qui nous semble favorable.

L'hypothèse que nous avons faite au début a donc bien été vérifiée : l'existence d'un enseignement de méthodes et l'existence de situations où ces méthodes peuvent être utiles (sécher à plusieurs dans la recherche d'un exercice sans indications) entraîne des questionnements méthodologiques.

De plus nous avons fait l'hypothèse que cela est favorable à l'apprentissage. Et, en effet, le travail en groupe peut avoir des conséquences positives sur l'apprentissage individuel. Pour certains élèves, il est possible que le fait de parler, d'expliciter leurs démarches, leurs raisonnements permette de mieux fixer les connaissances. Pendant le travail en groupe, comparer différents outils et choisir avec des arguments méthodologiques celui qui semble le meilleur favorise l'apprentissage des différents outils et de leurs applications.

Les démarches positives (recherche non linéaire, choix de méthodes, contrôle...) que le travail en groupe a fait vivre explicitement à chaque élève font partie ensuite de son expérience personnelle, et cela peut favoriser un transfert de ces comportements dans le travail individuel.

c) Critiques.

Certains enregistrements montrent que le groupe n'a pas du tout avancé. Dans ce cas c'est un échec : le travail en groupe n'a pas permis d'empêcher les élèves de sécher et ne leur a pas fourni les moyens d'aller plus loin. Mais est-ce un échec total au niveau de l'apprentissage ?

On a observé aussi (dans Q1) que face à une conviction individuelle trop forte, le groupe n'a pas eu l'effet positif souhaité. On peut d'ailleurs se demander quelle aurait été l'évolution de l'élève concerné s'il avait travaillé tout seul.

Certaines propositions semblent assez superficielles et peut-être en ce cas le fait de travailler en groupe pousse certains élèves à parler pour parler, sans une réflexion suffisante (N dans le groupe 1).

Le travail du groupe s'appuie sur les qualités différentes des élèves ; ainsi dans le groupe 1, l'élève V a souvent un rôle de critique et de contrôle et moins d'invention, elle peut avoir l'illusion de trouver. M fait beaucoup de propositions sans aller toujours jusqu'au bout. Le travail en groupe va-t-il alors entraîner pour chacun des effets bénéfiques ? peut-il faire évoluer chaque élève ?

Conclusion

D'un point de vue cognitif, il nous semble que l'expression des diversités que permet le groupe amène chaque individu à faire des changements de stratégies, de points de vue ou de cadres qu'autrement il n'aurait pas effectués. Or nous attribuons beaucoup d'efficacité à ces changements puisqu'ils sont, nous semble-t-il, l'occasion de rééquilibrations favorables aux acquisitions. Sans pouvoir garantir le succès pour tous, on peut dire qu'il y a pour le moins une meilleure probabilité que soient utilisés ces jeux de cadres ou changements de points de vue ou de stratégies dans un travail en petits groupes que dans un travail individuel sur la même tâche.

VI INTERACTION PROFESSEUR - ELEVES ET ROLE DU PROFESSEUR PENDANT LE TRAVAIL EN GROUPE.

Nous ne pouvons pas évaluer le rôle du professeur dans l'ensemble du scénario. Cependant nous pouvons analyser son rôle pendant le travail en groupe dans les treize enregistrements que nous avons décryptés. Pour cela, nous allons étudier l'origine, la nature et l'effet de ses interventions dans le cadre de chacun des contrats.

1) Premier contrat.

Dans ce cas, le professeur circule dans la classe en venant voir régulièrement chaque groupe, c'est le professeur qui décide d'intervenir dans un groupe ; rien n'a été explicité à propos de ce contrat.

Deux enregistrements, B1 et B3, correspondent à ce contrat ; on trouve au total dix interventions du professeur, six dans B1 et quatre dans B3.

a) Origine des interventions.

Deux de ces interventions débutent sur une question posée par un élève du groupe, il s'agit des deux premiers passages du professeur dans la bande B1 ; les élèves demandent au professeur de préciser l'énoncé, puis de préciser un théorème et de donner un jugement sur son utilisation alors qu'il vient à peine d'être évoqué.

Les autres interventions, c'est-à-dire huit sur dix, commencent toutes par la même interpellation du professeur : *"alors ?"*. Ces interventions servent au professeur à savoir de façon régulière où en est le groupe, comme le montrent les deux dernières interventions de B3 dont le début est

: *"alors où en êtes-vous ?"* et *"alors, ça fait longtemps que je ne vous ai pas vus"*.

Cela signifie aux élèves qu'ils doivent être prêts à indiquer où ils en sont à tout moment, que le professeur peut venir à l'improviste, comme le montre une réflexion à la fin de B1 *"j'espère que la prof va pas venir regarder parce que..."*, et que le travail se fait sous la surveillance du professeur.

b) Nature des interventions.

Suivant la situation du groupe et l'évolution du travail, le professeur intervient de différentes façons. Comme il y a seulement dix interventions à étudier, nous allons regarder ce qui se passe dans tous les cas, en indiquant l'intervention concernée de la façon suivante : B1/2 désigne par exemple la deuxième intervention de la bande B1. On constate que le professeur :

- répond à une question (B1/1 et B1/4),
- demande l'énoncé d'un théorème (B1/2 et B3/1),
- énonce le théorème (B3/2),
- indique un comportement méthodologique (B1/2 et B3/4),
- confirme une idée de méthode (B1/3),
- encourage (B1/4),
- finit la démonstration (B1/5),
- demande un détail de raisonnement (B3/3),
- reprend la rédaction (B1/6 et B3/4),
- demande au groupe de réexpliquer à une élève (B1/5).

c) Effets des interventions du professeur.

Les effets sont variables.

Il arrive souvent que le professeur demande au groupe de faire quelque chose après son départ, souvent les élèves le font, mais cela n'apparaît pas essentiel dans leur démarche. Ainsi N reprend brièvement les conseils méthodologiques du professeur dans B1/2 (*"dans tout ce que vous connaissez en géométrie, où est-ce qu'il est question de milieux et de parallèles ?"*), les parallèles et les milieux lui font évoquer les parallélogrammes, ce qui n'est pas adapté au problème. V cherche l'énoncé de la réciproque du théorème de Thalès à la suite de B1/2, mais M et N ne cherchent pas et d'ailleurs le professeur n'y reviendra pas. Dans B1/5, le professeur a demandé à M et V de réexpliquer à N ce qu'ils font et N comprend.

Le groupe 3 cherche l'énoncé du théorème de Thalès que le professeur a demandé dans B3/1, ils complètent la démonstration comme l'a demandé le professeur dans B3/3.

Deux interventions, où d'ailleurs le professeur n'a rien demandé en partant, ont des effets positifs et plus importants que les précédents : dans B1/3 le professeur a dit de l'idée de M : *"c'est un bon projet"*, et on constate après son départ que l'idée est reprise par N et V ; dans B3/2, l'énoncé du théorème de Thalès par le professeur est suivi immédiatement après son départ d'un changement de stratégie : le groupe abandonne l'idée d'utiliser ce théorème.

Mais on trouve aussi des interventions qui n'ont pas d'effets positifs. Dans B1/4 le professeur a répondu à une question de N, mais sa réponse est suivie après son départ de la réflexion *"no comprendo"* ; le professeur n'a pas compris la question de N, et N n'a pas compris la réponse. Les conseils de comportement méthodologique n'ont eu que peu d'échos, les encouragements prodigués à M dans B1/4 sont suivis dans B1/5 par la réflexion : *"moi, je renonce"*. Et surtout trois interventions du professeur, B1/6, B3/3 et B3/4, ne s'inscrivent pas du tout dans le travail des élèves qui sont plongés dans la recherche de la démonstration du deuxième alignement, alors que le professeur ne s'occupe que de la rédaction de la démonstration du premier. Les préoccupations des élèves et du professeur sont différentes et les élèves ne sont pas aidés par les interventions du professeur.

d) Rôle du professeur.

Dans ce contrat le professeur arrive à l'improviste. Implicitement cela signifie que le rôle du professeur est de surveiller l'activité du groupe, la progression dans la résolution de l'exercice, le rythme et l'intensité du travail. Il n'a pas un rôle spécifique dans le déroulement de la recherche.

De plus les points sur lesquels le professeur est amené à intervenir sont aléatoires, les élèves n'en sont pas maîtres et les interventions du professeur ne s'inscrivent pas toujours dans leur travail.

2) <u>Avec le deuxième contrat</u>.

Rappelons ce contrat : *"vous m'appelez si vous avez une question à poser"*.

Dans ce cas le professeur n'intervient qu'à la demande du groupe.

Ce contrat a été très peu utilisé et aucun enregistrement correspondant à ce contrat n'a pu être transcrit. En effet les conditions favorables pour appeler le professeur n'ayant pas été explicitées, il est apparu rapidement qu'il était nécessaire de les préciser et de proposer donc un troisième contrat.

3) Avec le troisième contrat.

Rappelons ce contrat : *"vous m'appelez soit si vous pensez avoir trouvé une méthode ou un résultat, soit si vous n'arrivez pas à vous mettre d'accord après épuisement de tous vos arguments et au bout de dix minutes maximum"*.

Ici encore le professeur n'intervient qu'à la demande du groupe. Mais les conditions dans lesquelles un groupe doit appeler le professeur sont explicitées.

a) Origine des appels.

Les différents enregistrements montrent plusieurs types d'appels. Rappelons en effet (cf 172) que cinq appels seulement font suite à des blocages : au niveau du choix d'une méthode (I4/1 par exemple), de l'application d'une méthode au problème étudié (U1/1 par exemple), au niveau des mathématiques (Q1/1 par exemple).

Treize appels sont des propositions de méthodes (M1/3 par exemple), de conjecture (M1/1 par exemple), ou de démonstration (U1/2 par exemple).

Sept fois les élèves appellent le professeur pour poser une question précise de mathématiques (Q1/2 par exemple).

On constate que tous les appels correspondent à ce qui a été demandé aux élèves quand le contrat a été précisé.

Réciproquement, on peut constater en étudiant les bandes complètes que les élèves ne sont jamais restés trop longtemps bloqués, sauf peut-être dans S4, et qu'à chaque étape de leur recherche ils ont appelé le professeur pour qu'une validation soit faite.

De plus, il y a cinq autres interventions qui ne sont pas signalées oralement comme correspondant à des appels. Deux commencent par une interpellation du professeur : *"alors"* (J1/3 et S1/2), mais elles sont sont faites tout à la fin de la séance, le professeur intervient ici pour savoir jusqu'où est allé le groupe. Pour les trois autres interventions, on ne peut pas savoir s'il y a eu ou non un appel par un signe (Q1/2, H4/2 et S4/2), mais on constate qu'elles s'intègrent tout à fait dans le travail du groupe. On peut dire que **le contrat est donc respecté par le professeur** (comme il l'est par les élèves, cf page 77).

b) Nature des interventions.

Les différents appels provoquent différents types d'interventions.

Lorsqu'il s'agit d'un appel correspondant à une proposition, le professeur contrôle et confirme ce qui est proposé (conjecture, méthode ou résultat) dans tous les cas, ces propositions étant toujours correctes (conjectures, résultats) ou adaptées (méthodes).

Pour les appels concernant des questions de mathématiques, le professeur répond complètement, sauf peut-être dans Q1 où M n'est pas convaincu par sa réponse (Q1/1), et où il ne peut pas poser la question qui a motivé son appel (Q1/4).

Pour les cinq appels correspondant à un blocage, le professeur renvoie au calcul pour que le groupe fasse une conjecture correcte avant d'essayer de faire une démonstration (H1/1), donne le principe de la démonstration (H1/4) ou encore fait la démonstration (Q1/3). Deux de ces appels sont des appels "au secours", le groupe ne sait pas du tout démarrer, le professeur conseille alors un comportement méthodologique, en aidant le groupe à trouver le type du problème (I4/1), puis un outil adapté (I4/2).

Le contenu de chaque intervention du professeur correspond donc bien à l'appel qui l'a motivée.

Mais il arrive que le professeur profite de sa présence pour compléter son intervention, par exemple par des conseils méthodologiques comme dans S1/1, ou par une question comme dans M3/1, et les élèves font de même, par exemple en posant de nouvelles questions comme dans H4/1.

Le professeur est ainsi souvent amenée à faire le point ou à le faire faire par le groupe, et à dire ce qu'il faut faire ensuite. Quand elle quitte un groupe en demandant de faire quelque chose, il ne s'agit plus pour les élèves de donner une précision ou un détail qui manque, c'est maintenant : *"il faut le démontrer"* ; mais même cela est maintenant aussi dévolu aux élèves dans certains cas, par exemple dans un enregistrement de fin d'année, S4, c'est JY qui dit à la fin d'une intervention du professeur *"donc il suffit de trouver la rotation"*, et à la fin de l'intervention suivante c'est P qui conclut en disant : *"donc il faut prouver que P donne R"*.

On remarque que les interventions portent peu sur les niveaux "méth 1" ou "méth 2", car dans l'ensemble les blocages ne correspondent pas à un manque de questionnnement méthodologique comme on l'a déjà signalé. Quand un groupe appelle il y a toujours une ou plusieurs méthodes proposées. Les élèves ont plutôt rencontré des difficultés d'application de méthodes, des incertitudes ou des difficultés mathématiques. Ceci peut expliquer l'absence d'interventions à ces deux niveaux "méth".

Le professeur est la "mémoire mathématique" de la classe, son rôle est un rôle d'expert : contrôler, répondre à des questions de mathématiques, donner des indications en cas de besoin.

c) Effets des interventions de l'enseignant.

Il apparaît nettement dans les enregistrements que ces interventions ont des effets positifs. L'enseignante est appelée, attendue par les élèves qui ont des éléments à proposer, des questions bien préparées à lui poser ou encore ont besoin de son aide pour avancer ; ses interventions ont toujours au moins l'efficacité d'être une réponse à une attente, mais ce n'est pas la seule. Certains groupes appellent l'enseignante pour être rassurés, pour s'entendre dire s'ils sont ou non en bonne voie, le contrôle du professeur leur permet d'économiser du temps et peut-être de l'énergie, et ils s'engagent plus efficacement dans leur travail.

Donnons quelques exemples :

- dans M1 *"mais avant de faire des démonstrations, faudrait avoir une idée du lieu, on va quand même lui demander"*, le professeur confirme la conjecture du groupe qui continue sa recherche ;
- dans S1 *"il vaut mieux plutôt l'appeler que de rien trouver"*, le professeur confirme que les deux méthodes proposées par le groupe sont susceptibles de convenir et le groupe discute après son départ pour faire un choix ;
- dans H1 le groupe change de stratégie après le premier passage du professeur ;
- dans M3 *"bon, c'est bon, on appelle la prof, elle nous donnera des idées et puis on trouvera la démonstration"*, le professeur confirme la conjecture

et fait dire que les deux arcs du lieu sont dus aux angles différents correspondant aux deux arcs du cercle de départ, ce qui aurait pu permettre aux élèves de construire une démonstration s'ils en avaient eu le temps ;

- dans I2 *"faudrait lui demander si on peut appliquer le même raisonnement quand on a le cas de cette figure-là"*, le professeur répond affirmativement à cette question et les élèves sont convaincus par ses explications.

On ne trouve donc pas d'intervention négative ou en discordance avec le travail du groupe, au pire les interventions ont peu d'effets comme dans Q1 et I4.

d) Rôle du professeur.

Ici le professeur a un rôle tout à fait spécifique dans le travail du groupe. Ce sont les élèves qui ont l'initiative des moments et du contenu des interactions entre eux et le professeur. Il est complètement intégré à la démarche du groupe. Implicitement le professeur n'a plus en charge la surveillance du travail et de son rythme. **Son rôle s'est déplacé.**

Ce qui apparaît essentiel du côté des élèves c'est qu'ils doivent savoir où ils en sont, ils doivent prendre conscience qu'ils sont bloqués, qu'ils ont fait une hypothèse ou qu'ils ont démontré quelque chose ; ensuite ils sont amenés à formuler explicitement le motif de leur appel. Un certain contrôle de l'activité du groupe par lui-même est donc nécessaire et s'est manifesté même s'il n'en a pas été fait état dans la classe. **Le rôle des élèves s'est enrichi.**

3) Comparaison entre les deux contrats.

Il nous semble que le premier contrat permet d'habituer les élèves à travailler en groupe, sans en tirer immédiatement tous les bénéfices. Il permet aussi à l'enseignant, mais cela est aléatoire, d'intervenir en situation pour expliciter ce qu'est une démarche méthodologique sur un exemple précis. Enfin ce contrat fait expérimenter aux élèves comment le professeur peut les aider, mais aussi leur montre qu'il peut être inutile si son intervention ne se fait pas à un moment propice.

Dans le troisième contrat, les interventions de l'enseignant s'inscrivent de façon nécessaire dans la démarche des élèves. Il valide, il débloque ou il accélère le travail du groupe à un moment favorable puisque les élèves l'ont appelé et qu'ils ont une certaine attente. L'autonomie des élèves est accrue et par là même les interventions de l'enseignant ont plus d'effets, il y a une seule dynamique, celle des élèves qui font appel à l'enseignant en tant qu'"expert".

Il nous semble donc que l'efficacité de ce troisième contrat est plus grande, à condition bien entendu que le contrat soit respecté. Or il se peut que le contrat ne soit pas respecté ou bien n'arrive pas à s'instaurer, ce qui a pu être constaté dans une année autre que celle de l'année où nous avons fait les enregistrements. Nous nous demandons alors s'il n'est pas indispensable qu'une habitude de travail en groupe soit installée pour que les élèves puissent suffisamment gérer leur travail et utiliser au mieux le troisième contrat. En effet, les élèves doivent alors travailler, et même travailler seuls, ils doivent avoir une certaine confiance dans leurs possibilités, arriver à contrôler leur propre travail. De plus ce premier contrat a déclenché une démarche méthodologique avec l'aide de l'enseignant et que le professeur lui-même doit peut-être aussi s'habituer à laisser travailler les élèves tout seuls. Il est donc vraisemblable qu'une expérience du travail en groupe est indispensable avant le fonctionnement du troisième contrat.

Enfin lorsque ce troisième contrat est établi et bien suivi, nous pensons qu'il permet un rôle plus efficace de l'enseignant dans l'apprentissage. En effet nous pensons que, d'une part, les élèves apprennent "quelque chose" par l'obligation même de formuler leurs appels et que, d'autre part, ils vont retenir davantage les réponses apportées à leurs propositions ou à leurs questions que celles apportées à celles de l'enseignant. De plus le professeur garde le rôle de surveillance et de contrôle qu'il avait avec le premier contrat, mais ici ce n'est plus un poids pour les élèves.

D'autre part les élèves ont dans cette situation l'occasion d'expérimenter complètement leurs idées sans être interrompus, d'aller jusqu'au bout de leur démarche, et ces expériences sont sans doute déterminantes pour l'apprentissage (cf Piaget (1)).

En résumé c'est dans la plus grande adéquation entre le moment de l'intervention du professeur et la démarche du groupe d'une part, entre la nature de l'intervention du professeur et la demande du groupe d'autre part, que nous voyons les spécificités positives de ce troisième contrat.

VII SYNTHESE

Reprenons les questions que nous nous étions posées dans notre problématique.

Nous avons montré que notre scénario fonctionne bien. En particulier, nous avons vérifié l'entrée des élèves des groupes 1, 2, 3 et 4 dans une démarche méthodologique pour aborder les exercices non immédiats proposés en petits groupes.

Nous avons montré plus précisément, pour un certain nombre d'exercices non immédiats, comment la dynamique groupe/démarche méthodologique permet l'élaboration de nouvelles stratégies de résolution et amène à réussir un exercice. On peut penser que ces exercices n'auraient pas été résolus par les élèves laissés seuls (dans le même laps de temps), vu les propositions initiales de chaque élève et les transformations amenées par le travail en petit groupe.

Nous avons aussi constaté que les exercices résolus ont toujours été précédés d'une "bonne" démarche méthodologique, quels que soient les groupes et les tâches.

Ainsi, tous les éléments du scénario semblent contribuer à la réussite des exercices :

* l'enseignement des méthodes explicites reprises telles quelles par les élèves dans le premier temps de la démarche (au démarrage, avant de choisir les méthodes adaptées au problème lorsqu'elles ne sont pas évidentes),
* le petit groupe qui permet l'émergence de nouvelles stratégies à partir des propositions individuelles et qui permet à tous les élèves de participer à leur façon,
* le contrat (respecté par le professeur et les élèves) qui amène les

élèves à travailler seuls, à chercher effectivement comment démarrer sans compter dans le premier temps sur le professeur, qui dans un deuxième temps peut les aider.

* le texte des exercices (non immédiats, nécessitant la plupart du temps une réflexion méthodologique au démarrage)

Nous ne pouvons pas affirmer que les interactions permanentes entre les divers aspects du cours que nous avons décrites au chapitre 2 sont indispensables ; nous constatons seulement que, dans ces conditions, il y a appropriation par les élèves de ce qu'on voulait.

Plus précisément encore, nous avons montré que globalement la démarche méthodologique des élèves du petit groupe que nous avons suivi (groupe 1) s'améliore au fil des mois. Les élèves ont recours plus vite à des méthodes adaptées et savent mieux les utiliser effectivement dans les exercices ; ainsi plus on avance dans l'année, plus il y a de questions résolues au cours des séances de TP. Chaque élève garde certes son profil, ses spécificités, mais l'ensemble progresse.

Cependant la comparaison avec les autres groupes analysés amène à penser qu'il peut y avoir des variations selon les groupes et selon les tâches, ces variations ne mettant toutefois pas en défaut nos conclusions ; dans tous les cas des exercices très découpés et avec beaucoup d'indications ne conviennent pas bien à ce type de travail ; il existe des seuils de connaissances (liés donc à la composition du groupe) au-dessous desquels les élèves, malgré la démarche, ne réussissent pas à démarrer. Enfin, le groupe étudié semble assez homogène quant aux connaissances mais divers tout de même quant aux réactions par rapport aux mathématiques - est-ce une bonne composition ?

Seules des investigations plus poussées que celles dont nous nous sommes donné les moyens ici, plus individualisées aussi, permettront d'avancer en finesse sur la question des diversités selon les groupes.

Cependant, dans tous les cas, nous ne savons pas encore dans quelle mesure il y a "transfert" à une démarche individuelle, au moment de la recherche d'un exercice que l'élève doit résoudre (voire rédiger) seul. Nous ne savons pas non plus dans quelle mesure les élèves sont conscients ou satisfaits du scénario : c'est ce que nous allons voir dans le chapitre suivant...

CHAPITRE V

ANALYSE DES COPIES

ET

DES QUESTIONNAIRES

I INTRODUCTION

1) Retour à la problématique

Rappelons que l'hypothèse générale, qui a été faite au départ, concerne les effets positifs sur l'apprentissage de la géométrie d'un enseignement de méthode(s) lié à un travail régulier en petits groupes.

Dans l'étude précédente nous avons analysé la présence et la nature d'un questionnement méthodologique pendant la recherche d'exercices de géométrie en groupes ainsi que son effet sur le déroulement des démonstrations. Il est intéressant de chercher à savoir maintenant ce qu'il en est lors d'un travail individuel. En effet, ce questionnement méthodologique dépend-il de la forme de travail ? Dépend-il de l'existence des groupes (où le discours a rendu nécessaire l'explicitation des démarches) ? La situation étant différente, ce questionnement méthodologique existe-il encore ? Est-il de la même nature ? Garde-t-il ses effets positifs sur les démonstrations ?

En résumé, peut-on dire qu'il y a eu transfert de la démarche de recherche en groupe à la démarche de recherche individuelle (cf problématique page 23) ?

Par ailleurs le scénario que nous allons décrire, choisi pour obtenir des éléments de réponse aux questions précédentes, ayant matérialisé, par l'écriture, la démarche de recherche des élèves, nous avons pu vérifier que les élèves avaient conscience de cette démarche et de ce qu'ils avaient fait. Ceci a permis d'envisager de chercher à connaître l'analyse et l'interprétation données par les élèves eux-mêmes du travail qui leur avait été demandé. Existe-t-il ou non une cohérence entre ce que disent les élèves et nos analyses, existe-t-il des points communs, des éléments nouveaux, voire des contradictions, par rapport à nos observations précédentes ?

Plus généralement, pour avoir un élément supplémentaire d'évaluation sur l'ensemble du travail de l'année en géométrie, nous avons cherché, à travers ce que les élèves pouvaient exprimer, à savoir si leurs représentations de la géométrie avaient évolué et dans quelle mesure elles reflétaient nos efforts.

Précisons de nouveau que nons allons obtenir ici seulement des résultats très partiels et que cela ne peut pas nous donner des résultats généraux sur l'effet du scénario sur l'apprentissage global de la géométrie pendant toute l'année.

Tout ceci nous a amenée à recueillir un matériel différent des enregistrements, il est individuel cette fois, et nous le décrivons ci-dessous.

2) Méthodologie

Nous avons donc fait deux types d'investigations, une locale, où nous cherchons plus directement à vérifier le transfert de la démarche méthodologique au travail individuel écrit sur une tâche particulière, et une autre plus globale, où nous cherchons à cerner les représentations exprimées à la fin de l'année.

a) Dans un devoir donné à chercher à la maison pendant une semaine, il a été demandé aux élèves de faire l'exercice suivant :

Dans cet exercice, une partie des points sera attribuée à l'exposé de la recherche que vous avez faite avant de rédiger (que vous ayez trouvé ou non). On vous demande d'indiquer les arguments méthodologiques que vous vous êtes dits, même si cela ne vous a pas permis de résoudre l'exercice.
Exercice :
A et B sont deux points fixes d'un cercle fixe C. M décrit ce cercle ; soit P le point de la demi-droite issue de B passant par M tel que BP = AM. Quel est le lieu de P ?

Nous avons recueilli un certain nombre de copies qui dans la suite seront appelées "copies AM=BP".

Précisons que ceci a eu lieu pendant l'année scolaire 87/88, c'est-à-dire l'année suivant celle pendant laquelle nous avons fait les enregistrements. Il s'agit de la même tâche que celle codée "M" dans les transcriptions. Le moment de l'année (mois de février), et surtout la situation par rapport au cours sont à peu près les mêmes, nous pourrons comparer le travail individuel et le travail en petits groupes, l'enseignement et les séances de travail en groupe ayant été organisés de la même façon les deux années.

b) De plus, le jour du compte-rendu de ce devoir, après avoir fait ce compte-rendu, nous avons demandé aux élèves de répondre par écrit au questionnaire suivant, à propos de la démarche méthodologique :

1°) Est-ce que ça vous a aidé ou non ?
2°) Est-ce que vous faites quelque chose d'analogue quand on ne vous le demande pas ?
3°) Est-ce que le fait d'écrire votre démarche vous a aidé dans la recherche de l'exercice ?
4°) Vous avez l'impression que ça vous a fait perdre ou gagner du temps ?

Nous avons demandé aux élèves d'indiquer leur nom, ainsi nous pourrons mettre en rapport les copies et les réponses au questionnaire.

Dans la suite ce questionnaire sera appelé questionnaire 1 ou "questionnaire AM=BP".

c) A la fin de chacune des trois premières années (1986, 1987, 1988), nous avons demandé aux élèves de répondre au questionnaire suivant (de façon anonyme) :

1°) Y a-t-il des problèmes (ou exercices) de géométrie que vous trouvez plus difficiles que d'autres ? Précisez.
2°) Pouvez-vous résumer le cours de géométrie en précisant les points qui vous semblent importants (10 lignes maximum).
3°) Quelles sont les interventions du professeur ou les formes de travail qui vous ont le plus aidé ?
4°) Y a-t-il des différences dans la façon dont vous abordez les problèmes de géométrie par rapport à la 1ère S ?
5°) A la fin de cette année aimez-vous la géométrie ?

Dans la suite ce questionnaire sera appelé questionnaire 2.

d) Les réponses au questionnaire précédent citant souvent le travail en petits groupes et les méthodes, mais parfois sans commentaires, la quatrième année (1989), ce questionnaire a été changé pour obtenir plus de détails ; voici celui qui a été proposé alors aux élèves :

1) Que pensez-vous du travail en groupe ?
2) Que pensez-vous des exercices sans indications ?
3) Que pensez-vous des sujets des devoirs à la maison ?
4) Que pensez-vous de l'utilité des devoirs à la maison (recherche, rédaction, correction) ?

Nous avons cité les questions 3) et 4) qui faisaient partie de ce questionnaire et dont les réponses nous intéressaient par ailleurs, mais nous ne les avons pas analysées dans ce travail car elles ne sont pas dans notre sujet.

Dans la suite ce questionnaire sera appelé questionnaire 3.

Nous allons ici étudier successivement les copies puis les questionnaires.

II ANALYSE DES COPIES AM = BP.

Cette analyse est qualitative. Elle ne porte que sur une partie seulement des copies, celles qui ont pu être conservées ou photocopiées (22 sur 35). Par ailleurs, pendant la semaine où les élèves cherchent le devoir, il existe bien sûr une diffusion, que nous reconnaissons d'ailleurs explicitement (cf méthodologie), mais dont nous ne pouvons pas évaluer l'importance.

Nous présentons d'abord l'analyse des recherches méthodologiques, puis l'analyse des procédures effectives.

1) Analyse des recherches méthodologiques

La première remarque qu'il est possible de faire est que les élèves ont tout à fait compris ce qu'on leur demandait. Durant la semaine où ils ont cherché le devoir ils n'ont posé aucune question, demandé aucun commentaire, sur ce qu'on attendait d'eux ici, à savoir :

Dans cet exercice, une partie des points sera attribuée à l'exposé de la recherche que vous avez faite avant de rédiger (que vous ayez trouvé ou non). On vous demande d'indiquer les arguments méthodologiques que vous vous êtes dits, même si cela ne vous a pas permis de résoudre l'exercice.

Nous allons d'abord passer en revue ce que les élèves ont écrit en réponse à cette demande, puis nous examinerons le rôle de la figure et enfin nous comparerons avec ce qui s'est passé sur la même tâche, l'année précédente, pendant le travail en petits groupes.

a) Arguments

Globalement nous avons cherché dans ces copies quels sont les arguments utilisés et cités par les élèves, et par ordre de fréquence nous avons trouvé :

* l'égalité des longueurs fait penser à une isométrie (dans 13 copies)
* la recherche des points invariants (12)
* une recherche expérimentale (11)
* la recherche d'une transformation simple transformant A en B et M en P (11)
* il faut distinguer deux cas (10)
* les deux points particuliers A et B (10)
* les angles interviennent à cause du cercle (10)
* la reconnaissance du type du problème : c'est un problème de lieu (9)
* il peut s'agir de réflexions (6 copies dont 5 éliminent ce cas)
* il doit s'agir de rotations (sans avoir parlé d'isométries avant) (5)
* il doit s'agir de déplacements (4)
* on peut utiliser la configuration des rotations (cf page 39) (2)

b) Organisation des arguments.

L'organisation de ces arguments est variable, nous allons en donner quelques exemples. Nous donnons une reproduction de chaque copie, accompagnée d'un résumé de l'organisation adoptée par l'élève, nous faisons éventuellement des commentaires et nous précisons la fin de la recherche, le début de la démonstration ou la fin de la copie.

Pour abréger un peu, les dessins ne sont pas toujours donnés.

Copie n°1

Organisation :

* idée de départ : recherche de transformations simples permettant d'obtenir le lieu des points P comme image de l'ensemble des points M,

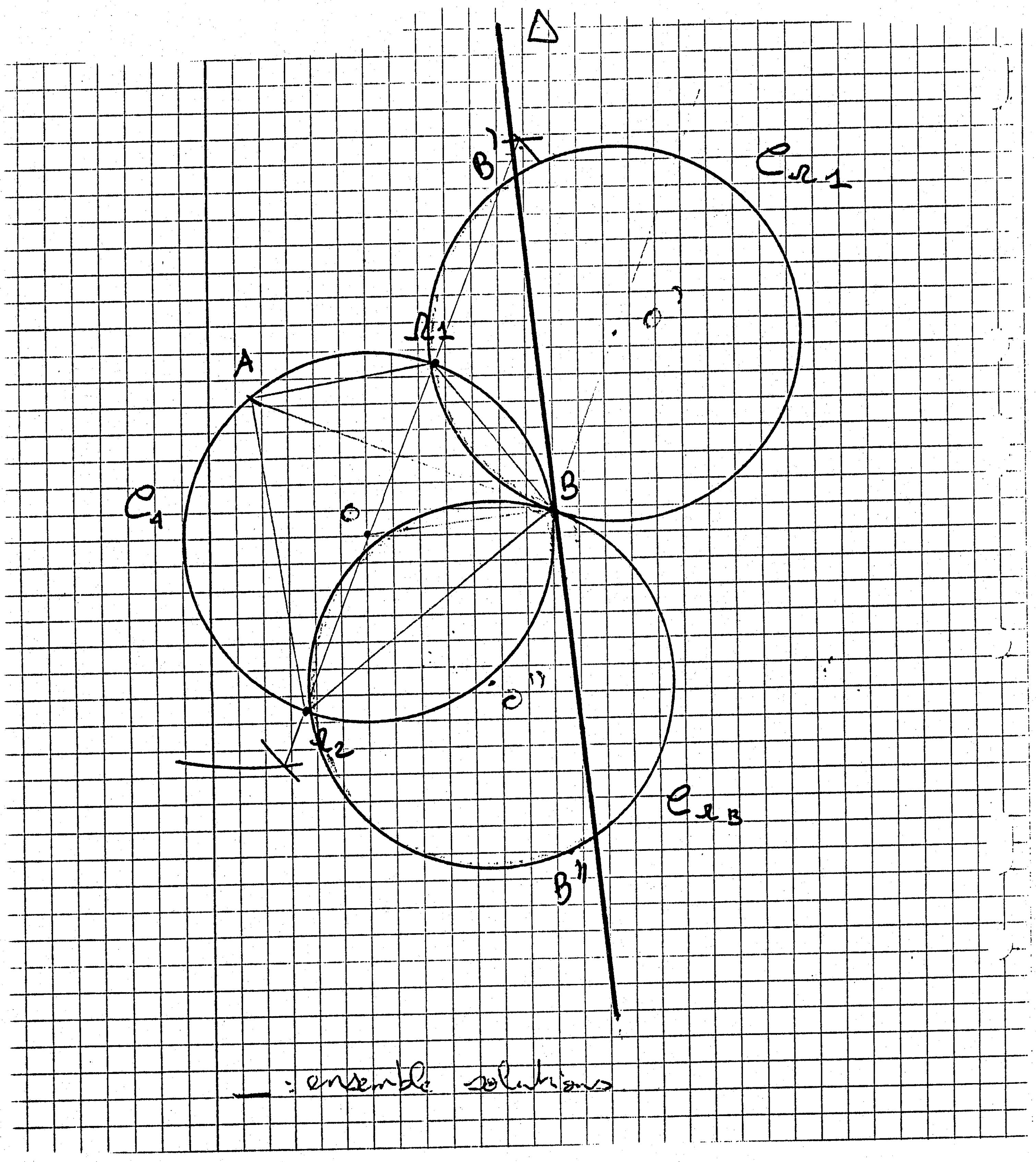
* recherche des points invariants,

* image d'un point connu de la figure,

* conjecture : il s'agit de deux rotations dont on devine le centre et l'angle.

La démonstration suit et c'est ce que l'élève appelle *"2° étape de la recherche "*.

Copie n°1


Δ
B'
$\mathcal{C}_{\Omega 1}$
$\Omega 1$
O'
A
B
$\mathcal{C}_1$
O
O''
$\Omega 2$
$\mathcal{C}_{\Omega B}$
B''
: ensemble solutions

1ère étape de la recherche :

Recherche d'éventuelles transformations simples (ne nécessitant pas de réciproque) qui permettent de passer de $\mathcal{L}ieu_M$ à $\mathcal{L}_P$.

• recherche des points invariants :

L'ensemble des points invariants Ω est tel que :

$\Omega \in \mathcal{C}_1$ et $\Omega A = \Omega B$.

On a deux points solutions, Ω_1 et Ω_2 appartenant au cercle et tels que $(\Omega_1 AB)$, $(\Omega_2 AB)$ soient des triangles isocèles de sommet respectif Ω_1 et Ω_2.

Les seules transformations qui ont des ensemble de points invariants ponctuels sont : la rotation et l'homothétie (à notre connaissance). On passe donc vraisemblablement de $\mathcal{L}_M$ à $\mathcal{L}_P$ par des rotations ou des homothéties de centre Ω_1 ou Ω_2 si on a affaire à des transformations simples.

Copie n°1

• image d'un point connu de la figure :
L'on cherche l'image de A,

on s'aperçoit que c'est B.
On a $\begin{cases} \Omega_1 A = \Omega_1 B \\ \Omega_2 A = \Omega_2 B. \end{cases}$
Il ne s'agit donc vraisemblablement pas d'une homothétie (ne conserve pas les longueurs).
On a donc vraisemblablement affaire à des rotations de centre Ω_1 et Ω_2.

2ème étape de la recherche.

On cherche à démontrer qu'on a effectivement des rotations, vraisemblablement d'angle $(\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B})$ ou $(\overrightarrow{\Omega_2 A}, \overrightarrow{\Omega_2 B})$ et de centres respectifs Ω_1 et Ω_2

Copie n°2

Organisation :

* recherche expérimentale,

* type du problème : c'est un problème de lieu,

* rappel des hypothèses,

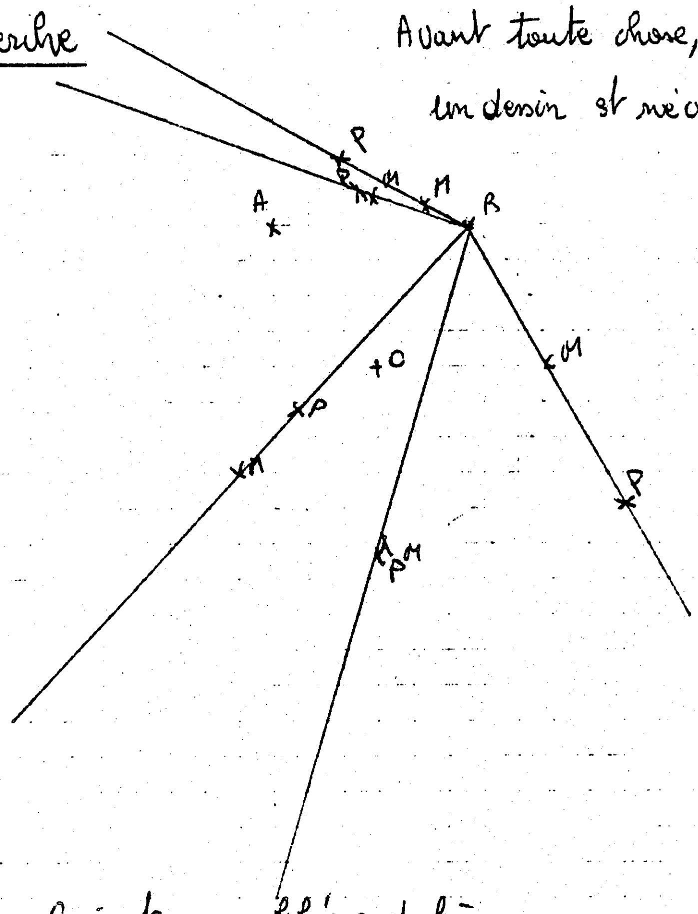
* par élimination des outils analytiques et vectoriels, choix de la recherche de transformations élémentaires,

* l'égalité de distances et les angles constants font penser à l'image d'un vecteur par une rotation,

* un retour au dessin indique qu'il y a deux rotations.

La démonstration suit et c'est ce que l'élève appelle ""*rédaction*".

<u>Recherche</u> Avant toute chose, pour se mettre les idées claires un dessin est nécessaire.



+ Ceci est un problème de lieu.

Les indices que nous avons sont :

$$P \in [BM)$$

$$AM = BP$$

M décrit le cercle $\mathcal{C}$.

vraisemblablement le lieu ne sera pas trouvé facilement en utilisant de l'analyse.

Il n'y a pas présence de vecteurs apparemment donc il ne nous reste qu'à utiliser des transformations élémentaires si possibles.

La vue du cercle m'indique la conservation d'angles à π près.

En effet nous avons $(\vec{MA}, \vec{MB}) = \alpha + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.

L'égalité de distance me fait penser à des isométries.

Or puisque B, M, P sont alignés

$$(\vec{MA}, \vec{MB}) = (\vec{PA}, \vec{PB}) + k\pi$$

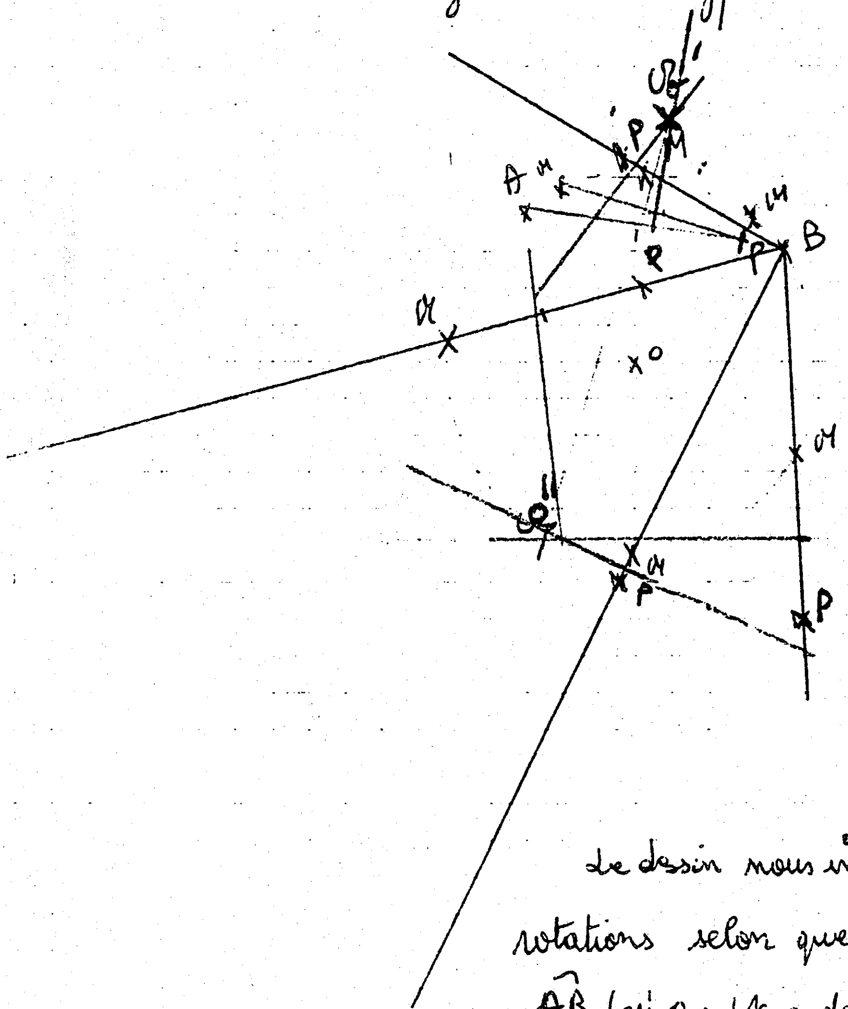
$$\Leftrightarrow \quad (\vec{MA}, \vec{PB}) = \alpha + k\pi.$$

Copie n°2

$$\begin{cases}(\vec{MA}, \vec{PB}) = \alpha \ (\pi) \\ AM = PB\end{cases}$$

Cela me fait penser à l'image d'un vecteur (ici $\vec{MA}$) par une rotation, seulement il y a un problème de conservation de l'angle.

Vérifiant cette hypothèse par un dessin



Nous savons que s'il existe une rotation r telle que

$A \xrightarrow{r} B$

$M \xrightarrow{r} P$

le centre de la rotation sera obligatoirement sur l'intersection (si elle existe) des médiatrices de [AB], [MP]

Le dessin nous indique qu'il est question de 2 rotations selon que M soit situé sur l'arc de cercle $\widehat{AB}$ (où O n'est pas dans le même demi-plan) ou sur l'autre

Néanmoins, il semble que toutes les images de M sont obtenues par une rotation

<u>Rédaction</u>

Copie n°3

Organisation :

* recherche d'une transformation telle que le point A a pour image B et le point M a pour image P,

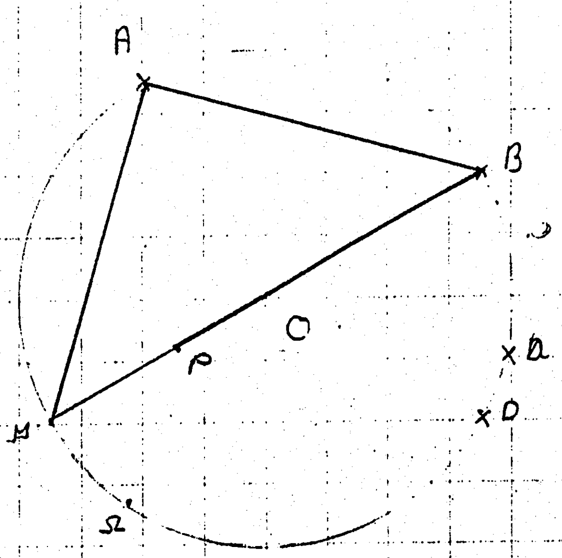
* c'est une isométrie, qui n'est pas une translation car il n'y a pas de parallélisme, qui est peut-être une rotation, qui n'est pas une réflexion (même réfutation que dans la copie n°4), et enfin la dernière possibilité, la composée d'une translation et d'une symétrie est écartée provisoirement car l'étude de ce type de transformation n'a pas encore été faite en cours.

* conclusion : seule une rotation peut convenir.

La recherche se termine ainsi, et l'élève continue en faisant une démonstration, ce qu'il annonce.

Remarquons ici les trois réfutations dont deux s'appuient sur le dessin et la dernière fait référence au contexte dans lequel est donné ce devoir.

Copie n°3



La première idée fut de chercher une transformation.

A et B étant les 2 seuls points constants on devait avoir

A -> B ou B -> A

et donc M -> P ou P -> M.

Or seul P est inconnu.

notre transformation devait alors transformer M -> P, et A -> B pour pouvoir utiliser les segments [AM] et [PB] qui nous sont donnés dans l'énoncé.

On remarque alors que AM = BP.

notre transformation, si elle existe devait ~~transfo~~ être donc une isométrie.

Les isométries sont : les translations (inconcevable puisque (BP) et (MA) ne sont pas parallèles), les rotations (qui pourraient effectivement aller), les symétries axiales (qui ne vont pas ~~pas~~ puisque l'axe devait être la médiatrice ~~de~~ [AB] et M ne donnerait alors visiblement pas P)

Copie n°3

et les <u>Eots dans certains cas</u>, qui nous sont inconnus et donc (!) à éviter provisoirement.

Il ne nous reste donc que la notation.

<u>Démonstration</u>

Copie n°4

Organisation :

* type du problème,

* recherche expérimentale,

* le lieu paraissant formé de deux arcs de cercle correspondants aux deux arcs $\overset{\frown}{AB}$, il y a deux études à faire,

* étude des points particuliers, M=A, M=B et M=P,

* recherche d'une transformation pour un arc $\overset{\frown}{AB}$: c'est une isométrie qui a au moins un point invariant, c'est donc une réflexion ou une rotation, ce n'est pas une réflexion car l'axe qui convient pour deux points ne convient pas pour d'autres sur le dessin, c'est donc une rotation de centre H et d'angle $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB})$, et on détermine l'image de l'arc de cercle par la rotation qui vient d'être définie,

* étude analogue pour l'autre arc $\overset{\frown}{AB}$.

La copie se termine ainsi.

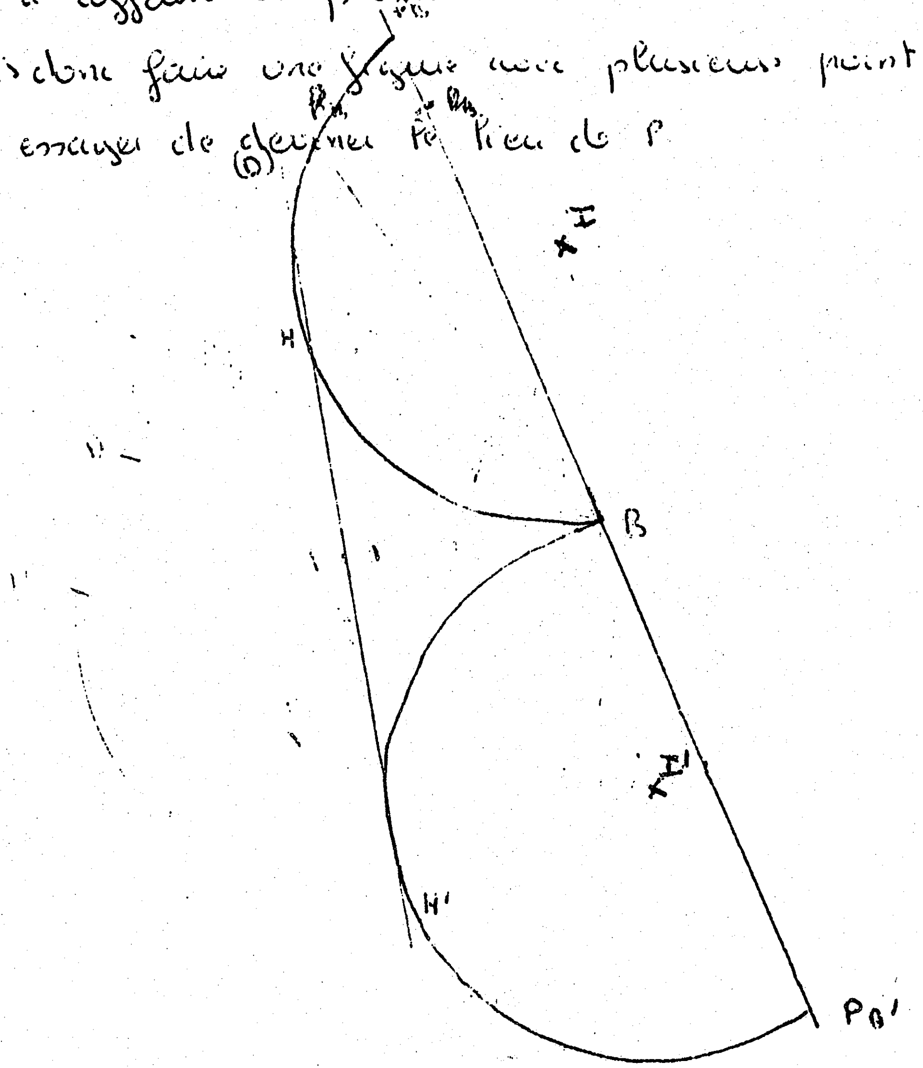
Il y a donc une recherche organisée, mais elle devient confuse et l'élève ne semble plus très bien savoir ce qu'elle cherche et ce qu'il faut démontrer.

Remarquons enfin que le point H, centre de la première rotation, n'est pas défini, il est simplement indiqué sur le dessin.

Copie n°4

I- Ici on a affaire à un problème de lieu.

Je vais donc faire une figure avec plusieurs point H différent pour essayer de deviner le lieu de L



X lieu des points L.

On a l'impression qu'il y a 2 ensembles de L qui correspond à l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ qui est dans le demi-plan délimité par (AB) qui ne contient pas O et à l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ qui contient O. On fera donc une étude séparée pour ces 2 cas.

D'autres part pour avoir une idée plus précise je regard. ce qui se passe quand H est en des points particuliers

Copie n°4

de la figure

si $M = A$ alors $P = B$

si $M = B$ on ne peut déterminer la demidroite ~~[B?]~~ $[BM)$.

~~donc~~ Mais on peut trouver P en utilisant la tangent à C en B $P = P_B$ ou $P = P_{B'}$

si $M \in (D)$ (D) étant la médiatrice de (AB).

alors $P = M$ car M est équidistant de A et B.

Je vais chercher la transformation qui pourrait associer P à M.

1ᵉʳ cas : $M \in \widehat{AB}$ sup. $\widehat{AB}$ sup étant l'arc de cercle qui est dans le demi-plan délimité par (AB) ~~cont~~ ne contenant pas O.

soit f : $M \to P$.

on sait que $f(A) = B$

et $f(H) = H$ et $f(M) = P$

d'autre part on a $BP = AM$

$\Leftrightarrow AM = f(A)f(M)$.

donc f est une isométrie

D'autres part f a au moins un point invariant H.

Donc f est soit une rotation soit une reflexion.

si c'est une reflexion alors comme elle associe B à A

elle sera d'axe (D) or $s_D(M_2) \neq P_2$ donc il n'y a qu'un

Copie n°4

point invariant et $\mathcal{R}$ est une rotation de centre H et de angle de mesure $(\vec{HA}, \vec{HB})$: R

On cherche l'image de $\widehat{AB}$ sup.

cela va être un arc de cercle de centre $I = R(O)$ ~~A~~, de rayon IB delimité par $B = \mathcal{R}(A)$ et $P_B = \mathcal{R}(B)$.

2^e cas $H \in \widehat{AB}_{inf}$ $\widehat{AB}_{inf}$ étant l'arc de cercle qui est dans le demi-plan definie par (AB) qui contient O.

Par la même démonstration on trouve que $\lambda'(H', (\vec{H'A}, \vec{H'B}))$ amène A à H.

On obtient que l'image de $\widehat{AB}_{inf}$ est un arc de cercle de de centre $\lambda'(O) = I'$ de rayon $I'B$ car $B = \lambda'(A)$ et definie par $B = \lambda'(A)$ et $P_{B'} = \lambda'(B)$.

Copie n°5

Organisation :

* recherche expérimentale,

* rappel des hypothèses,

* le dessin et l'égalité des longueurs font penser à une rotation,

* pour chaque arc $\overset{\frown}{AB}$ on peut définir la rotation par son centre et son angle,

* étude des extrémités des arcs, les points A et B,

* conclusion : le lieu est formé des deux arcs images.

La copie se termine ainsi sur cette conjecture qui est présentée comme une conclusion.

Remarquons aussi que le centre d'une rotation est défini par l'intersection de [AB] et [M_oP_o], l'oubli de "médiatrice " est probablement une étourderie car le dessin est bien fait, mais ici le centre dépend donc du point M_o par la définition qui en est donnée.

démarche suivie :

- on peut commencer par construire une figure
- pour avoir une idée du résultat.

- regrouper les hypothèses : - A, B fixes $A \in \mathcal{C}$ $B \in \mathcal{C}$
- M décrit $\mathcal{C}$
- AM = BP

- Sur le dessin il semble que l'image de l'arc AB contenant C soit un arc de même longueur ; De même pour l'autre arc.

- AM = BP peut nous faire penser à une

Copie n°5

rotation définie ainsi :

$A \to B$ (d'où $AM = BP$)
$M \to P$

De plus on sait qu'un cercle donne un cercle par une rotation et qu'un arc de cercle donne un arc de cercle à cause de la conservation des distances.

image de l'arc $\widehat{AB}$ contenant C par r :

$A \to B$
$M \to P$.

$$\begin{cases} AM = BP \\ (\vec{AM}, \vec{BP}) = \alpha + 2k\pi, \end{cases}$$ α étant l'angle de la rotation

On trouve le centre par la construction du point d'intersection de AB et MP_0.

Lorsque l'ensemble des points M décrit l'arc $\widehat{AB}$ contenant C, P décrit l'arc $\widehat{BD}$ contenant C' image de C tel que $BD = BA$ privé de D.

On raisonne de même pour l'autre arc de cercle. Le lieu des points P est ~~un~~ l'arc BE privé de E.

cas particuliers
- Si $M = A$ alors $P = B$.
- Si $M = B$ on ne peut pas parler de demi-droite issue de B passant par M.

<u>Conclusion : l'ensemble des points P est la réunion de 2 arcs de cercle définis précédemment.</u>

Copie n°6

Organisation :

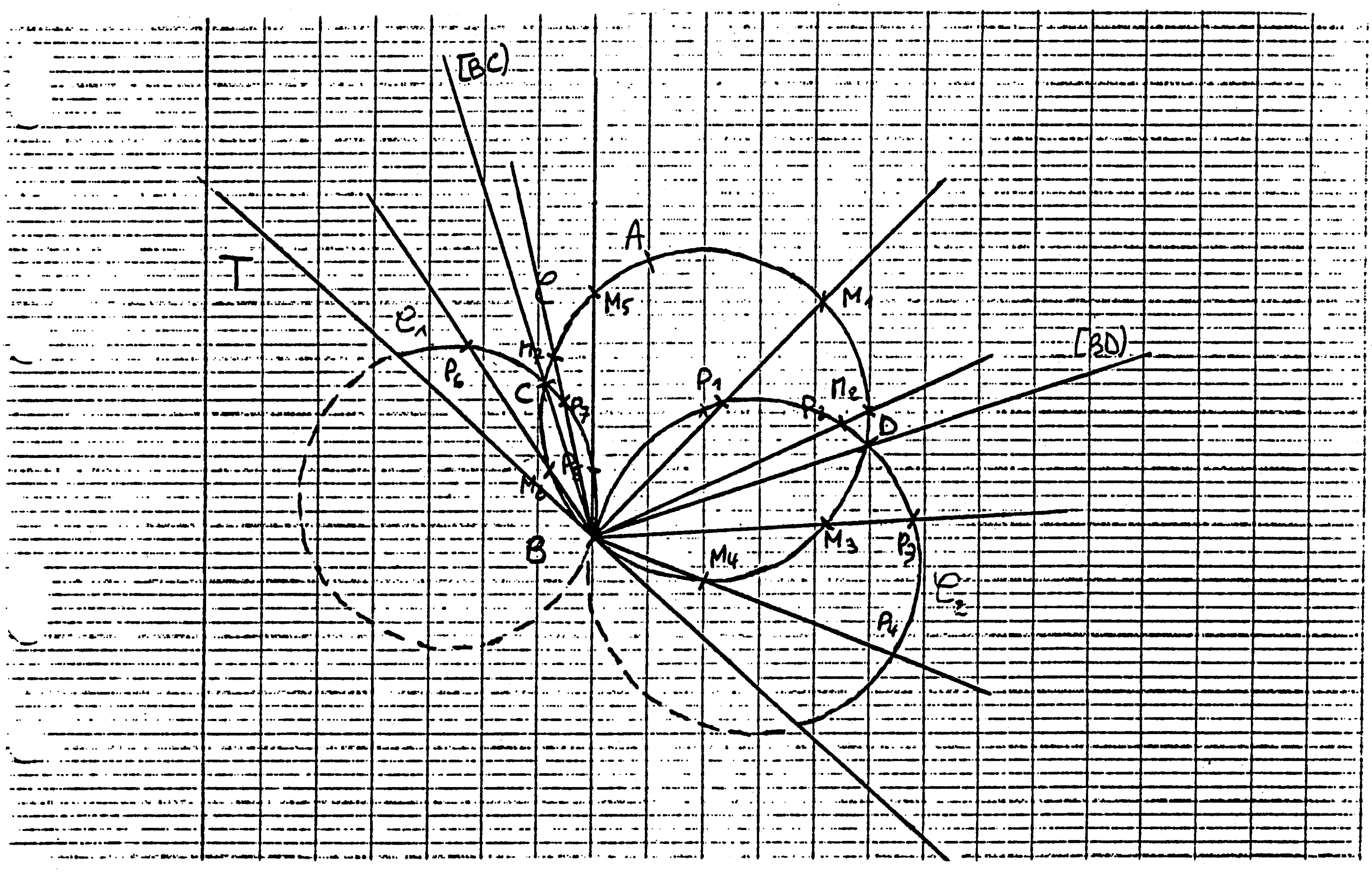
* recherche expérimentale,

* les points P ont l'air cocycliques sur deux cercles différents, sur deux arcs qui, réunis, forment un cercle entier,

* on voit sur la figure que chacun de ces arcs est obtenu à partir d'un arc $\widehat{AB}$ qui a été transformé par symétrie axiale.

La copie se termine ainsi.

Il n'y a pas de démonstration, le lieu est seulement deviné ; il est défini par deux réflexions qui conviennent globalement mais pas point par point ; c'est ce que l'on a rencontré dans l'enregistrement M1, mais ici l'élève ne montre pas qu'il est conscient que ce qu'il a fait ne correspond pas à ce qu'on attend.



Copie n°6

On trace de nombreux points M et P.

On voit qu'ils ont l'air cocycliques sur 2 cercles différents que l'on trace après avoir déterminé leur centre.

On s'aperçoit qu'en fait c'est un seul cercle qui a été coupé au niveau de la tangente à $\mathcal{C}$ en B (T) et dont une partie a été "repoussée".

On voit sur la figure qu'il y a un axe de symétrie (la demi-droite [BC) et [BD) (voir figure)). On trouve que ces droites sont les bissectrices de l'angle entre T et [BA).

On s'aperçoit donc que l'on passe de $\mathcal{C}$ à $\mathcal{C}_1$ par la symétrie axiale d'axe la bissectrice de l'angle fait par T et [BA), de $\mathcal{C}$ à $\mathcal{C}_2$ par la symétrie axiale d'axe l'autre bissectrice de l'angle fait par T et [BA). Et il faut prendre les points de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ qui se trouvent du même côté de T que $\mathcal{C}$.

Copie n°7

Organisation :

* recherche expérimentale,

* il faut envisager deux cas,

* le dessin suggère deux réflexions,

* or une réflexion étant caractérisée par l'ensemble de ses points invariants qui forme son axe, on cherche des points invariants lorsque M est sur un arc $\overset{\frown}{AB}$; il n'y a qu'un seul point invariant, d'autre part le point qui semble être sur l'axe de la réflexion n'est pas invariant donc la réflexion transforme globalement l'arc AB en une partie du lieu mais elle ne convient pas ponctuellement,

* les transformations possibles conservant un seul point sont les homothéties et les rotations, ici on reconnait la configuration liée à une rotation, il faut donc démontrer que IP=IM et que $(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IP}) = (\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{I\Omega})+2k\Pi$

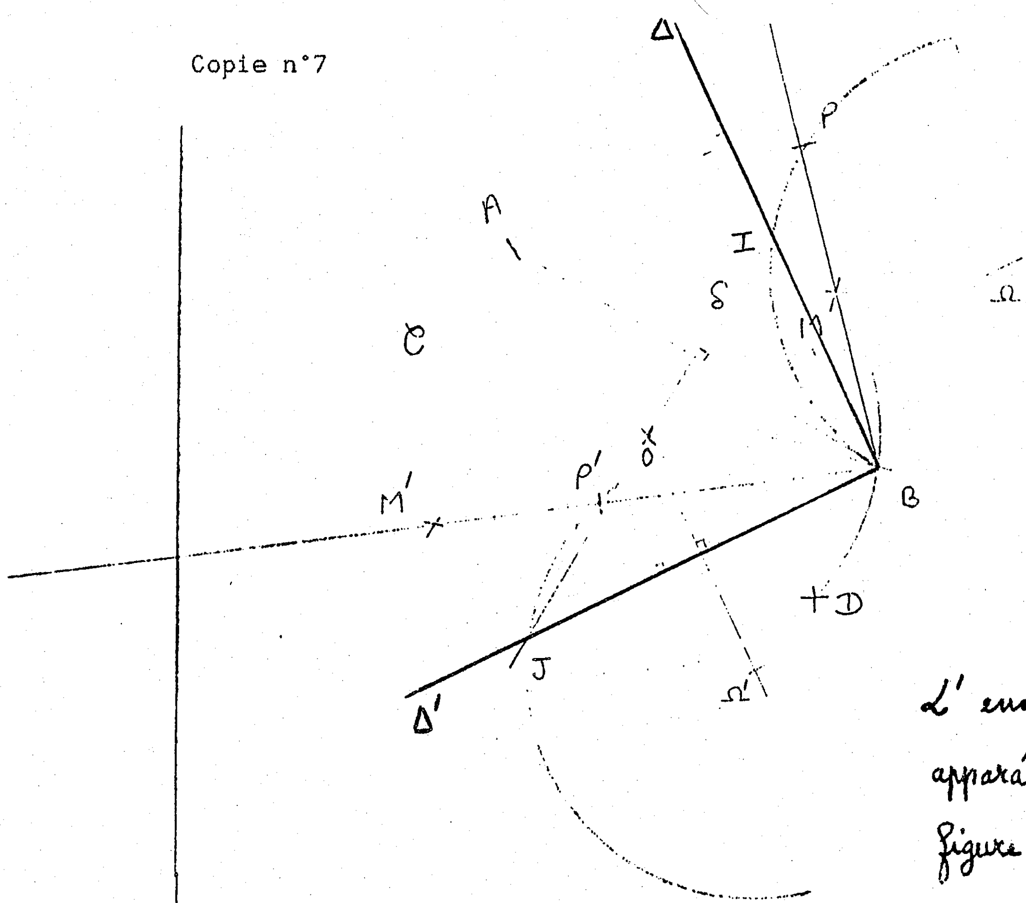
* étude des points particuliers.

La copie se termine ainsi.

Remarquons la réfutation concernant les réflexions ; contrairement à la copie n°6, ici il est montré que la réflexion convient globalement mais pas ponctuellement.

Par ailleurs, dans cette argumentation, la recherche des points invariants n'est faite que pour des points M du cercle, l'élève conclut qu'il n'y a qu'un seul point invariant sans avoir conscience que la transformation n'est pas appliquée au plan entier.

Copie n°7



Soit $D \in \mathcal{C} - \{A,$

Soit δ la médiatrice de $[A,B]$.

L'ensemble des points P apparaît en rouge sur la figure.

Après avoir fait la figure, je constate qu'il faut que j'envisage deux cas :

- M appartient à l'arc de cercle $\mathcal{C}_1$ délimité par A et B et ne contenant pas D.
- M appartient à l'arc de cercle $\mathcal{C}_2$ délimité par A et B et contenant D.

Le dessin me suggère également deux réflexions : l'une d'axe Δ (pour le 1er cas), l'autre d'axe Δ' (pour le 2^e cas) avec $\Delta = [BI)$ où $\{I\} = \delta \cap \mathcal{C}_1$.

et $\Delta' = [BJ)$ où $\{J\} = \delta \cap \mathcal{C}_2$

Pour démontrer que l'on obtient l'ensemble des points P par deux réflexions, il faut déjà considérer les caractéristiques d'une réflexion.

Une réflexion est un anti-déplacement qui a pour ensemble des points invariants son axe. C'est une isométrie.

<u>1^{er} cas.</u> $M \in \mathcal{C}_1$

Recherche des points invariants.

$M \longmapsto P = M.$

$AM = BP$ devient $AM = BM$

Donc M est sur la médiatrice de $[A, B]$.

Donc $M = I$

Ce résultat montre qu'il n'y a qu'un seul point invariant.

La transformation qui à M associe P n'est donc pas une réflexion. En effet, le point B devrait être invariant. Or quand M est en B, la droite (BM) n'existe pas mais P est sur la tangente au cercle en B. Or $BP = AB \neq 0$ donc $B \neq P \neq M$.

Donc globalement, l'arc de cercle $\mathcal{C}_1$ se transforme en un arc de cercle image par la réflexion d'axe (BI) et $\mathcal{C}_2$ se transforme en un arc de cercle image par la réflexion d'axe (BJ).
Mais ce n'est pas la même transformation qui à M associe P.

Copie n°7

Il ne reste donc que deux transformations possibles conservant un seul point : une homothétie et une rotation.

Or on reconnaît la configuration lié à la rotation.

I est le centre de cette rotation.

B est le deuxième point d'intersection de $\mathcal{C}_1$ et de son image $\mathcal{C}'_1$.

M appartient à $\mathcal{C}_1$ et son image P appartient à $\mathcal{C}'_1$ avec $P \in (BM)$.

Il faut donc démontrer que $IP = IM$

et que $(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IP}) = (\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{I\Omega}) + 2k\pi$.

- cas particuliers : Si $A = M$.

alors $AM = BP = 0$ d'où $B = P$.

Comme (AIB) est isocèle de sommet I

on a : $AI = BI \iff MI = PI$.

de plus : $(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IP}) = (\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) + 2k\pi$

$= 2(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IB}) + 2k\pi$ (triangle isocèle)

$= (\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IB}) - (\overrightarrow{I\Omega}, \overrightarrow{IB}) + 2k\pi$ (symétrie)

$= (\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{I\Omega}) + 2k\pi$

- Si $B = M$ alors $AM = BP = BA$ d'où P est sur la tangente à $\mathcal{C}$ en B.

Copie N°8

Organisation :

* type du problème : c'est un problème de lieu,

* recherche expérimentale,

* étude des points particuliers : M=A, M=B, M=P (cette dernière égalité est vérifiée pour deux points, I et J, situés sur le cercle et sur la médiatrice de [AB]),

* les points P se trouvent sur deux ensembles différents suivant l'arc de cercle où se situe M,

* on peut penser à deux rotations, de centre I et J, d'angle $(\vec{IA}, \vec{IB})$ et $(\vec{JA}, \vec{JB})$.

Ceci est suivi par deux égalités angulaires faisant intervenir le point M, mais l'élève ne continue pas et conclut l'exercice par *"le lieu serait ..."* ce qui montre qu'elle est consciente que ce qui précède n'est qu'une recherche qui aboutit seulement à une conjecture.

Remarquons que, dans cette copie, les deux rotations sont bien déterminées, les centres et les angles sont définis de façon indépendante des points M et P.

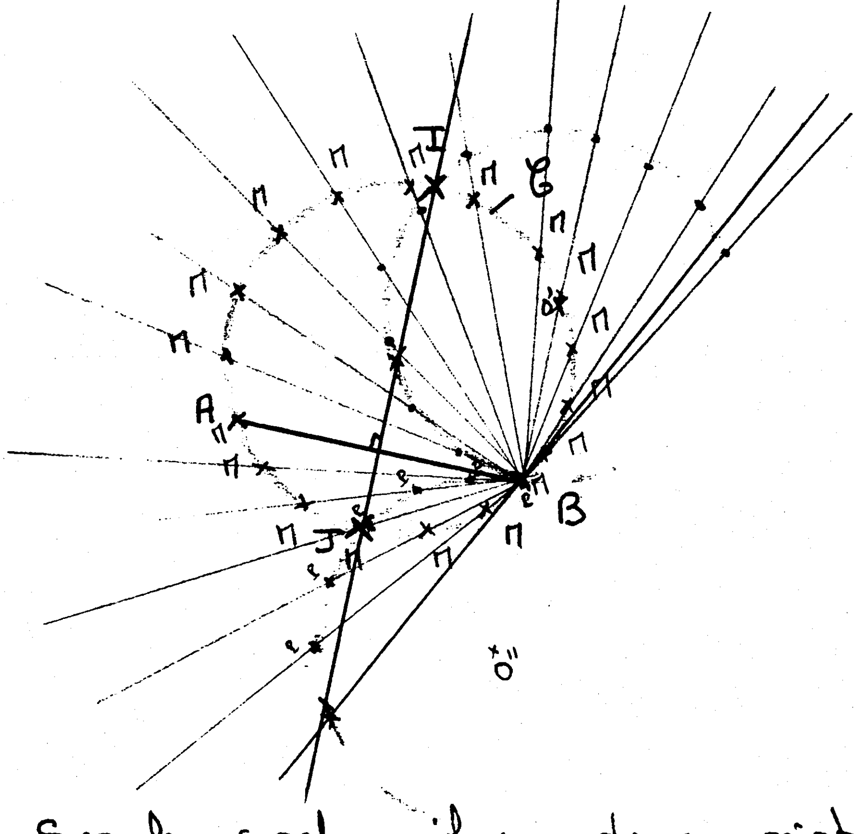
Copie N°8

AM = BM , les deux points se trouvent sur la médiatrice de [AB] et sur le cercle puisque M décrit le cercle.
On a donc deux points qui appartiennent à $\mathcal{C}$ et qui appartiennent au lieu de P : I et J
En regardant la figure, on s'apersoit d'abort que l'on distingue deux lieux de P suivant l'arc de cercle où se situe M.
On peut penser à deux rotations de centre I et J et d'angle $(\vec{IA}, \vec{IB})$ et $(\vec{JA}, \vec{JB})$ car A et B sont fixes et I et J sont fixes.
IMAB sont cocycliques :
$(\vec{AM}, \vec{AB}) = (\vec{IM}, \vec{IB}) + k\pi$
MPB sont alignés donc,
$(\vec{AM}, \vec{AB}) = (\vec{IM}, \vec{IP}) + k\pi$

Le lieu des points M serait 2 arcs de cercles de même rayon que le cercle $\mathcal{C}$ délimité par la tangente en B au cercle $\mathcal{C}$ avec les arcs de cercle appartenant au même demi-plan que $\mathcal{C}$, B appartient aux deux arcs de cercle mais on enlève de cet ensemble les deuxièmes points d'intersection de la tangente avec les deux arcs de cercles.

Copie N°8

Cet exercice est un problème de lieu. Dans un premier temps, je fais un dessin en choisissant plusieurs points M pour essayer de voir dans quelle direction conclure la démonstration.



Sur le cercle, il y a deux points particuliers A et B, on regarde donc 2 cas : A = M et B = M.
Si A = M, B = I mais si B = M, la demi-droite [BM) n'existe pas donc il n'y a pas de point I.
On a deux autres points ~~invariants~~ particuliers : lorsque M = P

c) Réfutations

On trouve dans les copies des arguments qui sont proposés puis rejetés, plus on moins correctement. Ce travail fait donc apparaître des réfutations, ce qui n'est pas le cas dans les devoirs habituels. En voici quelques exemples :

* on peut exclure les translations car on n'a pas d'égalité de vecteurs,

* il y a deux points invariants, ça ne peut pas être une translation,

* l'isométrie n'est pas une translation car la distance entre les points M et leurs images varie,

* l'isométrie n'est pas une translation car il n'y a pas de parallélisme (copie n°3),

* il ne s'agit pas d'une homothétie car une homothétie ne conserve pas les longueurs,

* si c'est une réflexion, son axe est la médiatrice de [AB] car si M=A alors P=B, mais sur le dessin il y a un point M pour lequel le point P correspondant n'est pas symétrique par rapport à cet axe (copies n°3 et n°4), donc ce n'est pas une réflexion,

* un arc du lieu des points P s'obtient par une réflexion à partir d'un arc $\overset{\frown}{AB}$, l'axe passant par B, donc B serait invariant or si M=B alors P n'est pas égal à B, donc la réflexion qui semble convenir globalement ne convient pas point par point (copie n°7).

Dans certaines de ces réfutations les points invariants interviennent. Nous pouvons remarquer que les élèves ne s'intéressent pas du tout à la transformation globale agissant sur tous les points du plan, ils étudient seulement ce qui se passe pour les points M du cercle donné. Ainsi leurs affirmations concernant l'existence d'un ou de deux points invariants ne sont relatives qu'à la restriction de la transformation considérée au cercle C, mais les élèves ne semblent pas en être toujours conscients.

Ceci rappelle des résultats de recherche sur les comportements d'élèves plus jeunes pour qui les transformations en géométrie sont toujours limitées aux transformations des figures.

d) Rôle de la figure

Le rôle joué par les figures et la recherche expérimentale est aussi inhabituel (cf copies n°2, n°4, n°5, n°6, n°7, n°8). On peut lire par exemple dans une copie (n°8) :

" Cet exercice est un problème de lieu. Dans un premier temps, je fais un dessin en choisissant plusieurs points M pour essayer de voir dans quelle direction conduire la démonstration".

Beaucoup de réfutations s'appuient d'ailleurs sur des observations expérimentales.

On ne trouve pas ce genre de remarques dans la rédaction d'un devoir habituel.

e) Comparaison avec le travail en petits groupes

Cet exercice est le même que celui des bandes M. On constate que les mêmes arguments et réfutations sont employés et que le rôle de la figure est le même. **Les éléments de la recherche méthodologique apparaissent donc tout à fait analogues dans les deux cas, travail en groupes ou travail individuel.** La recherche est ici plus organisée mais elle est en partie réorganisée dans la mesure où elle est rédigée pour un devoir, et donc nous ne pouvons pas donner de conclusions sur l'organisation des arguments lors de la recherche effective de cet exercice par les élèves.

2) Analyse des procédures effectives

a) Conjecture et démonstration

Il faut noter que si les élèves ont bien donné des arguments méthodologiques, et ont très bien compris ce qu'on leur demandait, ils ont eu beaucoup de difficultés à dissocier l'exposé de leur recherche de la démonstration elle-même. Parmi les 22 copies étudiées, nous trouvons dans 8 copies (36%) seulement une distinction claire entre la conjecture et la démonstration. Dans ces copies, le début de la démonstration est nettement signalé (cf copies n°1, n°2, n°3), ou bien l'élève a écrit *"il faut donc démontrer que"* (copie n°7) ou encore l'emploi du conditionnel *"le lieu serait"* (copie n°8) montre que l'élève fait une différence entre sa conjecture et la démonstration.

Dans les autres copies (sauf deux, très incomplètes, où le lieu n'est pas deviné) la recherche et la démonstration se mélangent, c'est le cas des copies n°4 et n°5. Les rotations qui permettraient de construire une démonstration sont souvent indiquées, mais pas toujours (copie n°6).

b) Démonstrations

Les démonstrations elles-mêmes sont souvent confuses, certaines erreurs sont fréquentes : les élèves s'arrêtent après avoir trouvé qu'il s'agissait de faire intervenir une rotation et ils n'ont pas toujours le souci de la définir complètement, ainsi le centre ou l'angle ne sont pas définis indépendamment du point M qui varie (le centre est défini comme l'intersection des médiatrices de $[AB]$ et $[MP]$, l'angle est donné égal à $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{PB})$)

Nous allons donner des exemples de copies, en renvoyant de plus aux copies n^{os}4-5-6-7-8 qui ont été reproduites complètement ci-dessus ; en effet dans ces copies la démonstration est mélangée à la recherche, ou encore la démonstration est distinguée de la recherche mais elle n'est pas faite.

Démonstration de la copie n°1 :

L'élève a défini la rotation r_1 de centre Ω_1 et d'angle $(\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B})$, Ω_1 étant un des deux points du cercle équidistants de A et de B. Il définit de façon analogue la rotation r_2. Et dans ce qui est appelé *"2° étape"* il cherche à démontrer que M a pour image P par une de ces deux rotations.

Il appelle $C_{\Omega 1}$ et $C_{\Omega 2}$ les images du cercle initial par r_1 et r_2. Il démontre ensuite que, pour que P soit sur $C_{\Omega 1}$, il est nécessaire que M soit sur l'arc $\widehat{AB}$ qui contient Ω_1 ; pour cela il utilise la configuration liée à une rotation (cf page 39).

Prenant un point M quelconque sur l'arc AB considéré, il démontre que son image par r_1 est bien le point P en montrant que

$M\Omega_1 = P\Omega_1$ et $(\overrightarrow{\Omega_1 M}, \overrightarrow{\Omega_1 P}) = (\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B}) + 2k\Pi$.

Il fait de même pour le deuxième arc $\widehat{AB}$.

Dans une troisième étape, il précise ce qui se passe pour les cas limite, M = A et M = B.

Dans la quatrième étape, il se demande si chaque point du cercle $C_{\Omega 1}$ est un point P, la réponse est donnée par le fait que l'image d'un arc de cercle par une rotation est un arc de cercle. Il fait de même pour le cercle $C_{\Omega 1}$.

Dans une cinquième et dernière étape, il s'intéresse à un cas très particulier de la figure de départ, le cas où on a A=B.

La conclusion est donnée : le lieu de P est donc la réunion des deux arcs images.

Cette démonstration est correcte, avec quelques longueurs.

1

2ème étape de la recherche.

On cherche à démontrer qu'on a effectivement des rotations, vraisemblablement d'angle $(\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B})$ ou $(\overrightarrow{\Omega_2 A}, \overrightarrow{\Omega_2 B})$ et de centres respectifs Ω_1 et Ω_2

- On prend les cercles images suivants:

$\mathcal{C}_{\Omega_1}$, image de $\mathcal{C}_A$ par la rotation de centre Ω_1 et d'angle $(\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B}) + 2k\pi$ (Γ_1).

$\mathcal{C}_{\Omega_2}$, image de $\mathcal{C}_A$ par la rotation de centre Ω_2 et d'angle $(\overrightarrow{\Omega_2 A}, \overrightarrow{\Omega_2 B}) + 2k\pi$

- On tente de montrer que chaque point du cercle $\mathcal{C}_A$ a son image

② dans l'un des deux cercles images.

* Différenciation des arcs de cercles $A\Omega_1B$ et $A\Omega_2B$.

On reconnait avec les couples de cercles $(\mathcal{C}_1 ; \mathcal{C}_{\Omega_1})$ et $(\mathcal{C}_1 ; \mathcal{C}_{\Omega_2})$ une double configuration de la rotation, déjà décrite dans l'exercice de géométrie précédent.

Si réellement, M a pour image $P \in \mathcal{C}_{\Omega_1}$ par la rotation de centre Ω_1 (par exemple) alors nécessairement, M, B, $P_{\in \mathcal{C}_{\Omega_1}}$ sont alignés.

Or, qui plus est, M, B, $P_{\in \mathcal{C}_{\Omega_1}}$ doivent appartenir à la même demi droite. Or, la demi-droite $[BM)$ ne peut couper $\mathcal{C}_{\Omega_1}$ que si $M \in \overset{\frown}{A\Omega_1B}$:

effectivement, (en utilisant la réciproque de la configuration de la rotation* dans le cas limite où : $P = B$).

* tout M' du cercle image, le second point d'intersection des 2 cercles et l'antécédent du point sont alignés. Dans le cas M' = B, est défini par l'intersection de C départ et la tangente à C arrivée par B.

on a (AB) tangente en B à $\mathcal{C}_{\Omega_1}$; donc si M dépasse le demi plan défini par (AB) et Ω_1, c'est à dire si il quitte l'arc $\overset{\frown}{A\Omega_1B}$, la demi droite $[BM)$ n'a alors plus aucune chance de couper $\mathcal{C}_{\Omega_1}$.

Parallèlement, on démontre de

③ la même manière que si M a pour image $P \in \mathcal{C}_{\Omega_2}$ alors nécessairement (pour que la demi droite $[BM)$ coupe $\mathcal{C}_{\Omega_2}$) il faut que M se trouve sur l'arc $\overset{\frown}{A\Omega_2B}$.

Ce que nous venons de montrer sont des conditions nécessaires, mais pas suffisantes pour montrer que

$$M \in \overset{\frown}{A\Omega_1B} \Rightarrow P \in \mathcal{C}_{\Omega_1}$$

$$M \in \overset{\frown}{A\Omega_2B} \Rightarrow P \in \mathcal{C}_{\Omega_2}.$$

* Démonstration du problème qui vient de se poser.

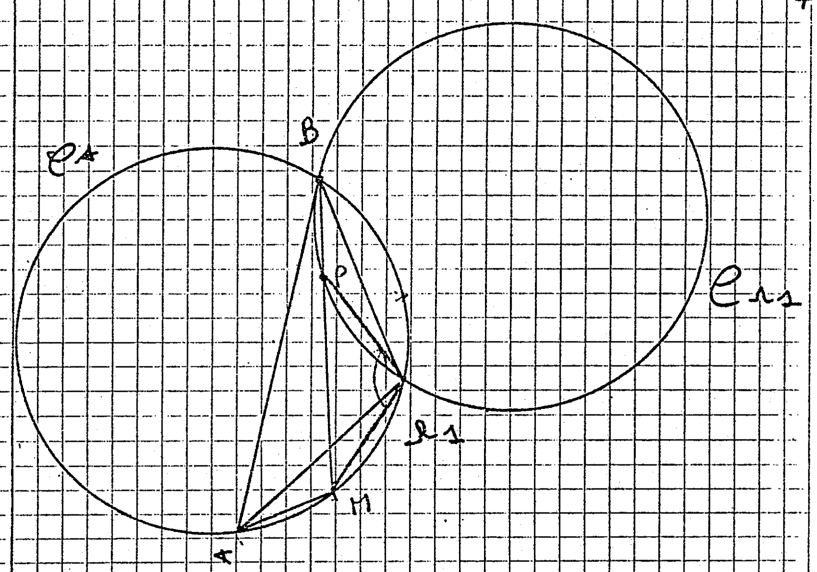
1er cas : $M \in \overset{\frown}{A\Omega_1B}$.

Si P est l'image par r_1 de M, alors nécessairement il appartient à $\mathcal{C}_{\Omega_2}$. Mais est-il image de M par cette transformation ?

Prenons une autre figure et montrons que

$$\begin{cases} \Omega_1 M = \Omega_1 P \\ \text{et} \\ (\overrightarrow{\Omega_1 M}, \overrightarrow{\Omega_1 P}) = \alpha_{\text{fixe}} + 2k\pi \end{cases}$$

④



Utilisons la cocyclicité des points A, M, Ω_1, B : elle nous permet de dire que

- $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A\Omega_1}) = (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{B\Omega_1}) + 2k\pi$ (points A et B sur le même arc de cercle défini par M et Ω_1).

- en outre, $A\Omega_1 = B\Omega_1$ (propriété du triangle isocèle) et $AM = BP$ (hypothèse).

L'égalité sur les angles et l'égalité sur les longueurs nous permet de dire que les triangles $(AM\Omega_1)$ et $(BP\Omega_1)$ sont superposables : on a :

$M\Omega_1 = P\Omega_1$ (1er élément de la démonstration)

⑤ en utilisant la cocyclicité des points A, M, Ω_1, B, on a :

$(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{M\Omega_1}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Omega_1}) + 2k\pi$.

Le triangle (M, P, Ω_1), on l'a vu, est isocèle de sommet Ω_1.

donc

$(\overrightarrow{\Omega_1 M}, \overrightarrow{\Omega_1 P}) = \pi - 2(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{M\Omega_1}) + 2k\pi$

$= \pi - 2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Omega_1}) + 2k\pi$.

Le triangle (A, B, Ω_1) est isocèle de sommet A et on a :

$(\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B}) = \pi - 2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Omega_1}) + 2k\pi$

donc

$(\overrightarrow{\Omega_1 M}, \overrightarrow{\Omega_1 P}) = (\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B}) + 2k\pi$

L'égalité sur les longueurs et l'égalité sur les angles nous permet de dire que, pour tout point M de $A\Omega_1B$ (et seulement pour cet arc, voir plus haut), l'image P est obtenue par la rotation de centre Ω_1 et d'angle $(\overrightarrow{\Omega_1 A}, \overrightarrow{\Omega_1 B})$: P se trouve sur $\mathcal{C}_{\Omega_1}$.

On démontrerait exactement de la même manière que pour tout point M de l'arc $A\Omega_2B$, l'image

⑥ P est obtenu par la rotation de centre Ω_2 et d'angle $(\overrightarrow{\Omega_2 S}, \overrightarrow{\Omega_2 B})$

3ème étape de la recherche.

Image des points limites A et B : On l'a vu, on a d'une part : $A \to B$, qui appartient aux 2 cercles (les deux rotations transforment A en B.).

On utilise pour B la configuration de la rotation : $M \in \mathcal{C}$ départ, B, M' $\in \mathcal{C}$ arrivée sont alignés.

Ici on est dans le cas limite où $M = B$; B a en fait deux images, qui sont définies comme les seconds points d'intersection de $\mathcal{C}_{r_1}$ (et $\mathcal{C}_{r_2}$) avec la tangente Δ à $\mathcal{C}_A$ passant par B.

4ème étape de la recherche.

Le problème de la réciproque se pose : est ce que chaque point de $\mathcal{C}_{r_1}$ (respectivement de $\mathcal{C}_{r_2}$) a un antécédent dans $\mathcal{C}_s$?

On utilise en fait la conservation des arcs de cercle par la rotation, et, nécessairement, on a l'image de $\overset{\frown}{A\Omega_1 B}$ qui est l'arc $\overset{\frown}{r_1(A)\Omega_1 r_1(B)}$, c'est à dire $\overset{\frown}{B\Omega_1 B'}$, où B' est l'image de B par r_1 le point d'intersection de Δ et $\mathcal{C}_{r_1}$.

⑦ De même, on a l'image de l'arc $\overset{\frown}{A\Omega_2 B}$ qui est l'arc de cercle (sur $\mathcal{C}_{r_2}$) $\overset{\frown}{r_2(A)\Omega_2 r_2(B)}$ c'est à dire $\overset{\frown}{B\Omega_2 B''}$ où B'' est l'image de B par r_2 : le point d'intersection de Δ et $\mathcal{C}_{r_2}$.

5ème étape de la recherche.

Étude du cas limite où $A = B$.

on a toujours $AM = BM$:

Le cercle a pour image lui même (invariant point par point).

Conclusion : le lieu de P est :

$\overset{\frown}{B\Omega_1 B'} \cup \overset{\frown}{B\Omega_2 B''}$

Démonstration de la copie n°2 :

Ayant obtenu que MA=BP et que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{PB})$ est égal à une constante α à 2Π près lorsque M décrit un des arcs $\widehat{AB}$, l'élève conclut d'après un théorème du cours, que M a pour image P par la rotation d'angle de mesure α et de centre Ω, Ω étant défini par l'intersection de la médiatrice de [AB] et de la médiatrice de [MP]. Il manque ici une définition de Ω, indépendante de M et P, pour utiliser la même rotation pour tous les points M.

L'élève conclut en disant que le lieu des points P lorsque M décrit un arc $\widehat{AB}$ est donc l'image de l'arc de cercle $\widehat{AB}$ considéré par la rotation qu'il vient de définir.

Il en est de même dans le cas où M décrit le deuxième arc $\widehat{AB}$.

Rédaction

Soit O centre du cercle $\mathcal{C}$, $\{A, B\} \in \mathcal{C}$

$\forall M \in \mathcal{C} - \{A, B\}$, $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) + k\pi$

Soit 2α la mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

<u>1e Cas</u> Soit M tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha + 2k\pi$

$\Leftrightarrow$ M est sur $\widehat{AB} - \{A, B\}$ compris dans le demi plan défini par la droite (AB) et O. $\widehat{AB} = \mathcal{C}$

On a $\begin{cases} MA = BP \\ (\vec{MA}, \vec{MB}) = \alpha \ (2\pi) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} MA = BP \\ (\vec{MA}, \vec{PB}) = \alpha \ (2\pi) \end{cases}$ (alignement et $P \in [BM)$.)

On reconnait la rotation vectorielle associée à la rotation ponctuelle de centre Ω et d'angle α.

$$M \longrightarrow P$$
$$A \longrightarrow B$$
$$\Omega \longrightarrow \Omega_1$$

Nous avons donc $p = r(M)$, donc l'ensemble des points p définies ici est l'image de $\mathcal{C}$ par $r(\alpha, \Omega)$. Cet ensemble sera donc un arc de cercle.

2ᵉ Cas soit M tel que $(\vec{MA}, \vec{MB}) = \alpha + (2k+1)\pi$

$\Rightarrow M \in \widehat{AB}_{-\{A,B\}}$ inclus dans le demi plan défini par (AB) et là où O n'est pas) $\widehat{AB}_{-\{A,B\}} = \mathcal{C}'$

On a $\begin{cases} MA = BP \\ (\vec{MA}, \vec{MB}) = \alpha + \pi (2\pi) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} MA = BP \\ (\vec{MA}, \vec{PB}) = \alpha + \pi (2\pi) \end{cases}$

De même que précédemment $p = r'(M)$, donc l'ensemble des points p défini dans ce cas est l'image de $\mathcal{C}'$ par $r'(\alpha + \pi, \Omega')$.

Cet ensemble sera donc un arc de cercle.

$\Omega' =$ médiatrice de $[AB] \cap$ médiatrice de $[PM]$

3ᵉ Cas Si $M = A$

$AM = BP = 0$ donc $P = B$

Si l'on désire trouver une rotation telle que $M = A$ donne $P = B$, il suffit de construire la médiatrice de $[AB]$ et de choisir un centre quelconque dessus pour trouver le centre Ω' de la rotation.

Or $\Omega \in [AB]$ et $\Omega_1' \in [AB]$ donc P peut être l'image de $M = A$ par r et r'. Soit p_0 l'image de $M_0 = A$

d'où $r(M_0) = r'(M_0) = p_0$

4ᵉ Cas si $M = B$, on ne peut parler de MB donc p n'existe pas.

Conclusion générale : l'ensemble des points p lorsque M décrit C est l'image de l'arc $\widehat{AB} - \{B\}$: $\mathcal{C}$, compris dans le demi plan défini par la droite (AB) et le point O, par la rotation de centre Ω, d'angle $(\frac{1}{2} \vec{OA}, \vec{OB})$; et l'image de ~~l'arc~~ l'autre arc $\widehat{AB} - \{B\}$ par la rotation de centre Ω', d'angle $(\frac{1}{2}(\vec{OA}, \vec{OB}) + \pi)$.

L'ensemble des points p est donc 2 arcs de cercles de même rayon que C de centre O_1 et O_2 tels que

$$\begin{cases} (\vec{\Omega O}, \vec{\Omega O_1}) = \frac{1}{2} (\vec{OA}, \vec{OB}) + 2k\pi \\ \Omega O = \Omega O_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\vec{\Omega' O}, \vec{\Omega' O_2}) = \frac{1}{2} (\vec{OA}, \vec{OB}) + \pi + 2k\pi \\ \Omega O = \Omega O_2 \end{cases}$$

Ω étant défini lorsque $M \in \mathcal{C}$; $\Omega =$ médiatrice de $[AB] \cap$ médiatrice de $[PM]$

Ω' " " " " ; $\Omega' =$ " " "

Démonstration de la copie n°3 :

Dans sa recherche méthodologique l'élève avait conclu que c'était une rotation qui devait convenir par élimination des autres transformations. Il commence sa démonstration en affirmant l'existence d'une rotation transformant A en B et M en P, mais il ne justifie pas cette affirmation.

Contrairement à la copie n°2 le centre est ici défini correctement, c'est le point de l'arc AB considéré qui se trouve aussi sur la médiatrice de [AB], mais il n'y a pas de précision sur l'angle. L'élève appelle M' l'image d'un point M par cette rotation, il ne justifie pas que c'est le point P.

Démonstration

Soit R tel que $A \xrightarrow{R} B$

$M \xrightarrow{R} P$

Ω son centre doit être sur la médiatrice de [AB].

On doit avoir $(\vec{\Omega A}, \vec{\Omega B}) = (\vec{\Omega M}, \vec{\Omega P}) + 2k\pi$.

donc Ω va être sur le cercle.

Ω sera une intersection de la médiatrice de [AB] et de $\mathcal{C}$.

On doit en fait avoir Ω et M dans le même arc $\widehat{AB}$.

Soit D un point quelconque de C

* soit $M \in \widehat{AB}$ qui contient D.

M décrit ~~a~~ l'arc.

M' est son image par R.

Or l'image de un cercle est un cercle.

Donc l'image de cet arc sera l'arc de centre l'image de O borné par l'image de B et l'image de A contenant l'image de D.

Cet arc de cercle aura même rayon que C et comme $A \xrightarrow{R} B$ (par défi hypothèse) a cercle passera par B.
Il faut retirer le point B de l'ensemble de départ car alors (HB) n'est pas défini et H n'a pas d'image.
On a donc $[\widehat{AB}[$ comme ensemble de départ. L'Ensemble d'arrivé sera le même que celui énoncé précédemment sauf si l'image de B.
Comme la rotation est bijective tous les points de l'ensemble d'arrivé auront un antécédent

Conclusion si $D \in \widehat{AB}$ contenant D, alors R P se trouve sur l'arc de centre l'image de O par R, de borne B inclus, et l'image de B exclu, contenant l'image de D.

* Si $H \in \widehat{AB}$ ne contenant pas D. (et privé de B).
on démontre alors comme dans le 1er cas que H est sur l'arc de centre O l'image de O, de bornes B inclus et l'image de B exclus et contenant l'image de D.
Mais le centre de la rotation est l'autre intersection de C avec la médiatrice de [AB].

Conclusion ~~soit D un~~.

E_1 est l'union des 2 ensembles trouvés, soit 2 arcs de cercle de même rayon tangent en B.
Chaque ~~cercle~~ arc de cercle est l'image de ~~a~~ l'arc $\widehat{AB} - \{B\}$ que décrit H par la rotation de centre l'intersection de C avec la médiatrice de [AB] telque H et le centre soit sur le même arc de $\widehat{AB}$ et qui transforme A en B

c) **Comparaison avec le travail en petits groupes à propos des démonstrations.**

Le travail en groupe a été très souvent arrêté avant la mise en forme de la démonstration. Je me suis attachée à ce que les élèves trouvent eux-mêmes les outils pour construire les démonstrations, cela a occupé souvent la plus grande partie de la séance, et je n'ai pas pu exiger la rédaction des démonstrations dans le même temps. Ici, l'analogie entre cet exercice et ceux donnés en petits groupes a-t-elle amené les élèves à ne pas aller jusqu'au bout de la rédaction ? Ou bien dans ce type d'exercice sans indications préalables, le contrat pour eux est-il seulement de trouver quel est le lieu et les outils de la démonstration ? Ou bien est-ce vraiment très difficile de rédiger une démonstration quand on n'est pas guidé par l'énoncé ? Particulièrement dans cet exercice où le lieu n'est pas simple, la principale difficulté ayant été résolue (trouver le lieu et les outils) les élèves ont-ils négligé la suite qui pouvait leur sembler moins essentielle ? moins intéressante ? Ou peut-être tout simplement n'ont-ils pas su faire la démonstration et ils ne l'écrivent pas clairement.

Rappelons cette intervention dans une des séances de travail en groupe *"On dit pas je me suis aperçu"*. **Il nous semble que la différence entre conjecture et démonstration est plus nette dans le travail en groupe que dans les copies, et ceci peut-être à cause des justifications, des discussions et des argumentations qui existent dans les groupes.**

Conclusion.

Ces copies nous montrent que les élèves arrivent individuellement à expliciter leur démarche méthodologique, et que cette démarche est tout à fait analogue à celle qui existe dans le travail en petits groupes. Mais les démonstrations sont confuses, se mélangent avec la conjecture ou encore sont incomplètes, certains éléments n'étant pas correctement définis.

Nous pouvons dire qu'il y a eu transfert de la démarche de recherche méthodologique faite en petits groupes à la démarche de recherche individuelle. En ce qui concerne les démonstrations, nous ne pouvons rien conclure, dans les copies elles ne sont pas satisfaisantes, mais rappelons que, dans les enregistrements, nous n'avons pas trouvé de démonstrations totalement élaborées sur cette tâche.

Par ailleurs, on peut se demander ici quel objectif il est souhaitable d'atteindre pour un tel exercice. Cet exercice est difficile, le rôle du professeur peut être de poser des questions détaillées permettant de faire la démonstration, une fois que les élèves ont deviné la nature du lieu et les outils probables de la démonstration.

Par les discussions dans les groupes le scénario précédent avait rendu explicite par l'oral la démarche de recherche. Ici, dans les copies AM=BP, le travail est individuel, c'est l'écriture qui d'une part rend cette explicitation possible et d'autre part lui donne davantage de consistance, elle est matérialisée, "noir sur blanc". (avec peut-être l'inconvenient d'être figée et même artificiellement recomposée).

On peut peut-être distinguer quatre étapes dans les manifestations d'une recherche méthodologique :

* une attitude spontanée,

* une démarche explicite (ce qui s'est fait dans les séances de travail en petits groupes), et donc déjà davantage organisée,

* une mémorisation de cette démarche par l'utilisation d'un relais extérieur (l'écriture dans les copies AM=BP),

* une réflexion sur ce qui a été fait.

Nos trois questionnaires correspondent à ce quatrième point et nous allons les étudier maintenant.

III ANALYSE DES QUESTIONNAIRES SUR LES COPIES AM=BP

Rappelons d'abord ce questionnaire :

1°) Est-ce que ça vous a aidé ou non ?
2°) Est-ce que vous faites quelque chose d'analogue quand on ne vous le demande pas ?
3°) Est-ce que le fait d'écrire votre démarche vous a aidé dans la recherche de l'exercice ?
4°) Vous avez l'impression que ça vous a fait perdre ou gagner du temps ?

1) Remarques préliminaires.

Les réponses à ce questionnaire sont assez délicates à analyser pour plusieurs raisons. En effet l'étude de ces réponses montre que les élèves se sont placés à des niveaux différents ou bien ont répondu plus ou moins généralement.

Dans la première question le mot "ça" est très vague, de même "cela" dans la dernière question, et ainsi certains élèves ont répondu à ces questions de façon très globale, mais cela n'a pas été le cas de tous : aussi il est difficile de comparer leurs réponses.

La question 1 porte sur l'exercice donné en devoir où il s'était agi d'écrire la démarche de recherche. L'analyse des réponses fait apparaître que les élèves ont souvent répondu à la fois sur le fait de faire la démarche et sur le fait de l'écrire, souvent cela n'est pas séparé ni distingué ; certaines réponses prennent aussi en compte d'autres exercices.

La deuxième question n'est pas précise, "quelque chose" est encore très vague, on ne sait pas de quoi il s'agit. Des élèves ont comparé ce qu'ils faisaient habituellement avec ce qu'ils avaient fait pour répondre à la consigne (recherche et/ou écriture), mais d'autres ont fait cette comparaison avec la synthèse faite en classe entière lors du compte-rendu de ce devoir.

La troisième question porte sur l'écriture de la démarche de recherche, certains élèves, mais pas tous, ont aussi pris en compte le fait d'avoir ou non complètement résolu l'exercice.

Enfin la dernière question se limite à une efficacité par rapport au temps, mais on trouve des réponses donnant une appréciation positive ou non d'ordre beaucoup plus général.

Par ailleurs pendant toute l'année les élèves ont été encouragés à faire ce type de démarche explicite mais cela a toujours été fait de façon orale. Dans l'enseignement la recherche méthodologique n'a eu qu'un statut oral. Ceci peut aussi expliquer l'ambiguïté de certaines réponses.

Et enfin, dans une certaine mesure, les réponses positives ont peut-être été faites pour répondre à l'attente du professeur. Cependant on en trouve de très nuancées.

Toutes ces remarques relativisent la portée qu'on peut donner aux réponses à ce questionnaire ; notre analyse ici sera plutôt qualitative et les nuances, les commentaires apportés par les élèves, au-delà des simples réponses aux questions, nous intéresseront tout à fait.

Nous allons d'abord donner quelques exemples de réponses à ce questionnaire, puis nous ferons une étude des réponses, question par question, de l'ensemble des 34 réponses recueillies, et enfin nous mettrons en relation, dans la mesure du possible, ces questionnaires avec les copies "AM=BP" correspondantes. Pour abréger nous dirons "questionnaire" au lieu de "réponse à ce questionnaire".

2) Quelques exemples de questionnaires.

Nous avons choisi de reproduire ici les questionnaires qui nous paraissent significatifs, ils sont codés de A à H. Nous ne donnons pas tous ceux qui correspondent aux copies "AM=BP" ; lorsque c'est le cas nous le signalons.

Questionnaire A.

C'est le questionnaire correspondant à la copie "AM=BP" n°2.

Cet élève reconnait avoir rédigé la démarche méthodologique après avoir cherché l'exercice, cela nous semble sous-entendre qu'il est conscient d'avoir réorganisé ses arguments.

La dernière remarque, "en répondant à ce questionnaire, je viens de me rendre compte que je fais de la cuisine pour trouver un exercice", montre que ce questionnaire a été, pour cet élève, l'occasion d'une certaine prise de conscience de sa façon de travailler.

1.) Voir 3)

2.) lorsque je ne trouves pas du premier coup je fais quelque chose d'analogue (recherche expérimentale et recherche de relations fondamentales)

3.) J'ai redigé ma demarche après avoir recherché l'exercice (en étalant mais idées sur un brouillon)

4.) Le fait de rediger la demarche m'a fait perdre du temps.

En repondant à ces questions, je viens de me rendre compte que je fais de la cuisine pour trouver un exercice.

Questionaire B.

C'est le questionnaire correspondant à la copie "AM=BP" n°6.

Cet élève n'a pas été aidé par la démarche de recherche mais par la figure seule ; il dit, en reconnaissant ne pas être convaincu, que le fait d'écrire cette démarche l'a peut-être amené à faire attention à certains points particuliers.

Ceci est cohérent avec sa copie, où il n'a pas compris qu'on attendait plus qu'une simple description du lieu, qu'une simple conjecture (si cela avait été le cas la figure aurait évidemment suffi).

1°/ Est-ce que ça vous a aidé ou non ?

2°/ Est-ce que vous faites quelque chose d'analogue quand on vous ne le demande pas ?

3°/ Est-ce que le fait d'écrire votre démarche vous a aidé dans la ~~l~~ recherche de l'exercice.

4°/ Est-ce que vous avez l'impression que ça vous a fait perdre ou gagner du temps ?

1°/ Globalement non, j'ai plus tendance à utiliser la figure obtenue.

2°/ Pas ~~tt~~ à chaque fois, et quand je le fais c'est quelque chose de très simplifié avec uniquement les points, droites... importants.

3°/ Peut-être que le fait d'écrire la démarche a permis de faire apparaître des points particuliers auxquels je n'aurais pas fait attention sur la figure, mais je n'en suis pas convaincu.

4°/ Ni l'un ni l'autre : je n'en ai pas perdu puisque pour un exercice comme celui-ci j'aurais fait une ~~démarche~~ recherche plus ou moins méthodique (même si elle aurait été simplifiée); et à l'opposé, je ne pense pas en avoir vraiment gagné.

Questionnaire C.

C'est le questionnaire correspondant à la copie "AM=BP" n°7.

La réponse à la deuxième question : *"c'est le défaut antérieur qui n'est pas encore perdu"*, attribue, peut-être pour faire plaisir au professeur, une valeur positive à cette démarche.

La réponse à la troisième question montre que cet élève distingue bien cette démarche de la démonstration : la démarche *"ne résout pas l'exercice"*.

Retenons encore la réponse à la dernière question : *"je n'en ai pas encore conscience"*.

1) Est-ce que ça vous a aidé ou non ?

Oui, car cela permet de partir avec un but et non dans le vague.

2) Est-ce que vous faites quelque chose d'analogue quand on ne le vous demande pas ?

Je n'y pense pas toujours. ~~car je~~
C'est le défaut antérieur qui n'est pas encore perdu

3) Est-ce que le fait d'écrire votre démarche vous a aidé dans la recherche de l'exercice ?

Oui, cela permet d'avoir les idées claires.
Mais bien sûr cela ne résoud pas l'exercice !

4) Est-ce que vous avez l'impression que ça vous a fait perdre du temps ou gagner du temps.

En fait, je ne sais pas trop.
Je n'en ai pas encore conscience.

Questionnaire D.

Ce sont les réponses d'un très bon élève, dont nous n'avons pas la copie "AM=BP".

Pour cet élève, ce que nous avons dit dans l'introduction (page 5) est très clair : une démarche méthodique n'est pas utile quand l'idée de l'outil qui va servir à la démonstration est trouvée rapidement à la lecture de l'énoncé, mais cette démarche est une aide dans le cas où l'on n'a aucune idée pour démarrer.

(1) Non, le fait de réfléchir à la métho de résolution ne m'a pas apporté la solu

(2) Pas vraiment. La démarche est beaucoup moins méthodique : il y a un mélang de méthode et de "recherche à tâtons".

(3) Non. Je pense qu'on a pas besoi d'écrire toute la démarche : quelques mots sur une feuille de brouillon devraient suffire.

(4) Dans le cas de cet exercice, je trouve qu'écrire les démarches, procéder à une recherche méthodique était une perte de temps car la solution n'était pas trop dur à trouver : l'idée de l'isométrie peut venir à la lecture de l'énoncé (MA = BP).

Mais d'une manière générale, en procédant par méthode, on doit arriver à la solution et dans le cas d'un exercice où l'on a <u>aucune idée</u>, dès le départ,

C'EST UN GAIN DE TEMPS!

Questionnaire E.

Ce sont les réponses d'une élève dont la copie "AM=BP" est très incomplète (voir annexe).

La remarque faite à la fin : *"ça m'oblige à rechercher pourquoi je pense telle ou telle chose"* montre que cette élève a compris un des aspects de notre enseignement. Elle est consciente que nous pensons que cette démarche est efficace (*c'est sûrement une erreur étant donnés mes résultats ... ça aurait peut-être pu m'aider*), sans être convaincue vraiment elle-même de cette efficacité (*j'ai l'impression de perdre du temps car ça m'oblige ...*).

1°) Je pense que le fait d'écrire l'exposé de la recherche permet de récapituler ce dont on ~~ff~~ est sur et ce qu'il y a à démontrer.

2°) Normalement je ne pose pas au départ m arguments méthodologies. Lorsque je les mets sur feuille, je les introduit directement dans la démonstration (Et c'est surement un t étant donné mes résultats)

3°) Je pense que je ne l'avais pas fait cor tement mais ça aurait peut être pu m'aider de le faire correctement.

4°) En fait j'ai l'impression de perdre du temps car ça m'oblige à rechercher pourquoi je pense telle ou telle chose. Alors que bien souvent l'idée m'est venue sans que je me demande ~~ce que je dois faire de façon méthodique~~ qu'elle est la manière méthodique qu'il faudrait utiliser.

Questionnaire F.

Dans ces réponses, retenons ce que l'élève a lui-même souligné.

Cette démarche lui a permis de faire une recherche exhaustive et organisée.

Mais il est tout à fait conscient d'une des contraintes de l'enseignement en terminale C : l'évaluation se fait en temps limité et une telle recherche n'est en général pas possible dans ce cas.

1) Oui cela m'a aidé car grâce à
ceci j'ai lu l'énoncé de faço
précise et avec les renseigneme
du texte j'ai pu réfléchir sur
<u>toutes</u> les hypothèses.

2) Oui j'essaye de le faire mais
la recherche est beaucoup moins
poussée car en devoir en <u>temps</u>
limité le <u>temps</u> est compté et
on n'a pas le <u>temps</u> de faire

cette recherche.

3) Oui, bien sûr cela m'a permis de progresser dans l'exercice car avec les hypothèses j'ai essayé de retrouver des théorèmes du cours et donc la recherche était tout de même orientée vers un but précis et ne partait pas dans tous les sens comme c'est souvent le cas.

4) A mon avis cette recherche prend beaucoup de temps et n'est guère possible en devoir en temps limité. Cependant le tout serait de savoir si sans cette recherche j'aurais tout de même trouvé la solution et si cela était le cas si je l'aurais trouvé en un temps plus court, c'est pourquoi je ne peut répondre si cela m'a fait perdre ou gagner du temps.

Questionnaire G.

Ce questionnaire rassemble des réflexions que nous avons trouvées plusieurs fois, par exemple :

* cela m'a aidé à prendre en compte toutes les hypothèses,

* je passe un peu vite sur toutes les hypothèses, cette méthode m'aidera à mieux me concentrer,

* écrire est une méthode très productive, elle permet de classer toutes les possibilités envisageables, d'écarter un certain nombre d'erreurs, la démarche s'oriente beaucoup plus facilement,

* cette méthode de recherche permet sinon un gain de temps, du moins un gain de points. En conclusion, je pense que sans avoir appliqué cette méthode, je me serais comme d'habitude embrouillé dans ma recherche, durant plusieurs heures, sans pour autant être arrivé aussi loin dans l'exercice que je ne l'ai fait.

1/ je pense que cela m'a aidé, à mieux analyser, le problème qui était posé par l'exercice. cela m'a obligé à prendre beaucoup plus en compte, les hypothèses qui étaient faites, afin de pouvoir les utiliser, pour progresser dans l'exercice, pour resserrer une sorte d'étau, permettant de mieux situer les différentes solutions. possibles.

2/. je pense que j'ai trop tendance à passer un peu vite sur la lecture de l'énoncé, ce qui parfois a pour conséquence l'oubli de certaines hypothèses, qui auraient pu permettre de trouver la solution plus rapidement. En fait j'essai que cette méthode me sera très bénéfique, car m'obligeant à mieux me concentrer.

3/ je crois qu'écrire ma démarche, est une méthode très productive, car permettant que classer toutes les possibilités envisageables, évitant ainsi un certain nombre d'erreurs. De plus, cette méthode permet d'avancer dans l'exercice toujours avec un fort souci de méthode, qui permet le recensement de tous les cas. De plus ma démarche dans l'exercice s'oriente beaucoup plus facilement.

4/ pour toutes ces raisons, je pense que même si cette méthode de recherche, paraît assez longue et parfois exhaustive, elle permet pratiquement à chaque fois la quasi résolution de l'exercice proposé, permettant ainsi obtenir un gain de temps, du moins un gain de points. En conclusion je pense que sans avoir appliqué cette méthode, je me serais comme à l'habitude embrouillée dans ma recherche, durant plusieurs heures, sans pour autant être arrivée aussi loin dans l'exercice que je ne l'ai fait.

Questionnaire H.

Ce dernier questionnaire montre une réticence par rapport à la démarche demandée, ce qui est assez rare dans l'ensemble des questionnaires recueillis.

Cet élève déclare ne pas avoir été aidé par cette démarche, "l'exercice étant plutôt basé sur les angles et l'analyse de la figure" que "sur l'analyse de toutes les réflexions amenées par l'énoncé". Nous n'avons pas la copie "AM=BP" correspondante, mais on peut penser que cet élève n'a pas fini l'exercice puisqu'il dit : "si je n'ai pas pu résoudre le problème, c'est parce que je n'ai pas trouvé le "déclic"". C'est le seul questionnaire où apparaît explicitement cette idée d'échec (ou de réussite) dû à un "déclic" qu'il faut trouver. Et cet élève ne se demande pas ce qu'il faut faire pour le trouver si l'idée ne vient pas immédiatement à l'esprit.

1. Est-ce que cela vous a aidé ou non ?
2. Faites-vous quelque chose d'analogue quand on ne le vous demande pas ?
3. Est-ce que le fait d'écrire votre démarche vous a ai[illegible] dans la recherche de l'exercice ?
4. Est-ce que cela vous a fait perdre ou gagner du te[illegible]

1. Non, car la solution pouvait être trouvée à partir d'angles et que, le raisonnement pour trouver quels angles employer se faisait plus par rapport à l'analyse de la figure, qu'à l'analyse de toutes les réflexions amenées par l'énoncé.
De plus, le but étant assez clairement défini lorsque on a expérimentalement défini la solution, il n'y a pas vraiment eu un besoin d'écrire la démarche.
2. Cependant, il m'arrive parfois d'écrire ma démarc[illegible] lorsque la démonstration est faite à partir d'éléments et de règles diverses. Cela permet de mieux voir ou aboutit une idée. Mais cela ne m'arrive pas souvent.
3. Non, car l'exercice était plutôt basé sur les angles et nécessitait plus la figure pour être résolu.
4. Je pense avoir perdu du temps, en écrivant des cho[illegible] inutiles parceque évidentes. Si je n'ai pu résoudre le problème, c'est parceque je n'ai pas trouvé le "déclic". Mais la démarche de l'exercice étant [illegible] fait simple, l'écrire était une perte de temps.

3) Etude des réponses par question.

Etude des réponses à la première question : *est-ce que ça vous a aidé ou non ?*

Globalement les réponses se classent ainsi :

oui : 26 élèves (76%)

non : 6 élèves (18%)

autre : 2 élèves (6%)

Plus précisément, les réponses étant généralement accompagnées de commentaires, on peut constater que les élèves qui ont répondu oui donnent comme arguments :

- une recherche plus claire et plus organisée, la présence d'un fil conducteur, l'existence d'un but précis à atteindre (cités 19 fois), (exemple du questionnaire C)
- l'exhaustivité de la recherche (8 fois), (exemple du questionnaire F)
- l'étude des différentes méthodes (5 fois),
- le démarrage (5 fois),
- la logique des raisonnements (3 fois),
- la prise en compte de la figure pour guider la recherche (2 fois)

Sur les 6 élèves qui ont répondu "non", trois ajoutent qu'ils se sont simplement appuyés sur la figure (exemple du questionnaire B), les trois autres qu'ils ont eu la bonne idée tout de suite (exemple du questionnaire D).

Et deux réponses n'ont pu être classées avec les précédentes :

* un élève (exemple du questionnaire A) ne répond pas à cette question et renvoie à la question 3, où il reconnaît avoir rédigé sa démarche <u>après</u>

avoir recherché l'exercice. On peut se demander d'ailleurs si ce n'est pas aussi le cas d'autres élèves, ce qui relativise encore les résultats de ce questionnaire et des copies "AM=BP";

* une élève (exemple du questionnaire E) ne répond pas à la question mais donne ici une appréciation positive sur le fait d'écrire, ce qui est plutôt ce qu'on attendait à la question 3, et à la question 3 elle répond qu'elle aurait pu être aidée si elle l'avait fait correctement mais cela reste hypothétique.

Etude des réponses à la deuxième question : *est-ce que vous faites quelque chose d'analogue quand on ne vous le demande pas ?*

Nous avons classé les réponses en trois catégories :

- 24 élèves ont répondu "oui", "oui mais", "pas toujours", ou bien ont seulement donné un commentaire qui laisse penser qu'ils font parfois quelque chose d'analogue,
- 8 élèves ont répondu "non", ou bien "oui mais inconsciemment",
- 3 élèves ont donné une réponse ambiguë.

Les 24 élèves à qui il arrive de faire plus ou moins fréquemment quelque chose d'analogue, ajoutent souvent : "moins précis, moins rigoureux...", mais trois remarques nous intéressent particulièrement :

- le temps peut jouer un rôle, on ne peut pas faire ce genre de démarche en temps limité (exemple du questionnaire F),
- si l'intuition ne marche pas, cette démarche est utile ; si on trouve rapidement elle est inutile (exemples des questionnaires A et D),
- et enfin, des élèves jugent avoir tort de ne pas faire cette démarche plus souvent (exemple du questionnaire E).

Les 8 élèves, qui ont répondu non, précisent : *"je m'embrouille, je* *m'éparpille, j'oublie des hypothèses, je pars au hasard, j'utilise la figure".*

Savoir que les exercices donnés au baccalauréat ne nécessitent pas une telle démarche pour être résolus explique peut-être en partie le fait que les élèves disent ne pas faire une telle démarche, ou bien encore la jugent inutile, ou considèrent que c'est une perte de temps (ce qui n'est pas faux pour le type d'exercice donné à l'examen).

Etude des réponses à la troisième question : *est-ce que le fait d'écrire votre démarche vous a aidé dans la recherche de l'exercice ?*

On trouve 25 réponses positives, 6 réponses négatives et 3 autres réponses.

Les réponses positives sont expliquées par le fait que l'écriture évite les oublis (6 fois), oblige à ordonner ses idées (5 fois) et à être plus clair (4 fois). Cependant un élève ajoute que cela permet d'approfondir mais pas de trouver.

Les 6 élèves qui ont répondu négativement ajoutent : " *avoir eu la bonne idée*", "*la figure suffisait*", "*écrire n'a rien d'utile*" ou encore "*cela ne m'a pas aidé dans la recherche, mais dans la rédaction*".

Et il y a trois autres réponses que nous n'avons pas pu classer avec les précédentes. Un élève déclare : "*cela m'a peut-être aidé à faire apparaître des points particuliers sur la figure, mais je n'en suis pas convaincu*" (exemple du questionnaire C). Un autre écrit : "*un brouillon suffit*". Une élève juge ne pas l'avoir bien fait, mais "*sinon ça aurait pu m'aider*" (exemple du questionnaire E). Enfin, comme nous l'avons déjà signalé, un élève reconnaît avoir rédigé sa démarche après avoir cherché l'exercice (exemple du questionnaire A).

Etude des réponses à la quatrième question : *est-ce que vous avez l'impression que cela vous a fait perdre ou gagner du temps ?*

Les réponses à cette question prennent en compte plusieurs aspects du travail qui a été fait par les élèves, elles ne se limitent pas au temps gagné ou perdu. Aussi pour classer leurs réponses nous allons considérer d'abord si les élèves déclarent avoir "gagné" quelque chose. On peut constater que 25 élèves sont dans ce cas, 5 n'ont rien gagné et 4 autres ne savent pas (dont un ajoute : "*je n'en ai pas encore conscience*").

Il faut maintenant préciser ce que les élèves estiment avoir "gagné" ou "perdu":

"*cela évite de s'égarer*" (5 fois)

"*c'est plus efficace*" (4 fois)

"*c'est plus systématique et ça fait gagner du temps*" (4 fois)

"*c'est bien quand on ne trouve pas du premier coup*" (4 fois)

"*c'est une perte de temps en devoir surveillé*" (2 fois)

"*c'est un gain pour la rédaction*" (2 fois)

"*sans ça, aurais-je trouvé ?*"(2 fois).

4) Lien entre les "copies AM=BP" et les réponses au questionnaire 1

a) Pour faire ce lien, nous allons surtout regarder les réponses à la première question (*est-ce que cela vous a aidé ou non ?*) de ce questionnaire ; nous avons fait ce choix car c'est la question où les réponses nous semblent les plus nettes et le plus directement en rapport avec les copies.

Pour étudier les questionnaires en fonction des copies, nous regroupons les questionnaires correspondant aux copies où la conjecture et la démonstration sont distinguées, puis ceux correspondant aux copies où il y a un mélange et enfin nous étudierons les questionnaires relatifs aux deux copies incomplètes.

Pour étudier les copies en fonction des questionnaires, nous regrouperons simplement : d'une part les copies correspondant à la réponse "non" de la première question du questionnaire, d'autre part celles où la réponse est "oui".

Rappelons que nous n'avons pas toutes les copies "AM=BP", en particulier les copies de trois des six élèves qui ont répondu "non" à cette première question.

b) Etude des questionnaires en fonction des copies.

* Sept des huit élèves, dont les copies "AM=BP" distinguent la démarche de recherche et la démonstration, répondent "oui" à la première question (le huitième est l'élève A) ; tous ces élèves reconnaissent donc que faire cette démarche méthodologique les a aidés ; mais ce qu'il faut noter de particulier, ce sont les commentaires qui, ici, font explicitement allusion trois fois à l'aide apportée au démarrage de l'exercice - ce qu'on ne retrouve pas dans les autres réponses correspondant aux copies recueillies. On peut voir là un lien positif entre la mise en oeuvre de la méthode et le fait d'arriver à démarrer effectivement (cf introduction).

Parmi ces huit questionnaires, signalons deux questionnaires particulièrement intéressants dans leur ensemble car ils témoignent d'une réflexion par rapport au travail fourni : les questionnaires A et C. Nous ne trouvons pas de réflexions analogues dans les questionnaires correspondant aux autres copies.

* Parmi les élèves qui ne distinguent pas la recherche de la

démonstration dans les copies "AM=BP", on trouve trois élèves que cette démarche n'a pas aidés et pour les autres l'aide se situe surtout au niveau de l'organisation de la recherche et de son exhaustivité. Ceci nous semble cohérent : en effet, l'organisation et l'exhaustivité aident bien à faire la conjecture et à trouver les outils de démonstration, beaucoup moins à faire effectivement la démonstration, ou à la distinguer de la conjecture, ceci est peut-être davantage le rôle du travail en petits groupes sur des exercices difficiles.

* Deux copies "AM=BP" sont très incomplètes. Dans les questionnaires correspondants une élève dit n'avoir "pas trouvé mais mieux vu" et l'autre pense n'avoir pas cherché correctement (questionnaire E).

c) Etude des copies en fonction des questionnaires.

- Nous considérons les trois copies "AM=BP" des élèves qui ont répondu "non". Une de ces copies ne présente rien de particulier ; la deuxième est la copie "AM=BP" n°6 (questionnaire B) : l'élève dit qu'il n'a pas été aidé par la démarche méthodologique, mais sa copie montre qu'il n'a pas compris ce qu'il devait chercher ; dans la troisième copie (voir annexe), l'élève a fait une recherche assez organisée, mais, n'arrivant pas à prouver un résultat, il s'est arrêté, et il dit dans le questionnaire : *"si je n'ai pas trouvé le problème c'est que je n'ai pas trouvé le "déclic""* (questionnaire H).
- Pour les autres copies "AM=BP", nous n'ajoutons ici rien de plus que ce qui a été déjà signalé.

Conclusion sur les questionnaires "AM=BP".

L'étude que nous venons de faire est parcellaire et locale, nous en retiendrons les éléments suivants :

* en général les élèves paraissent avoir compris ce qu'on attendait d'eux dans cet enseignement de méthodes en géométrie,

* la pratique d'une démarche méthodologique est jugée plutôt positive par les élèves,

* les élèves sont lucides, ils peuvent prendre du recul par rapport à ce qu'ils font et par rapport à ce qu'on leur demande,

* les réponses aux quatre questions sont cohérentes entre elles et avec les copies,

* la corrélation entre le fait d'apprécier la démarche et de bien la mettre en oeuvre est bonne.

Nous retiendrons aussi que nous avons obtenu des indices sur les représentations, que nous allons davantage étudier dans ce qui suit..

IV ETUDE DU QUESTIONNAIRE DE FIN D'ANNEE (QUESTIONNAIRE 2)

Rappelons ce questionnaire :

1°) Y a-t-il des problèmes (ou exercices) de géométrie que vous trouvez plus difficiles que d'autres ? Précisez.
2°) Pouvez-vous résumer le cours de géométrie en précisant les points qui vous semblent importants (10 lignes maximum).
3°) Quelles sont les interventions du professeur ou les formes de travail qui vous ont le plus aidé ?
4°) Y a-t-il des différences dans la façon dont vous abordez les problèmes de géométrie par rapport à la 1ère S ?
5°) A la fin de cette année aimez-vous la géométrie ?

Nous allons étudier successivement les réponses faites à chaque question.

Etude des réponses à la question 1 : Y a-t-il des exercices de géométrie que vous trouvez plus difficiles que d'autres ? Précisez.

Nous donnons dans le tableau ci-dessous les différentes réponses obtenues à la fin de chacune des trois années.

	1986	1987	1988
exercices sans indications	13	2	8
géométrie non analytique	3	9	9
problèmes de lieux	15	1	16
problèmes de construction	9	2	6
problèmes d'extremum	0	2	7
exercices avec des angles	10	1	2
exercices avec des transformations	4	0	6
géométrie dans l'espace	0	12	11
quand il y a des réciproques	4	1	4

Dans cette liste, on observe que des élèves peuvent trouver des difficultés à travailler dans l'espace ou encore à cause de la forme de l'énoncé (pas d'indications), du cadre (non analytique), du type de problème (lieu, construction, extremum), des outils utilisés (angles, transformations).

Les trois années apparaissent très différentes. Il y a eu un changement de programme à la fin de la première année ce qui peut expliquer en partie les différences observées ; en particulier, le cours sur les angles ne fait plus intervenir les angles de vecteurs et de droites, mais seulement les mesures d'angles de vecteurs à 2Π ou à Π près, ce qui semble présenter moins de difficultés pour ces élèves.

Du point de vue méthodologique on note que les exercices sans indications sont cités mais de façons différentes suivant les années. Dans les réponses, ils sont cités isolément mais aussi mentionnés dans les commentaires ajoutés aux réponses sur les problèmes de lieu, construction ou extremum , ou encore avec la géométrie non analytique, et souvent ce n'est pas le type de problème seul qui est perçu comme difficile mais, par exemple, les élèves disent rencontrer des difficultés avec les problèmes de lieux parce qu'ils sont donnés sans indications.

Des élèves semblent particulièrement conscients que ces exercices sont un choix de l'enseignant :

" *Oui, cela dépend souvent de l'énoncé (détaillé ou pas, guide la recherche ou pas), mais en règle générale ce n'est pas le thème de l'exercice qui me paraît difficile en lui-même.*"

" *Il n'y a pas de types d'exercices plus durs que d'autres (la géométrie dans l'espace n'a pas de raison d'être plus difficile que la géométrie plane). Tout dépend de la difficulté voulue par le professeur.*"

La diversité des méthodes possibles est souvent citée comme étant source de difficultés dans les exercices sans indications, mais un élève observe le contraire :

"Je pense en effet que certains exercices sont plus difficiles que d'autres. Le nombre de méthodes de solution fait varier cette difficulté : si plusieurs méthodes aboutissent, mon choix s'orientera sur un cours dans lequel je me sens plus particulièrement à l'aise."

Dans cette première question les problèmes méthodologiques commencent à apparaître, mais ce sont les questions suivantes qui permettront davantage de repérer le rôle de l'enseignement méthodologique et des séances de travail en groupe.

<u>Etude des réponses à la question 2 : Pouvez-vous résumer le cours de géométrie en précisant les points qui vous semblent importants (10 lignes maximum).</u>

La plupart des élèves résument le cours de géométrie de l'année par une liste de notions : barycentres, angles, transformations ....

Mais 43 d'entre eux, soit 50% (37%, 54% et 56% suivant les années), donnent d'autres éléments. Certains donnent dans cette liste les configurations de base, ou des types de problèmes : problèmes de lieu, problèmes de construction, problèmes de minimum.

Mais surtout, parmi ces 43 élèves, 18 d'entre eux, soit 21% des 85 élèves (16%, 23%, 25% suivant les années), donnent des éléments méthodologiques dans leurs réponses.

* On trouve dans ces copies l'expression ou l'idée "des outils pour résoudre des problèmes", par exemple :

"*catalogue de méthodes de raisonnement, d'outils de résolution d'un problème*".

"*techniques pour résoudre les exos*"

"*Le cours nous apprend à résoudre les problèmes de géométrie de la façon la plus simple et la plus rigoureuse possible. Grâce à lui, on panique moins devant un énoncé : on peut passer en revue les principaux chapitres (par exemple, montrer que trois points sont alignés ...)*"

" *Ce qui me paraît le plus important dans le programme, c'est le fait qu'on puisse avoir les outils pour s'adapter à un nombre de problèmes le plus grand possible (méthodes générales de résolution)*"

* Les différents cadres sont aussi utilisés :

"*on a vu certaines façons d'utiliser les vecteurs, d'utiliser les calculs avec l'analytique ou les complexes, ou encore des configurations de base, parfois liées aux transformations.*".

* Dans une copie, le cours est aussi présenté en deux parties :

"*-les différents types de problèmes : ...*

- les divers outils qu'on a à notre disposition : ..."

* Citons enfin un dernier exemple où tout ce qui précède apparaît de façon très synthétique :

"*Je pense que la recherche du lieu d'un point M résume bien le cours de géométrie. Il faut d'abord trouver si l'on va utiliser la géométrie plane analytique ou non, si l'on va utiliser les vecteurs, les configurations de base ou les transformations. Si l'on choisit les transformations, c'est par exemple que l'on a trouvé un angle fixe qui définit une rotation. Si l'on veut s'aider des configurations de base c'est parce que la figure nous rappelle une figure plus connue et l'on applique alors les propriétés.*"

Les réponses à cette question montrent que pour la moitié des élèves le cours de géométrie n'est pas seulement fait de chapitres où des notions sont présentées, mais il contient aussi des outils pour résoudre des problèmes, que ces problèmes peuvent être en général classés par type, ce qui permet d'organiser la recherche d'une démonstration, et même pour le quart des élèves le cours est centré autour de la résolution de problèmes et de la démarche méthodologique.

Etude des réponses à la question 3 : "quelles sont les interventions du professeur ou les formes de travail qui vous ont le plus aidé ?"

Dans les 85 réponses recueillies en trois ans, la forme de travail qui est citée le plus souvent, dans 82% des copies (70 fois sur 85), est celle des travaux pratiques, c'est-à-dire le travail en groupe. En 1986 les travaux pratiques sont cités 25 fois sur 31 réponses c'est-à-dire dans 80% des copies, en 1987 20 fois sur 22 (90%) et en 1988 25 fois sur 32 (78%). En 1987 deux facteurs particuliers expliquent peut-être la différence observée avec les deux autres années (10% de plus) : d'une part le faible effectif de la classe, et d'autre part le fait que c'est l'année où l'expérience a été menée vraiment, l'année précédente ayant servi de préexpérimentation.

Ensuite la réponse la plus fréquente porte sur les devoirs à la maison qui sont cités 21 fois, ce qui représente 25% des copies, avec une fréquence suivant les années de 32%, 27% et 15%

D'autres réponses sont données moins souvent : les fiches, les diversités rencontrées, les exercices faits en classe entière ou à la maison. On peut distinguer particulièrement les fiches ; elles ont été citées 10 fois (12%) mais elles ont été plus systématiquement élaborées la troisième année ce qui se retrouve dans les pourcentages par année : 3%, 4,5% et 36% (Citons par exemple : *"ce qui m'a le plus aidée (je m'en aperçois car je le réutilise), c'est de faire l'inventaire des méthodes qui vont me permettre de démontrer quelque chose..."*). On ne pourra donc pas conclure sur les trois ans mais ces trois pourcentages sont tout de même significatifs de l'influence de cette forme de travail méthodologique.

La question ne demande pas de commenter les réponses, certains élèves l'ont fait et ces commentaires font apparaître l'importance des diversités rencontrées, aussi bien au niveau des méthodes que des comportements des élèves. Nous reverrons ceci plus précisément dans l'étude du questionnaire 3.

Les interventions du professeur qui sont citées explicitement sont le plus souvent les interventions méthodologiques lors de la recherche des exercices ou lors des corrections (20 copies soit 24%). Ensuite on trouve les corrections (16%) et les exercices en classe (9%), ces réponses étant données sans commentaires. Beaucoup de copies ne donnent aucune réponse à propos des interventions du professeur.

Ici encore il faut tenir compte du fait que les élèves étaient plus ou moins conscients de l'attente du professeur, citons par exemple :
"*Les TP ne sont pas ce qui m'a le plus aidé.*"

Etude des réponses à la question 4 : Y a-t-il des différences dans la façon dont vous abordez les problèmes de géométrie par rapport à la première S ?

Par cette question, nous avons pensé pouvoir faire aborder par les élèves ce qui touchait à leur démarche et à ce qu'ils avaient peut-être appris pendant l'année de terminale.

Cette question ne peut nous donner que des indices car la façon d'aborder les exercices de terminale peut être différente pour plusieurs raisons, ne serait-ce qu'à cause des connaissances nouvelles et des exercices eux-mêmes (ces derniers en effet diffèrent beaucoup de ceux de l'année précédente pour certains élèves). La réponse à cette question dépend aussi bien sûr de l'année de première.

Citons des copies :

"*En première les exercices portaient surtout sur la géométrie analytique.*"

"*Tout d'abord notons que ces problèmes sont différents. Les problèmes de 1ère S étaient plus de l'application de cours qu'autre chose tandis que là, il nous faut réfléchir et savoir où l'on va.*"

"*Nous avons plus d'outils pour aborder un problème de géométrie, il convient donc de réfléchir préalablement afin d'employer le meilleur, ce qui n'était pas toujours le cas en première.*"

Nous pouvons cependant voir en partie l'effet de l'enseignement de terminale.

En effet, sur les 85 réponses, on trouve dans 49 copies (58%) une reconnaissance d'un changement dans la démarche méthodologique, la prise en compte de différentes méthodes possibles pour résoudre un exercice et donc la nécessité d'une réflexion pour faire un choix. Là encore, comme nous avons eu l'occasion de le dire lors de l'étude des transcriptions il est parfois difficile de différencier les deux utilisations du mot méthode : les élèves disent que la méthode est différente ou que les méthodes sont différentes. Dans quelques copies la différence entre les deux utilisations est clairement faite mais ce n'est pas toujours le cas, aussi nous avons tout regroupé ici.

Donnons quelques exemples :

"*Je porte beaucoup plus d'attention cette année à la recherche de la* *méthode que je vais trouver pour résoudre le problème grâce aux outils de travail proposés."*

"Je me débrouille pour trouver un fil conducteur."

" Oui, bien sûr , sur le plan de la méthode."

"La différence pour aborder un problème est très grande par rapport à la première S. Surtout au niveau de la méthode. En terminale on apprend à cerner le problème (voir si c'est un problème de lieu ...) et une fois compris pour chaque type de problème en général on a plusieurs méthodes bien précises. A nous de choisir la plus simple, la plus intéressante et la plus courte. En première on se lance un peu à l'aveuglette."

La diversité des outils disponibles en terminale a pu, comme nous l'avons vu, amener des élèves à un changement de comportement mais ce n'est pas toujours le cas :

" Je crois que je les aborde de la même manière tout en ayant plus d'outils pour les résoudre."

Notons enfin que 9 élèves (11%) ne répondent pas à la question, ou ne pensent pas agir différemment ou encore ne se souviennent pas de leur attitude face à un exercice en première.

Seuls trois élèves évoquent un changement négatif dû à la crainte, à la difficulté ou à une moins grande rapidité. Donnons un exemple :

" Trouvant la géométrie plus difficile cette année j'aborde les exercices avec une plus grande crainte de ne pas trouver la solution."

Mais nous retrouverons des remarques opposées dans ce domaine à la question 5.

Etude des réponses à la question 5 : A la fin de cette année, aimez-vous la géométrie ?

Les réponses ne permettent pas de faire une évaluation car elles ne dépendent pas de l'enseignement d'une façon mesurable et surtout la question ne porte pas surle scénario. Citons un élève :

"*Il est évident que la géométrie, telle qu'on l'aborde en terminale est bien plus intéressante que la géométrie que l'on a étudiée dans les années précédentes. Mais enfin, de là à l'aimer .... et puis de toute façon, ce n'est pas le plus important.*"

La plupart des réponses se placent sur le plan affectif qui était celui de la question, mais elles permettent de compléter sur certains points ce qui a été vu aux questions précédentes.

Certaines réponses sont très brèves, "oui" ou "non", d'autres comportent des commentaires, parfois assez brefs, par exemple :

"*Comparé au début de l'année, j'aime beaucoup plus la géométrie que pendant les autres années. Je me demande d'ailleurs pourquoi.*"

"*Je ne peux pas dire que j'aime la géométrie, cependant je ne la redoute plus.*"

Ces commentaires permettent de constater dans 28 copies, c'est-à-dire dans 33%, une évolution positive comme dans les trois exemples donnés ci-dessus, même si la réponse est "je n'aime pas la géométrie" ; et on trouve une seule remarque négative liée au découragement mais l'élève aime toujours la géométrie. Comme pour les questions précédentes, on trouve des arguments portant sur les méthodes, sur la diversité des méthodes rencontrées ou sur la possibilité d'avoir une démarche méthodologique, par exemple :

* "*J'apprécie plus la géométrie "pure" qu'auparavant puisque l'on a*

plus d'outils pour traiter les exercices."

* *"J'aime bien plus la géométrie qu'au début de cette année, car j'ai à ma disposition beaucoup plus de matériel pour réfléchir, tandis qu'avant, je me lançais "dans le vide" sans savoir quelle méthode utiliser."*

* *"A vrai dire, je dois avouer qu'au début de l'année la géométrie était pour moi ma "bête noire" dans le sens où elle ne m'intéressait guère. Maintenant, je dois avouer que cette dernière me plaît beaucoup plus puisqu'elle nous propose une plus large gamme de combinaisons avec les choses vues en première. J'y ai donc pris goût petit à petit. Je pense que c'est surtout dû au fait qu'elle me fait moins peur."*

* *"Pour être franche, au début de l'année j'avais horreur de la géométrie. C'était un mélange confus de théorèmes fastidieux d'aucune utilité. Maintenant j'ai appris en quelque sorte à la classer dans ma tête et j'ai l'impression de maîtriser un peu mieux mes connaissances. Ainsi je ne dirais pas que je raffole de la géométrie mais ça commence à m'intéresser."*

On ne peut pas savoir, en général, si pour les réponses négatives il y a eu une évolution car elles sont données le plus souvent sans commentaires, ou s'il y en a un, il s'agit le plus souvent de préférences pour l'analytique ou pour la géométrie plane opposée à la géométrie de l'espace.

Méthode et méthodes à travers toutes les questions .

Comme nous l'avons vu la démarche méthodologique, les méthodes et leurs diversités sont apparues dans les réponses à ces cinq questions, et des remarques semblables ont été faites par les élèves dans des réponses à des questions différentes. Nous avons regroupé ces réponses ici.

La démarche méthodologique de l'élève, du professeur ou celle exigée par un exercice sans indications est, suivant les années, citée 17, 9 et 23 fois, soit 55%, 40% et 74% selon les années.

Les diversités de méthodes possibles ou proposées par les différents membres d'un groupe ou encore présentées lors de la correction d'un exercice sont évoquées dans 19, 14 et 19 copies, soit dans 61%, 64% et 61% des copies selon les années.

Mais dans la même copie on peut trouver les deux arguments, nous avons donc compté aussi les copies où intervenait au moins une remarque méthodologique ; suivant les années nous trouvons 24, 17 et 29 copies, soit 77%, 77% et 93% ce qui fait 82% sur les trois années.

Ainsi les quatre cinquièmes des élèves expriment, à l'occasion de l'une ou l'autre de ces réponses, des réflexions d'ordre méthodologique.

V ETUDE DU QUESTIONNAIRE DE FIN D'ANNEE (QUESTIONNAIRE 3)

L'étude des réponses aux questionnaires précédents ayant montré que les élèves citent le travail en groupe et les devoirs à la maison comme étant les formes de travail qui les aident le plus, nous avons changé les questions la quatrième année. Puisque les élèves ont très fréquemment évoqué le travail en groupe, nous avons pu en effet déjà évaluer par les questionnaires précédents le rôle du travail en groupe par rapport à l'ensemble du travail de la classe. Aussi pour essayer d'en savoir davantage il a été possible de poser un questionnaire différent, où le travail en groupe est cité explicitement et dont on espère que les réponses seront plus détaillées.

Le questionnaire suivant a donc été proposé aux élèves :

a) Que pensez-vous du travail en groupe ?

b) Que pensez-vous des exercices sans indications ?

Ce questionnaire a été proposé lors du dernier cours de l'année scolaire. A cette date le conseil de classe avait eu lieu et les dossiers d'orientation avaient été remplis, les élèves ont donc pu répondre sans se soucier d'éventuelles conséquences ; bien entendu on ne peut pas éviter que certaines réponses aient été faites pour faire plaisir au professeur. Par ailleurs les réponses étaient anonymes ou non suivant le souhait de chaque élève. Précisons enfin que nous n'avons pu obtenir que 27 réponses, une épreuve facultative du baccalauréat ayant lieu ce jour-là sans que les élèves nous en aientt informée auparavant.

Cette classe était formée de 37 élèves, certains étaient agités et avaient beaucoup de mal à se concentrer. Le niveau des élèves était dans l'ensemble moyen (ce qui a été confirmé lors de l'examen : aucune mention bien ou très bien, mais le même pourcentage de reçus que les années précédentes : 80%). Très peu de travail en groupe avait pu être fait au troisième trimestre, par contre les fiches de méthodes élaborées en classe entière avaient été plus nombreuses que les années précédentes, aussi bien en analyse qu'en géométrie.

Avant de faire l'analyse des réponses, nous les donnons intégralement ; cela est possible car elles ne sont pas trop longues et il est intéressant de pouvoir les lire chacune en entier.

A) Réponses recueillies.

Copie n°1

a) Je pense que c'est une bonne méthode de travail car il permet de voir comment d'autres personnes réagissent face à un même problème.
De plus chacun donne quelques explications qui permettent d'avancer. Cependant je trouve qu'il est peut-être un peu facile de se laisser "emporter" par quelqu'un qui a tout de suite trouvé l'"astuce".

b) A première vue, cela me fait un peu peur car je ne sais pas trop dans quelle direction il faut aller ; mais justement cela permet de voir plusieurs méthodes possibles pour le résoudre.

Copie n°2

a) Le travail en groupe est intéressant car il permet d'échanger des idées, des connaissances et parfois même de mieux comprendre certaines choses.

b) Les exercices sans indications sont utiles car ils nous obligent à faire un travail de recherche et à prendre des initiatives.
Cependant je pense que le niveau de difficulté de ces exercices doit rester très raisonnable car sinon, le découragement se fait vite ressentir et l'on finit par perdre son temps.

Copie n°3

a) Par groupe de 2, cela aurait été plus intéressant, car dans un groupe de 4, chacun a tendance à ne rien faire.

b) Utiles car ils nous font chercher ce qui peut servir parmi tout ce que l'on connaît. C'est un exercice de recherche et de méthode.

Copie n°4

a) Le travail en groupe est intéressant à plusieurs titres : d'une part il permet la confrontation de plusieurs points de vue au sujet d'un même exercice, d'autre part il permet de s'adapter aux méthodes d'autrui, enfin il permet la découverte de quelque chose qui s'approche de la recherche scientifique avec l'aide de personnes qui ont à peu près le même niveau et la même volonté.

b) Les exercices sans indications nous permettent de faire un tri dans nos connaissances, de faire une recheche scientifique qui choisit les moyens les mieux adaptés pour arriver au but désiré. Je pense que, en groupe, ce sont les exercices les plus motivants, car ils nous laissent une liberté totale, contrairement aux exercices du baccalauréat où la méthode est là imposée.

Copie n°5

a) Selon les sujets proposés, certains du groupe travaillent plus que d'autres.
Globalement, cela permet de trouver une solution plus rapidement. Même la confrontation de mauvais raisonnements peut aider à en trouver un meilleur.
Sur l'année, je pense que chaque personne du groupe a l'occasion de trouver des réponses ; sinon on peut bénéficier de l'aide des autres de manière active.

b) Les exercices seraient pratiquement infaisables pour moi si il n'y avait pas le groupe. Ils font appel à toutes les connaissances pour trouver une méthode ; à plusieurs il est plus facile de construire un raisonnement.
Ces exercices seront très utiles aux futurs math sup surtout. Pour les autres, ils permettent de donner l'impression que les exercices de bac sont faciles !

Copie n°6

a) Le travail en groupe permet de réfléchir à plusieurs sur un exercice pas toujours facile et permet lorsqu'on ne réussit pas à faire l'exercice, de s'y faire aider, et donc de ne pas se buter sur une question.
On peut voir aussi comment les autres font leur recherche, on peut donc critiquer sa propre méthode de recherche si elle n'est pas très bonne → amélioration de notre méthode de recherche.

b) Les exercices sans indications permettent quand c'est possible, d'avoir différents points de vue pour les résoudre, aussi bien analytiquement que géométriquement. On voit les mathématiques de différentes façons, et ses différents aspects.
Ainsi en quelques exercices on revoit plus ou moins tout le programme. De plus les corrections sont importantes, car on découvre d'autres méthodes de résolution.

Copie n°7

a) Le travail en groupe permet à chaque élève de s'exprimer au sein de ce groupe, de présenter les solutions qu'il envisage pour l'exercice et d'écouter celles présentées par les autres élèves de son groupe. Cela permet parfois de prendre conscience qu'il n'y a pas toujours qu'une seule solution possible et que chaque élève raisonne différemment.
C'est un moyen de découvrir les différents raisonnements qui peuvent

être suivis pour résoudre un exercice.

b) Cela rejoint en partie la première question dans le sens où comme il n'y a pas d'indications, chaque élève prend une orientation souvent différente de celle des autres dans la méthode.
Donc à la correction, chacun prend conscience qu'il y avait d'autres idées que la sienne auxquelles il n'avait pas pensé.
De plus, le fait qu'il n'y avait pas d'indications nous permet de rechercher parmi tout ce que nous avons appris ce qui serait susceptible de résoudre l'exercice le plus rapidement possible.
Cela permet donc en quelque sorte de faire le point sur ce que nous avons appris.

<u>Copie n°8</u>

a) Le travail en groupe permet de traiter un problème avec précision et avec méthode selon différents points de vue. Il permet d'analyser les données et les observations que chacun émet afin de faire une synthèse pour résoudre le problème. Le problème traité est vu de différentes façons, ce qui permet d'aborder beaucoup de méthodes pour résoudre un exercice. Le travail en groupe permet de mieux apercevoir et de mieux aborder l'esprit scientifique et la démarche scientifique de raisonnement.

b) Les exercices sans indications permettent de diversifier les points de vue et les méthodes pour résoudre un problème. Ils permettent d'approfondir le raisonnement et d'avoir une démarche et une réflexion plus personnelles et ils donnent une aisance relative dans les exercices où le raisonnement est guidé.

<u>Copie n°9</u>

a) Le travail en groupe a l'avantage de nous faire clairement énoncer notre pensée pour se faire mathématiquement comprendre. Il permet aussi de confronter différentes méthodes (à condition que tout le monde travaille vraiment ...). Le bilan est très positif (surtout pour les exercices sans indications).

b) Les exercices sans indications sont encore plus durs que les "exos normaux" car on a le choix de la méthode à utiliser. A condition d'avoir la méthode convenable, ils sont favorables à 3 ou 4. Je pense cependant qu'il ne faut pas en faire de trop. Le mieux serait d'alterner.

<u>Copie n°10</u>

a) Le travail en groupe est quelque chose de vraiment très intéressant, car il permet aux 3 ou 4 du groupe à réfléchir et à discuter en même temps. Je pense qu'il m'a été bénéfique car il m'a permis de voir que j'étais capable de trouver certaines choses plus ou moins difficiles et que j'aurais certainement laissé tomber en devoir sur table, car je me serais cru incapable de trouver quelque chose. Et je trouve très bien de pouvoir discuter d'un exercice avec d'autres camarades (car ils peuvent nous corriger nos fautes de raisonnement ...).

b) Je pense qu'un exercice sans indications n'est bénéfique que si on est plusieurs pour en discuter, car quand on est seul devant un tel exercice, je pense qu'il manque (pour ma part) ce petit coup de pouce qui pourrait aider soit à démarrer, soit à faire la démonstration.
Remarque : le travail en TP permet aussi de voir plusieurs méthodes sur

un même exercice. On a ainsi une meilleure idée sur toutes les façons qu'on a pour répondre à une même question.
Je crois que cela est quelque chose de très bien.

Copie n°11

a) Le travail en groupe me paraît vraiment enrichissant dans la mesure où il nous oblige à confronter nos points de vue différents . Il nous amène donc nécessairement à nous justifier et à argumenter nos propositions. De plus, il fait que l'on prend conscience des diverses méthodes possibles de résolution d'un exercice : car, seul, il est bien possible que mise à part notre proposition, aucune autre ne nous serait venue à l'esprit. Pour ajouter une tout autre remarque : je pense que cela nous rapproche beaucoup dans la classe pour créer ainsi une homogénéité.

b) Les exercices que l'on a eu pendant toute l'année à résoudre en séance de TP étaient bien différents des exercices type BAC des annales. Certes, mais ils étaient d'autant plus vagues et imprécis que nous étions d'abord plus perdus mais ensuite pleins d'idées bien différentes, les uns et les autres. Au niveau plus concret des choses, la recherche de ces exercices était intéressante mais je dois dire que de tels exos en interro me démoraliseraient plus qu'autre chose ! Mais ils sont plutôt intéressants dans la mesure où l'on tente de les résoudre en groupe. (moralement je pense que c'est important).

Copie n°12

a) Le travail en groupe permet d'échanger plusieurs idées, méthodes de résolution d'exercice. Chacun peut exprimer son point de vue. On travaille plus vite en groupe.
L'inconvénient réside dans le fait que des élèves sont plus rapides que d'autres et donc les plus "lents" ne peuvent pas intervenir.

b) Ce genre d'exercices est très utile pour les futurs "Maths-Sup" car il permet un élargissement de la réflexion, une prise d'autonomie vis-à-vis de la question posée.
Cependant, je préfère nettement des exercices-types qui nous préparent à l'examen du baccalauréat et qui nous guident.

Copie n°13

a) Très intéressant car on progresse (dans la recherche de la solution) beaucoup mieux à plusieurs. Cela nous permet de comparer différents points de vue et différentes méthodes (lors de la recherche ou de la correction). Réfléchir en groupe nous permet d'échanger des idées et ainsi d'évoluer plus vite vers la solution.
De plus , le professeur s'intéresse à notre cas particulier et peut donc corriger nos erreurs particulières et non celles de l'ensemble de la classe qui sont parfois trop vagues.

b) Ce sont des exercices que personnellement j'ai eu du mal à résoudre mais qui m'ont fait progresser dans la recherche d'une méthode, et dans la manière d'aborder un problème. Pour ces exercices appliquer une méthode ne suffit plus, il faut d'abord la trouver.

Copie n°14

a) Le travail en groupe permet la stimulation ce qui est, je pense, très important. De même qu'une référence, une aide .... Je pense que ce travail est nécessaire, en plus du fait d'être intéressant.

b) Les exercices sans indications sont déroutants, ils demandent une synthèse des connaissances pour trouver la question, et apprennent à utiliser le peu d'indications données, à les comprendre et à les exploiter.

Copie n°15

a) C'est une bonne chose de pouvoir réfléchir ensemble, confronter ses idées. Cela peut donc apporter quelque chose et, personnellement, des 9 heures de cours, c'est l'heure la plus agréable.

b) Cela nous permet de prendre des initiatives (ce qui est bien) mais d'un autre côté, ils sont assez éloignés des problèmes classiques rencontrés au bac.
Ceci n'est peut-être pas un bon entraînement pour le bac, mais ce peut être utile pour après (où l'on sera peut-être moins guidé).

Copie n°16

a) travail en groupe est intéressant parce que j'ai eu l'impression que pendant cette année, on a beaucoup travaillé durant cette heure et de façon peut-être moins scolaire.

b) Très souvent, j'avais un peu l'impression de partir vaincue, mais finalement, on se rend compte que, après réflexion sur un tel sujet, on peut finalement trouver des indices et arriver à démontrer des propriétés dont on ne se croyait peut-être pas capable.

Copie n°17

a) Le travail en groupe est très enrichissant à partir du moment où il est accompli sérieusement. Je pense qu'il est nécessaire de savoir travailler seul mais il est tout ausssi important, à mon avis, de comprendre et d'accepter des méthodes de travail, de recherche, différentes de la nôtre. Enfin le travail en groupe permet, par la confrontation avec autrui, de clarifier et donc d'approfondir ses connaissances.

b) Pour ma part j'apprécie beaucoup ce type d'exercice car il nécessite, bien avant la résolution en elle-même, la recherche d'une méthode de travail. Il permet, de plus, d'unir les différentes branches des mathématiques, ce qui, en soi, est assez appréciable. Cependant ces exercices nécessitent une discipline personnelle, afin de ne pas partir sur des voies trop "folles" et demandent beaucoup de temps ; et ces deux conditions ne sont pas toujours réalisables en terminale.

Copie n°18

a) Le travail en groupe permet de réunir nos savoirs en commun. On peut discuter de l'exercice et envisager plusieurs méthodes de résolution alors que seul on aurait une ou deux méthodes en tête. Le travail en groupe permet notre propre critique c'est-à-dire qu'on peut toujours remettre notre méthode en question. Le travail en groupe nous permet à chacun de mieux expliquer notre point de vue pour bien le faire comprendre aux autres (→ rédaction). Il permet aussi de développer nos méthodes de recherche.

b) Les exercices sans indications permettent surtout de nous apprendre comment entreprendre la recherche d'un exercice, ils nous apprennent à nous servir utilement de tout ce que l'on sait et à ne pas appliquer bêtement le cours. Ils nous permettent de maîtriser notre savoir afin de ne pas être bloqué plus tard devant un exercice.

<u>Copie n°19</u>

a) Tout dépend de ce qu'on appelle "le travail en groupe" : celui-ci n'est utile et intéressant que si tout le monde y met du sien, si tout le monde cherche et essaie de "collaborer". L'erreur d'attitude à ne pas faire c'est d'attendre que quelqu'un trouve et de copier immédiatement sur lui ; dans ce cas le travail en groupe ne sert strictement à rien. Donc pour moi, le travail en groupe est utile si chacun décide d'y participer, c'est donc une attitude à prendre et il est bénéfique parce qu'il permet de voir beaucoup de choses, beaucoup de thèmes ; si chacun lance une idée, on aura étudié tous les cas envisageables.

b) Souvent on se trouve décontenancé devant un exercice sans indications parce qu'on ne sait pas comment démarrer, de quels instruments mathématiques il faut se servir etc... Cela nous force à connaître le programme à fond et à étendre le "champ de vision" le plus possible. Cela fait appel à toutes nos connaissances en mathématiques. Mais c'est un très bon exercice dans la mesure où ce n'est pas vraiment un genre d'exercice que l'on aura au bac, et donc on sera plus "entraînés" d'une certaine manière en faisant des choses plus difficiles. L'exercice sans indications rappelle aussi qu'il faut se servir de toutes ses connaissances et que l'on peut trouver un moyen pour y arriver.

<u>Copie n°20</u>

a) Je pense que le travail en groupe est une bonne méthode pour progresser dans la matière concernée. Nous pouvons confronter (entre membres d'un même groupe) nos idées, pour résoudre un exercice. De plus le fait que le professeur puisse parler presque individuellement à chaque membre est très bonne chose.

b) Les exercices faits en TP sans indications, nous permettront d'anticiper plus facilement les questions d'un sujet du bac (les exercices du bac nous guidant plus ou moins). Cependant, je pense qu'en TP nous aurions dû faire plus d'exercices type bac (exercices tirés d'annales).

<u>Copie n°21</u>

a) Je pense que le travail en groupe permet de pouvoir faire des exercices que l'on ne ferait pas seul et surtout qu'il nous oblige d'être clair lorsqu'on fait part de ses idées aux autres ce qui est moins évident qu'il n'y paraît.

b) Ils sont beaucoup plus difficiles et surtout demandent plus de recherche que les autres. C'est dans ce cas que le travail en groupe peut être bénéfique, puisqu'à plusieurs on arrive à mieux cerner la méthode de résolution. Les premiers que l'on fait sont déroutants.

<u>Copie n°22</u>

a) Le travail en groupe permet une approche différente des exercices, notamment par la diversité des points de vue devant un problème. Le travail seul forme une méthode, le travail en groupe permet de côtoyer plusieurs méthodes, donc d'augmenter ses capacités.
Le travail en groupe donne aussi une aide, un soutien, lorsque l'on ne comprend pas, et affine le travail personnel, l'un étant corrigé par les autres, ce qui est profitable à celui qui est corrigé et au correcteur. On peut regretter la faible part de temps consacré au travail en groupe.

b) Ils ont un très gros avantage, celui de développer la réflexion,

et un énorme inconvénient, lorsque l'on ne "voit" pas la méthode (même en ayant consulté son cours), on sèche sans rien pouvoir faire. Ce désavantage est pallié par la correction, mais pas complètement, car on saura certainement mieux refaire un exercice que l'on a trouvé seul, qu'un exercice que l'on n'a compris qu'à la correction.
Ces exercices me paraissent très profitables, mais à partir d'un certain niveau.

Copie n°23

a) Travail en groupe et exercices sans indications sont souvent liés. Le travail en groupe est utile quand on fait des exos d'annales... De plus on est vu individuellement.

b) Les exercices sans indications sont intéressants car ils permettent de nous apprendre à élaborer un raisonnement, mais il ne faut pas en abuser car ils découragent souvent les élèves faibles qui ne veulent pas faire de grandes études mathématiques plus tard, et sont moins intéressants car souvent c'est vous qui nous donnez les indications donc pratiquement la solution.

Copie n°24

a) C'est assez intéressant dans la mesure où, sur un même exercice, on a différentes visions du problème.

b) Les exercices sans indications sont généralement durs, mais ils permettent de rechercher dans nos connaissances des méthodes qui conviendraient et nous laissent libres de choisir un enchaînement de questions (ou plutôt, de trouver cet enchaînement).

Copie n°25

a) Le travail en groupe est intéressant et efficace il permet de comparer différentes idées, de s'organiser et éventuellement de corriger des fautes et de bien comprendre un problème. Il m'a aidé car il m'a permis de développer une certaine technique de travail que je n'avais pas : recherche des idées et choix parmi celles-ci.

b) Plus difficiles mais plus intéressants sur le point de vue pédagogique : on est plus libre pour démontrer quelque chose : cela permet aussi de passer en revue les différentes méthodes qu'on peut utiliser : c'est un bon exercice de révision par la même occasion.

Copie n°26

a) Le travail en groupe est utile.
On peut communiquer nos idées, s'entraider. Avec une recherche à plusieurs, cela nous permet d'avoir différents points de vue. On peut se corriger, et surtout progresser.

b) Les devoirs sans indications permettent plusieurs résolutions. Il est plus utile de faire cela en groupe que seul. Car sans indications, cela est vague on ne sait pas dans quelles directions partir et il n'y a personne pour partager ses opinions. Les corrections de ces devoirs sont intéressantes car cela nous permet de voir les différentes méthodes utilisées.

Copie n°27

a) Le travail en groupe nous aide à la compréhension de l'exercice, nous permet d'échanger nos idées et donc de comprendre certains éléments que l'on n'avait pas compris au départ, de faire des exercices que l'on ne pourrait pas faire seul.

b) Les exercices donnés sans indications demandent plus de réflexion, de recherche de notre part. Je trouve qu'on a beaucoup de difficultés à démarrer, à cerner le fond du problème et j'ai souvent l'impression qu'on ne sait pas où on va, où on se dirige. Et comme en général, ce n'est pas moi qui trouve l'idée de départ, je me demande si j'aurais été capable de la trouver seule.

B) Première question.

Pour analyser les réponses à la première question "que pensez-vous du travail en groupe ?", nous les avons classées suivant différents thèmes (une réponse pouvant d'ailleurs être classée dans plusieurs thèmes) :

* les inconvénients
* les diversités
* le fonctionnement des groupes
* le rôle du professeur
* le travail
* l'apprentissage individuel
* quelques remarques diverses

1) les inconvénients

Dans les questionnaires proposés les années précédentes, seuls les élèves favorables au travail en groupe en avaient parlé et de façon uniquement positive, la question posée alors étant "quelles sont les formes de travail qui vous ont le plus aidé ?" ; on ne pouvait pas savoir si les élèves qui avaient alors cité le travail en groupe en estimaient aussi certains points négatifs car la question ne le demandait pas ; et en plus on ne pouvait rien savoir concernant les élèves qui n'en parlaient pas du tout, le travail en groupe leur avait-il paru négatif ou bien avait-il joué le même rôle que les formes de travail habituelles ?

Ici 6 élèves sur 27 pensent qu'il peut y avoir des effets négatifs, ou plutôt qu'il peut y avoir des inconvénients. Citons ces réponses :

- "*C'est une bonne méthode de travail .... Cependant je trouve qu'il est peut-être un peu facile de se laisser "emporter" par quelqu'un qui a tout de suite trouvé l'"astuce"* "(1)
- "*Selon les sujets proposés certains du groupe travaillent plus que d'autres*" (5)
- "*Il permet ... (à condition que tout le monde travaille vraiment)* "(9)
- "*L'inconvénient réside dans le fait que des élèves sont plus rapides que d'autres et donc, les plus "lents" ne peuvent pas intervenir.* "(12)
- "*Le travail en groupe est très enrichissant à partir du moment où il est accompli sérieusement*"(17)
- " *Tout dépend de ce qu'on appelle "travail en groupe" : celui-ci n'est utile et intéressant que si tout le monde y met du sien, si tout le monde cherche et essaie de "collaborer". L'erreur à ne pas faire c'est d'attendre que quelqu'un trouve et de copier immédiatement sur lui ; dans ce cas le travail en groupe ne sert strictement à rien.* " (19)

Nous avons donné ces 6 citations complètes car elles montrent bien que les critiques faites concernent surtout les différences de rythme de travail, que ces différences soient dues, d'après les élèves, à des élèves considérés comme "lents" (ou rapides), ceux-ci pouvant d'ailleurs ne pas être les mêmes suivant les exercices, ou bien à un investissement différent des élèves dans le travail du groupe. Nous remarquons qu'il n'y a aucune appréciation négative, dans le pire des cas le travail en groupe "ne sert strictement à rien". On peut se demander d'ailleurs quelles réponses on obtiendrait si on proposait un questionnaire sur le travail en classe entière.

Ces 6 réponses font intervenir seulement le fonctionnement social du groupe et aucune remarque négative n'est faite sur le rôle du professeur, sur les exercices, sur les mathématiques ou sur l'apprentissage.

2) <u>les diversités</u>

Dix-sept élèves sur vingt-sept évoquent les diversités qu'ils ont pu observer pendant les séances de travail en groupe, diversités d'investissement ou de rapidité comme on vient de le voir mais essentiellement diversités des points de vue adoptés par les élèves et des méthodes possibles pour résoudre les exercices proposés. Par exemple :

"*Cela permet parfois de prendre conscience qu'il n'y a pas toujours qu'une seule solution possible et que chaque élève raisonne différemment.*"(7)

"*Cela nous permet de comparer différents points de vue et différentes méthodes.*"(13)

3) <u>le fonctionnement des groupes</u>

Nous avons retrouvé dans les réponses des élèves beaucoup d'éléments prévus ou observés dans les transcriptions étudiées précédemment ce qui montre que les réponses n'ont pas seulement été faites pour faire plaisir au professeur.

* la communication :

"*chacun peut s'exprimer*" (7-12)

"*permet à chaque élève d'écouter celles présentées par les autres*" (7)

"*réfléchir et discuter en même temps*" (10)

"*échanger*" (12-13-20-27)

* le démarrage :

"*le travail en groupe permet la stimulation ... une référence*" (14)

"*une aide*" (4-5-6-7-14-22-26)

"*le travail en groupe permet lorsqu'on ne réussit pas à faire l'exercice de se faire aider et donc de ne pas buter sur une question*" (7)

* la démarche méthodique :

Beaucoup de remarques se rapportent aux méthodes, nous ne citons ici que celles concernant le fonctionnement du groupe.

"*Le travail en groupe permet d'échanger plusieurs méthodes*" (12-13-20-27)

* la construction des raisonnements :

"*chacun donne quelques explications*" (1)

"*on peut se corriger*" (26)

"*l'un étant corrigé par les autres, ce qui est profitable à celui qui est corrigé et au correcteur*" (22)

* le rôle des pairs :

"*l'aide de personnes qui ont à peu près le même niveau et la même volonté*" (4)

4) <u>le rôle du professeur</u>

Trois élèves font une remarque sur le professeur :

- "*De plus, le professeur s'intéresse à notre cas particulier et peut donc corriger nos erreurs particulières et non celles de l'ensemble de la classe qui sont parfois trop vagues*" (13)

- "*De plus le fait que le professeur puisse parler presque individuellement à chaque membre, est une très bonne chose*"(20)
- "*De plus on est vu individuellement*"(23)

Paradoxalement ces trois remarques soulignant un aspect positif des interventions du professeur pendant le travail en groupe concernent les interventions par rapport à chaque élève et pas du tout celles par rapport au groupe. Ceci rejoint une impression que nous avons eue pendant ces séances de travail en groupe. Le professeur est en effet beaucoup plus disponible face à 5 petits groupes qu'en classe entière avec 37 élèves ou même en demi-classe ; lorsque les élèves cherchent un exercice individuellement en classe entière le professeur circulant dans les rangs dispose de peu de temps pour chaque élève et ne peut pas prendre en compte toutes les erreurs lors de la correction. Par contre dans les groupes les élèves se corrigent eux-mêmes et le professeur est plus disponible pour les questions plus importantes posées par le groupe (cf M-C Marilier (1)) mais aussi peut consacrer davantage de temps aux difficultés éventuelles de chaque élève.

Chacune de ces trois remarques commence par "de plus" et sont situées à la fin des réponses à la question : "que pensez-vous du travail en groupe ?" ; on peut peut-être y voir le signe que ce point positif des interventions du professeur apparaît aux élèves comme un avantage supplémentaire du travail en groupe, mais que pour eux le travail en groupe est centré sur les groupes, les élèves, la tâche proposée, que le professeur n'est qu'un des éléments de ce scénario, et joue les seconds rôles. On peut peut-être trouver une confirmation de ceci par le fait qu'on ne trouve aucune remarque sur le rôle des interventions du professeur dans le travail des groupes ni plus généralement sur le contrat qui régit ces interventions. On peut se demander si cette absence signifie que ces interventions sont inutiles comme on a pu le voir dans l'étude des transcriptions des séances où le premier contrat fonctionnait, ou bien à l'opposé que ces interventions, avec le troisième contrat, font partie intégrante du travail du groupe et n'ont pas été citées en particulier, ou encore que leur rôle est très secondaire, pour les élèves, par rapport à tous les autres éléments de ces séances.

5) <u>le travail</u>

Certaines remarques concernent plus particulièrement le travail fourni. Plusieurs éléments apparaissent :

* la quantité :

"*travail en groupe est intéressant parce que j'ai eu l'impression que durant cette année, on a beaucoup travaillé pendant cette heure* "(16)

* la vitesse :

"*on travaille plus vite en groupe*"(12-5-13)

* l'efficacité :

"*on progresse mieux dans la recherche de la solution à plusieurs*"(13)

"*à plusieurs il est plus facile de construire un raisonnement*"(5)

"*faire des exercices que l'on ne pourrait pas faire seul*"(21-27)

"*Même la confrontation de mauvais raisonnements peut aider à en trouver un meilleur*"(5)

* la qualité :

"*le travail en groupe permet de traiter un problème avec précision et méthode*"(8)

"*le travail en groupe a l'avantage de nous faire clairement énoncer* *notre pensée pour se faire mathématiquement comprendre*" (9)

"*il nous amène à nous justifier et à argumenter*" (11)

"*travail en groupe est intéressant parce que (...) on a travaillé (...) de façon moins scolaire*" (16)

6) <u>l'apprentissage individuel</u>

On trouve aussi dans ces réponses des appréciations sur le travail effectué par chaque élève, sur le transfert à l'apprentissage individuel du travail effectué en petits groupes :

* la compréhension :

"*il permet ... parfois même de mieux comprendre certaines choses*" (2-25-27), "*le travail en groupe permet, par la confrontation avec autrui, de clarifier et donc d'approfondir ses connaissances*" (17)

* l'expression :

"*Le travail en groupe a l'avantage de nous faire clairement énoncer notre pensée pour se faire mathématiquement comprendre*" (9-18-21)

* l'adaptation :

"*il permet de s'adapter aux méthodes d'autrui*" (4)

* la critique :

"*Le travail en groupe permet notre propre critique c'est-à-dire qu'on peut toujours remettre notre méthode en question*" (6-18)

* les progrès :

"*il m'a permis de développer une certaine technique de travail que je n'avais pas : recherche des idées et choix parmi celles-ci*" (25-18-6)

"*Le travail en groupe (...) affine le travail personnel*" (22)

"*On peut se corriger et surtout progresser*" (26-20)

"*On peut voir aussi comment les autres font leur recherche, on peut donc* *critiquer sa propre méthode de recherche si elle n'est pas très bonne → amélioration de notre propre recherche*" (6-7)

"*Le travail en groupe nous permet à chacun de mieux expliquer notre point de vue pour mieux le faire comprendre aux autres (→ rédaction)*" (18)

7) Quelques appréciations diverses

Donnons enfin quelques remarques sur le travail en groupe qui nous paraissent intéressantes.

- "*On peut regretter la faible part de temps consacré au travail en groupe*" (22)
- "*Je pense que ce travail est nécessaire*" (14).
- "*personnellement, des 9 heures de cours, c'est l'heure la plus agréable*" (15)
- "*Pour ajouter une tout autre remarque : je pense que cela nous rapproche beaucoup dans la classe pour créer ainsi une homogénéité*" (11)

On peut se demander dans quelle mesure il y a eu influence du professeur, si certaines de ces remarques n'ont pas été plus ou moins faites par le professeur pendant l'année. Il est impossible de faire une telle évaluation, cependant on peut voir dans ces réponses le résultat de l'ensemble de l'année : le travail en groupe, l'enseignement méthodologique, et les représentations du professeur.

C) Etude de la deuxième question.

Comme pour la question a), nous analysons ces réponses en les regroupant dans différents thèmes, mais en donnant moins de détails car nous retrouvons certains éléments déjà cités précédemment :

* réflexions d'ordre psychologique
* le démarrage
* la liberté
* les difficultés
* le rôle du groupe
* l'examen
* la recherche, la démarche, les méthodes, les diversités
* l'apprentissage individuel
* le professeur
* les représentations

1) <u>réflexions d'ordre psychologique</u>

Dans 8 copies on trouve des phrases évoquant la peur, le découragement, le fait d'être décontenancé (1-2-11-14-16-19-21-23). Par exemple :

"*A première vue cela me fait un peu peur*" (1)

"*Les exercices sans indications sont déroutants*" (14)

Mais, dans deux de ces mêmes copies, on trouve aussi un effet positif :

"*Très souvent, j'avais un peu l'impression de partir vaincue, mais finalement on se rend compte que (...) on peut arriver à démontrer des propriétés dont on ne se croyait peut-être pas capable*" (16)

"*L'exercice sans indications rappelle aussi ... que l'on peut trouver un moyen pour y arriver*" (19)

2) <u>le démarrage</u>

Dans 5 copies le démarrage est indiqué comme source de difficultés dans ce type d'exercice (1-10-19-26-27).

3) <u>la liberté</u>

Dans 6 copies l'autonomie, l'initiative, laissées aux élèves par le manque d'indications sont signalées positivement (2-4-12-15-24-25).

4) <u>les difficultés</u>

Six élèves disent que ces exercices sont difficiles (2-9-13-21-24-25) (ils causent une *"perte de temps"* s'ils sont trop difficiles (2)) et dans 3 copies ils sont réservés particulièrement aux élèves d'un certain niveau, "préparant maths sup" (5-12-22). Mais ils sont aussi considérés comme *"utiles"* (3-9-10-12) ou *"motivants"* (4), *"très bien"* (10), *"plus intéressants"* (25)

5) <u>le rôle du groupe</u>

Six élèves (5-9-10-11-21-26) évoquent le rôle bénéfique du travail en groupe dans la résolution de ces exercices.

6) <u>l'examen</u>

Dans 8 copies on trouve une référence aux exercices donnés au baccalauréat (4-5-8-11-12-15-19-20). Les exercices de l'examen sont *"plus faciles"* (5-8), les exercices sans indications en sont *"très différents"* (15), mais ils *"préparent à l'examen car ils sont plus difficiles"* (19), ils permettent *"d'anticiper les questions"* (20), ils sont *"peu utiles pour l'examen mais peut-être après"* (15), ils sont appréciés mais ils *"demandent du temps (...) ce n'est pas toujours réalisable en terminale"* (17).

7) <u>la recherche, la démarche méthodique, les méthodes, les diversités</u>

Ces éléments sont cités dans beaucoup de copies. Seules 6 copies (12-15-16-20-22-23) parmi les 27 que nous avons (c'est-à-dire 22%) n'en parlent pas ; ces 6 copies insistent sur le niveau qu'il faut avoir pour aborder les exercices sans indications mais aussi sur la différence avec les exercices de l'examen, et ceci est tout à fait compréhensible puisque ce questionnaire a été proposé aux élèves pendant le dernier cours de l'année, quinze jours avant l'examen.

8) <u>l'apprentissage individuel</u>

Les élèves déclarent que ces exercices apprennent à :
"progresser dans la recherche et le démarrage" (13)
"utiliser les données, les comprendre et les exploiter" (14-18)
"maîtriser ses connaissances" (19)
"voir dans tout ce qu'on sait", ce qui est signalé dans 8 copies (3-5-6-7-14-18-19-24) (l'examen est proche !).
Ils *"demandent une discipline personnelle"* (17).
Ces exercices *"élargissent la réflexion"* (2-7-8-12-16-19-22).

9) <u>le professeur</u>

Son rôle n'est cité qu'une seule fois, l'intérêt des exercices sans indications diminuant si le professeur donne des indications : *"sont moins intéressants car souvent c'est vous qui nous donnez des indications donc pratiquement la solution"*.

10) <u>les représentations</u>

On ne trouve pas l'idée "on trouve ou on trouve pas", seul un mot de la copie 23 ("voit") semble s'en rapprocher mais l'élève évoque aussi l'existence d'une phase de recherche *"lorsqu'on ne "voit" pas par la méthode (même en ayant consulté son cours) on sèche sans rien pouvoir faire."* ; ceci nous fait penser aux enregistrements Q1 et I4.

<u>Remarque sur le vocabulaire utilisé dans les réponses aux deux questions étudiées.</u>

Nous avons été frappée lors de la simple lecture des réponses par l'utilisation du verbe permettre.

En observant plus précisément les copies, on constate que, sur 27 copies, seules trois d'entre elles ne font pas intervenir ce verbe (8-11-16), et dans une (11) de ces trois copies on trouve : "nous oblige ... amène donc nécessairement à". Le verbe permettre est utilisé en tout 55 fois, 37 fois pour la question a) et 18 fois pour la question b), dans 21 copies sur 27 pour la question a) et dans 18 copies sur 27 pour la question b). Et enfin deux copies (8-18) utilisent ce verbe 6 fois.

On peut peut-être voir là une vérification de l'efficacité du scénario choisi : c'est bien lui qui "oblige à faire un travail de recherche"(2), "permet de traiter un problème avec méthode"(8) et "permet de maîtriser notre savoir"(18)

CONCLUSION

Il n'y a pas de contradictions avec nos hypothèses, elles sont même reprises. Nous donnons deux citations particulièrement exemplaires pour résumer l'opinion des élèves :

"a) Le travail en groupe permet de réfléchir à plusieurs sur un exercice pas toujours facile et permet lorsqu'on ne réussit pas à faire l'exercice, de se faire aider, et donc de ne pas se buter sur une question. On peut voir aussi comment les autres font leur recherche, on peut donc critiquer sa propre méthode de recherche si elle n'est pas très bonne → amélioration de notre méthode de recherche" (6).

"b) Ce sont des exercices que personnellement j'ai eu du mal à résoudre mais qui m'ont fait progresser dans la recherche d'une méthode, et dans la manière d'aborder un problème. Pour ces exercices appliquer une méthode ne suffit plus, il faut d'abord la trouver" (13).

Il n'y a donc pas de contradictions avec les enregistrements, et même nous constatons une grande cohérence.

Nous avons de plus des éléments nouveaux sur :

- le transfert à l'apprentissage individuel,
- la manière dont est perçue la contrainte de l'examen,
- les réactions sur le moral des élèves.

VI SYNTHESE DES COPIES ET DES QUESTIONNAIRES

Après l'étude détaillée des copies "AM=BP" et des réponses aux différents questionnaires, nous présentons ici quelques commentaires généraux issus de ce matériel écrit. Nous allons chercher en particulier ce que nous pouvons en déduire sur les représentations qu'ont les élèves du travail en géométrie.

1) Les copies "AM=BP" et les réponses aux différents questionnaires montrent que presque tous les élèves sont individuellement très conscients de l'objectif du professeur et de son attente, au niveau de la démarche méthodologique, de la pratique du travail en petits groupes et du transfert à la recherche individuelle.

2) Ils en sont suffisamment conscients pour être capables de faire la démarche demandée dans un devoir écrit et de reconnaître a posteriori l'avoir effectivement appliquée dans les recherches en petits groupes, en donnant eux-mêmes des explications sur le fonctionnement des groupes, en s'appuyant sur des arguments qui sont cohérents avec les analyses des enregistrements.

3) Les élèves sont capables de parler à bon escient de ce qu'ils ont fait ; ils donnent des réponses qui concordent avec les pratiques de l'année et sont satisfaits dans l'ensemble.

4) Nous avons été frappée par l'honnêteté des élèves qui reconnaissent eux-mêmes l'existence d'une distance entre ce qu'ils font et ce qu'ils

disent qu'il serait bien de faire ; ce qui nous paraît important est qu'ils expliquent pourquoi ils se limitent ainsi (temps, sujet d'examen ...). Ils ont donc conscience de certaines contraintes qui sont réellement des obstacles à un enseignement plus qualitatif.

5) Enfin on peut se demander encore une fois dans quelle mesure ces réponses sont faites plus ou moins consciemment pour faire plaisir au professeur, ou encore si la bonne adéquation entre les réponses attendues et les réponses recueillies est due à l'explicitation faite par le professeur pendant la classe, celle des élèves n'étant qu'une reprise, un reflet, une répétition. On peut se demander aussi si leurs réponses favorables sur l'aide de l'enseignement de méthodes et du travail en petits groupes ne viennent pas simplement du fait, d'une part que ces deux formes de travail avaient probablement l'attrait de la nouveauté pour la majorité des élèves, d'autre part que, implicitement, le professeur attendait des réponses sur ces deux points dans la mesure où il s'agissait là des seules différences avec un enseignement plus traditionnel (par exemple un élève a répondu au questionnaire 2 : *"ce n'est pas le travail en groupe qui m'a le plus aidé"*).

Cependant, dans les réponses, on observe que les élèves ont employé leurs propres mots, de façon non stéréotypée et très variée, et qu'ils ont retenu des choses différentes. Certaines réponses montrent une grande cohérence entre les difficultés rencontrées dans la recherche d'un exercice et ce qu'a pu apporter l'enseignement méthodologique. Le troisième questionnaire a permis de préciser les réactions des élèves par rapport au travail en groupe et on observe, comme nous l'avons déjà signalé, que les arguments sont tout à fait cohérents avec ce qui a pu réellement se passer dans les groupes d'après l'analyse des enregistrements.

Tout ceci montre donc une réelle appropriation personnelle de cet enseignement.

6) Contrairement à notre attente initiale nous avons trouvé peu d'éléments explicites directement liés aux représentations des élèves. Cependant, on peut remarquer qu'en ce qui concerne les activités de géométrie on ne retrouve pratiquement plus de référence à l'intuition. Ceci peut correspondre à un enrichissement des représentations usuelles (cf "on trouve ou on trouve pas" page 1 de l'introduction). Il aurait été nécessaire pour en dire plus de construire un questionnaire spécifique. Et nous savons par ailleurs (cf Bautier et Robert (?)) que les représentations des élèves de terminale ne sont pas encore stabilisées et certainement très influencées par l'enseignant de l'année. On aurait donc vraisemblablement risqué encore une fois de retrouver les représentations du professeur.

Si nous reprenons nos questions initiales et notre première synthèse, **nous pouvons donc ajouter que les élèves sont à la fois conscients du jeu auquel on joue et satisfaits ; le "confort" dans la classe est même accru.**

Nous ne pouvons en revanche pas déduire de toutes les réponses que nous avons recueillies les causes de la réussite du scénario, ni les influences respectives de tel ou tel élément.

Il y aura lieu de se donner de nouveaux moyens pour compléter nos résultats en ce sens, de manière différente, vraisemblablement à une autre échelle.

CONCLUSION

I Les résultats, leurs limites, les généralisations éventuelles.

1) Résultats, interprétations et interrogations.

En réunissant les deux synthèses partielles tirées des analyses des transcriptions et du matériel écrit, voici les conclusions générales que l'on peut tirer de ce travail.

D'abord on a pu élaborer et réaliser effectivemment plusieurs années de suite un scénario permettant aux élèves de mieux aborder les exercices de géométrie un peu difficiles (et sans indications).

Les élèves ont été satisfaits, et conscients (semble-t-il) des intentions du professeur et des avantages de la démarche proposée.

Des questions restent posées : les élèves se réapproprient-ils cette démarche ? le font-ils tous de la même façon ? cela a-t-il une influence sur les apprentissages ?

L'ensemble de ce travail confirme notre hypothèse de départ : une interaction entre un enseignement de métaconnaissances et une utilisation de celles-ci par les élèves dans des situations adaptées peut faciliter certains apprentissages.

Cette hypothèse peut être lue autrement : chercher moins d'exercices, mais en s'appropriant les clés de cette recherche, pourrait donner des résultats au moins équivalents à chercher plus d'exercices (dans le même temps) sans décoller de l'application du théorème qui sert ou de l'énoncé qui guide. Peut-on parler d'introduction du qualitatif au détriment du quantitatif ?

Les causes du succès relatif de l'expérience sont difficiles à évaluer séparément.

Du point de vue du scénario, on a souligné que tous les éléments semblent jouer : enseignement de méthodes, travail en petits groupes sur des exercices sans indications, contrat (et respect du contrat par le professeur et les élèves).

Cependant on ne sait pas encore si le contrat sur lequel on s'est arrêté peut être mis en place dès le début du scénario.

Les élèves bénéficient de plus d'autonomie pendant les séances d'exercices, ils ont un autre rapport avec le professeur, ce sont eux qui décident en partie de l'interaction avec le professeur. De plus ils apprennent à gérer leur activité en géométrie puisqu'ils sont capables à la fin de l'année de mettre en oeuvre un questionnement méthodologique effectif et efficace. Ils apprennent aussi à bénéficier des divers points de vue qui ne manquent pas de se révéler lors du travail en petits groupes. Ils ont donc acquis une certaine distance vis-à-vis de leur activité. Seul le contrôle peut sembler encore insuffisant.

Enfin les représentations de l'activité géométrique semblent avoir changé, mais les éléments dont nous disposons à ce sujet sont trop peu nombreux pour nous permettre d'attribuer à ces changements un rôle important.

L'expérience telle qu'elle a été menée ne permet pas encore de déterminer si tous les facteurs précédents jouent un rôle et dans quelle mesure.

2) <u>Quelles limites apparaissent déjà, quelles généralisations peut-on concevoir</u> ?

Tout d'abord, soulignons que les problèmes que pose la généralisation éventuelle du scénario ne concernent pas le détail des situations, mais les interactions qui peuvent avoir lieu. Par exemple, même si toutes les conditions de reproduction du scénario sont réunies, une même situation peut ou non être propice à faire mettre en oeuvre une démarche donnée selon ce qui a été fait auparavant, selon les élèves, etc.

Ceci dit, il est évident que ce scénario est tout à fait spécifique de la classe de terminale C. En effet les connaissances des élèves en géométrie sont suffisantes pour proposer rapidement la recherche d'exercices assez complexes pour qu'il y ait lieu d'utiliser des méthodes pour leur démarrage.

Or nous avons vu l'importance dans le scénario de cette première phase, qui permet de commencer l'enseignement de méthodes. Si les élèves ont moins de connaissances, on ne peut pas initialiser de la même façon l'interaction entre le cours et les activités, on ne sait même pas dans quelle mesure il est opportun d'introduire des méthodes sur des connaissances trop restreintes.

D'autre part on ne sait pas s'il est intéressant de mettre au point un enseignement de méthodes dans tous les domaines à enseigner, on ne sait pas non plus s'il n'y a pas lieu de laisser les élèves trouver tout seuls les méthodes dans certains cas...

Et on a vu que l'apport d'un enseignement de type métamathématique n'est pas toujours suffisant, cela dépend fortement des connaissances mobilisables et donc du moment où a lieu l'intervention métamathématique.

Par ailleurs, il est vraisemblable que le contrat à adopter dans un scénario analogue dépend des élèves concernés et peut-être de l'enseignant. Les élèves de terminale ont un examen à la fin de l'année, et le professeur les prépare à cet examen : professeur et élèves sont "du même côté" par rapport à l'évaluation finale. Si on est en classe de seconde par exemple, il y a lieu de supposer que le premier contrat sera indispensable pendant un certain temps : dans cette classe les élèves ont encore besoin d'une certaine surveillance, leur motivation et leur niveau sont très différents.

Mais en terminale C la perspective de l'examen final, où les exercices sont proposés avec des indications, limite la portée de l'expérience, aussi bien en ce qui concerne le temps qu'on va y consacrer que l'importance que les élèves vont lui attribuer (comme ils l'expriment fort bien eux-mêmes).

3) <u>Les limites de la recherche - point de vue méthodologique</u>.

Pour cette recherche, nous nous sommes placée à un niveau intermédiaire : entre le suivi complet de quelques élèves pendant toute l'année et l'analyse systématique des seules performances de tous les élèves à quelques moments donnés. Ce niveau intermédiaire nous a paru convenir pour cette première étude.

Le matériel recueilli pour l'échelle que nous avons choisie s'est révélé efficace tout en présentant des inconvénients que nous avons déjà signalés. En effet, rappelons qu'il y a un nombre limité d'enregistrements, les effectifs sont donc faibles, en particulier pour les groupes 2, 3 et 4 il est difficile d'effectuer des comparaisons ou des suivis. D'autre part les transcriptions amènent une certaine perte d'information, minimisée par le fait qu'elles ont été réalisées par le professeur de la classe. De plus, lorsqu'on attribue à des phrases des élèves une appartenance à un niveau de méthode donné (méth 1, méth 2, méth 3), on peut être amené à interpréter en fonction du contexte et quelquefois il est très difficile de décider entre deux niveaux. Les réponses aux questionnaires doivent être aussi lues avec les précautions déjà évoquées.

Par ailleurs, le professeur a toujours été la même personne. On ne peut donc rien conclure quant à la reproductibilité de ce qui a été obtenu chez les élèves. Toutefois cela a permis de contrôler la reproduction de l'expérience sur les quatre années étudiées.

Il serait intéressant de reproduire l'expérience avec un autre enseignant.

II <u>Un rôle particulier : le professeur-chercheur</u>.

La position que j'ai eue tout au long de ce travail : professeur, expérimentatrice et chercheur, est délicate, et même sans doute le travail de recherche est impossible sans le concours d'une autre personne qui n'a aucune interaction avec la classe ; on peut cependant se demander si cette situation n'a pas aussi certains avantages. En effet, par-delà la recherche, mes objectifs initiaux étaient ceux d'un professeur. Et ce travail, s'il a bien répondu en partie aux questions de didactique que nous avons posées, m'a aussi apporté des éléments de réflexion plus vastes, en rapport avec ma pratique d'enseignante.

Par rapport aux élèves, je reprendrai certaines des remarques qu'ils ont faites dans les questionnaires : comme eux j'ai eu paradoxalement l'impression de mieux m'occuper d'eux individuellement pendant le travail en petits groupes que pendant les autres séances où ils travaillent individuellement, et j'ai eu aussi l'impression de les connaître autrement.

Et plus précisément, j'ai eu la possibilité de les observer davantage, à la fois pendant le travail en groupe et aussi bien sûr par l'étude des enregistrements.

J'ai été étonnée par la qualité des réflexions que font les élèves dans les groupes, par leurs argumentations et leurs questions ainsi que par les quelques moments de contrôle que nous avons observés. Et, cela est peut-être lié, j'ai découvert le rôle joué par le temps dans le travail des élèves. Le scénario leur a permis de travailler à leur rythme, qui est, de fait, beaucoup plus lent que le rythme habituel de la classe ; le jeu en valait la chandelle !.

Le travail assez stéréotypé de rédaction, qui est d'habitude demandé *aux élèves ne révèle pas cette richesse chez la plupart des élèves. Par ailleurs, faire une conjecture, chercher et rédiger sont apparus aussi vraiment comme des activités bien distinctes, avec chacune son apprentissage spécifique, et on ne peut pas tout faire à la fois - je pense ici à l'enregistrement B1.*

Enfin, ce travail m'a permis de constater que les élèves peuvent comprendre un certain discours métamathématique et se l'approprier mieux que je ne le pensais. Mais aussi, son explicitation m'a permis d'observer qu'une partie de ce discours est vraiment faite de détours, plus ou moins nécessaires suivant les élèves, suivant les personnes. Et enseigner des méthodes permet de donner beaucoup de pistes, de repères pour chercher, mais ces éléments peuvent se fondre (et disparaître ?) dans l'ensemble de l'activité des élèves. Enseigner des méthodes est différent d'utiliser des méthodes.

Pour finir, je vais donner la parole à un élève. Il s'agit du meilleur élève de l'année pendant laquelle j'ai fait les enregistrements (dans H1 ses conseils sur l'utilisation du livre sont repris par V). Quand j'ai proposé les questionnaires à la fin de l'année, je lui ai demandé, en plus, d'essayer de répondre à une question supplémentaire : *"qu'est-ce qui se passe dans ta tête quand tu cherches un exercice ? "*.

Voici sa réponse.

VI Je fais l'inventaire (guidé ±) des "outils" à notre disposit.
L'intuition joue un rôle prépondérant. Je me fixe un but dès qu'un "outil" me paraît propre à résoudre l'exercice.
J'essaye de simplifier au mieux | les hypothèses l'exercice voir même de trouver un autre énoncé, de changer le problème ou de l'aborder selon des façons différentes.
C'est pourquoi plus les problèmes sont difficiles plus ils sont intéressants.
Il faut clarifier le problème c'est pourquoi j'opte très rarement pour une résolution analytique (longue et laborieuse le plus souvent).
Je fais un tri sélectif en considérant les difficultés ou ~~les~~ (particulières) qu'impose le choix de l'outil -
Le résultat est beaucoup moins intéressant que la recherche mais parfois surprend et donc peut changer notre conception ~~des~~ sur les nombres complexe etc.. (par exemple) sur ~~les~~ mathématiques en g^al -
C'est en définitive une question beaucoup plus difficile qu'un problème de mathématique.

ANNEXE

Enoncés des exercices proposés pendant les séances de travail en petits groupes durant l'année 1986-1987. Ces exercices sont codés de A à U, par ordre chronologique.

A : Trois points A, B et C étant donnés, construire D tel que "AB = CD" (longueurs, vecteurs, droites, segments...)

B : Dans un trapèze que peut-on dire des milieux des côtés parallèles, de l'intersection des côtés non parallèles et de l'intersection des diagonales ? Démontrer la propriété.

C : Le plan étant muni d'un repère orthonormé, déterminer l'image de l'ensemble des points M de coordonnées (x, y) vérifiant $|x| \leq 1$ et $|y| \leq 1$ par la transformation définie par : $\begin{cases} x' = x + y \\ y' = x - y \end{cases}$

D : Chercher le lieu de l'orthocentre des triangles ABM lorsque A et B sont fixes et que M décrit un cercle passant par A et B.

E : Soit trois points A, B et C. Soit trois nombres a, b et c strictement positifs et soit M le barycentre des points pondérés (A, a), (B, b) et (C, c). démontrer que : a/aire(BCM) = b/aire(ACM) =c/aire(ABM).

F : Soit le parallélépipède défini par un sommet A et les arêtes [AB], [AC] et [AD]. Déterminer son volume en utilisant les trois vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{AD}$.

G : Parmi les affirmations suivantes, démontrer celles qui sont exactes et rechercher un contre-exemple montrant que les autres sont fausses.

a) Si $\lim_{n \to +\infty} |u_n| = +\infty$ alors (u_n) n'est pas majorée.

b) Si (u_n) converge vers 1 alors $\lim |u_n| = |1|$

c) Si $(|u_n|)$ converge alors (u_n) converge.

d) Une suite croissante et majorée est bornée.

e) Une suite décroissante et majorée est bornée.

f) Toute suite convergente et majorée est croissante.

g) Si (u_n) est une suite divergente, la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$ est divergente.

h) Si (u_n) est une suite divergente, la suite (v_n)définie par $v_n = u_{n+1}/u_n$ est divergente.

H : Etudier la suite définie par $u_0=1/2$ et $u_{n+1} = (1-u_n)^2$.

I : Soit deux droites qui se coupent en dehors de la feuille et un point sur le feuille en dehors des deux droites. Construire à la règle et au *compas la droite qui passe par le point situé sur la feuille et par le point d'intersection des deux droites.*

J : Soit C le cercle de centre O et de rayon R (R>O), et soit A et B deux points diamétralement opposés sur C.
1°) Pour tout point M de C, distinct de A et B , on construit le point Q tel que MABQ soit un parallélogramme. Déterminer l'ensemble décrit par le milieu I du segment [MQ] puis par le centre de gravité G du triangle BQM lorsque M décrit C privé de A et B.
2°) On note N le symétrique de A par rapport à M et P le point d'intersection des droites (ON) et (BM). Quel rôle joue P relativement au triangle ANB ?
Trouver une homothétie de centre B transformant M en P et déterminer l'ensemble décrit par le point P lorsque M décrit C privé de A et B.
3°) On considère les cercles circonscrits aux triangles OBP et MNP
a) pourquoi ces cercles ne sont-ils pas tangents ?
b) on note K l'autre point commun à ces deux cercles. En utilisant des angles orientés de vecteurs dont les mesures sont respectivement égales, modulo 2Π, à celles de $(\overrightarrow{KB}, \overrightarrow{KP})$ *et* $(\overrightarrow{KP}, \overrightarrow{KM})$*, montrer que les points K, A, B, M sont cocycliques.*

K : Etudier le comportement des suites récurrentes de la forme un+1 = u_n^{α}

L : Soit un triangle ABC et trois points P, Q et R situés respectivement sur les droites (BC), (AC) et (AB). Démontrer que si les droites (AP), (BQ) et (CR) sot concourantes alors l'égalité suivante est vraie :
$(\overline{PB}/\overline{PC})\times(\overline{QC}/\overline{QA})\times(\overline{RA}/\overline{RB}) = 1$*. Etudier la réciproque.*

M : A et B sont deux points fixes d'un cercle fixe C. M décrit ce cercle ; soit P le point de la demi-droite issue de B passant par M tel que BP = AM. Quel est le lieu de P ?

N : Soit D et D' deux droites parallèles distinctes, soit M un point non situé sur ces droites. Construire un triangle MAB rectangle isocèle de sommet M tel que A soit sur D et B sur D'.

O : Chercher toutes les isométries conservant un triangle isocèle, équilatéral, un rectangle, un carré.

P : Géométrie dans l'espace : pour chaque affirmation donner un contre-exemple par un dessin si elle est fausse, rappeler une définition, un théorème ou faire une démonstration si elle est vraie.
a) Si deux droites D et D' n'ont aucun point commun alors elles sont parallèles.
b) Si deux droites D et D' sont orthogonales alors elles sont sécantes.
c) Si D est une droite orthogonale à deux droites du plan P alors D est orthogonale à P.
d) Si deux droites D et D' sont parallèles alors elles sont coplanaires.
e) Si la droite D est parallèle à D' et si D' est parallèle à D", alors les trois droites D, D'et D" sont coplanaires.
f) Si D est orthogonale à D' et si D' est orthogonale à D", alors D et D" sont parallèles.
g) Par un point A donné, on peut mener une parallèle à une droite donnée et une seule.
h) Par un point A donné on peut mener une droite parallèle à un plan donné et une seule.

i) Par un point A donné on peut mener une droite orthogonaleà une droite D et une seule.
j) Par un point A donné on peut menerune droite orthogonale à un plan donné et une seule.
k) Deux plans orthogonaux à un troisième plan sont parallèles.

Q : Soit un triangle OAB, tel que l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ *mesure* $\Pi/3$. *Soit S une simlilitude transformant A en B et la droite (OA) en la droite (OB).*

1) Montrer que S a un centre Ω qui appartient au cercle C circonscrit au triangle OAB.

2) Réciproquement montrer que tout point de C différent de A et B est le centre d'une telle similitude. Déterminer l'ensemble des centres des similitudes S.

3) Donner une construction géométrique du centre lorsque le rapport de S est 2.

R : On considère un triangle BCD équilatéral et un point A dont la projection orthogonale H sur le plan du triangle BCD est le centre de ce triangle. Soit M un point du segment [AH]. Déterminer M pour que la somme des aires des triangles AMB, AMC, AMD, BCM, CDM et DBM soit minimale.

S ; Soit un triangle ABC. On appelle A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. P et P' sont les images de B et C par la rotation de centre A' et d'angle de mesure $-\Pi/2$, *Q et Q' sont les images de C et A par la rotation de centre B' et d'angle de mesure* $-\Pi/2$, *et R et R' sont les images de A et B par la rotation de centre C' et d'angle de mesure* $-\Pi/2$. *Montrer que les vecteurs* $\overrightarrow{AP}$ *et* $\overrightarrow{QR}$ *sont orthogonaux et de même norme. Même question pour les vecteurs* $\overrightarrow{A'P'}$ *et* $\overrightarrow{Q'R'}$.

T : Exercices de dénombrement et de probabilité (modélisation de situations concrètes permettant d'utiliser les combinaisons...).

U : On considère six points A, A', B, B', C et C' tels que les droites (AA'), (BB') et (CC') soient parallèles et que les droites (AB) et (A'B') soient sécantes en un point I, les droites (BC) et (B'C') soient sécantes en un point J et les droites (AC) et (A'C') en un point K. Que peut-on dire des points I, J et K ?

RERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1988) Problème ouvert et situation problème, Publication de l'Irem de Lyon et du LIRDIS, Université Lyon I.

CALLEJO L. (1990) Les représentations graphiques dans la résolution de problèmes de type Olympiades, Thèse Université Paris 7

DOUADY R. (1984) Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques, une réalisation dans tout le cursus primaire, Thèse Université Paris 7

Groupe de Recherche sur l'enseignement de la Géométrie de l'Irem d'Aix-Marseille (GREG) (1983) Géométrie I, Irem d'Aix-Marseille

HADAMARD J. (1898) Leçons de géométrie élémentaire (réédité par J. Gabay)

LEGRAND M. (1986) Genèse et étude sommaire d'une situaion codidactique : le débat scientifique en situation d'enseignement, colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique, Journées SMF Luminy.>

MARILIER M.C. Travail en petits groupes : évaluation et rôle du professeur DEA de didactique des mathématiques, Université Paris 7

MARILIER M.C. Thèse de doctorat (en cours)

MARILIER M.C., ROBERT A. et TENAUD I. (1987) Travail en petits groupes en terminale C, Cahier de didactique des mathématiques n° 40, Irem Paris 7

MEIRIEU P. (1984) Itinéraire des pédagogies de groupe et Outils pour apprendre en groupe Chronique sociale (Lyon)

MOYNE A. (1982) Le travail autonome Fleurus Paris

PIAGET J. (1969) Psychologie et pédagogie Denoel-Gonthier Paris

PETERSEN J. (1879) Méthodes et théorie pour la résolution des problèmes de constructions géométriques Gauthiers-Villars

POLYA G. (1965) Comment poser et démontrer un problème. Dunod

ROBERT A. (1987) De quelques spécificités de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire, Cahier de didactique des mathématiques, n°47 Irem Paris

ROBERT A., ROBINET J. Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement, Cahier de Didirem n°1 Irem Paris 7

ROBERT A, ROGALSKI J., SAMURCAY R. (1987) Enseigner des méthodes Cahier de didactique des mathématiques n°38 Irem Paris 7

ROBERT A., TENAUD I. (1987) Activités géométriques en terminale C, Brochure de l'IREM Paris Sud n°71.

ROBERT A., TENAUD I. (1988) Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C Recherches en didactique des mathématiques vol. 9.1, pp. 31-70

ROBINET J. (1984) Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur, Thèse Université Paris 7

SCHOENFELD A. (1985) Mathematical problem solving, Academic press

TENAUD I. (1986) Une année de géométrie en terminale C Brochure n°64 Irem Paris 7

BIBLIOGRAPHIE

ANZIEU D., MARTIN J.Y. (1968) La dynamique des groupes restreints PUF

ARSAC G., MANTE M. (1988) Le rôle du professeur. Aspects pratiques et théoriques, reproductibilité, Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1988-89, Grenoble, IMAG, CNRS.

ARSAC G. (1990) Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France, Recherches en didactique des mathématiques vol. 9.3

ARTIGUE M. (1990) Ingénierie didactique, Recherches en didactique des mathématiques vol 9.3

AUDIBERT G. (1984) Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane, Publications APM

BARON N. (1987) Travail en classe en petits groupes première approche, avec une introduction de N. Leorat, Cahier de didactique des mathématiques n° 33 Irem Paris 7

BROUSSEAU (1984) Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. IMAG, Grenoble

Bulletin InterIrem n°23 (1983) Enseignement de la géométrie, Irem de Lyon

BUSSER, DE COINTET, KAHN, MARTINET, SAMSON, SCHLADENHAUFEN (1987) Travaux Pratiques en terminales scientifiques, Irem de Strasbourg

CHEVALARD Y. (1983) Remarques sur la notion de contrat didactique, publication interne, Irem d'Aix-Marseille.

CHEVRIER P., DOBIGNON J.C. (1989) La géométrie plane au lycée : point de vue global et méthodologique, 200 problèmes, Irem de Poitiers

DOISE W., MUGNY G. (1981) Le développement social de l'intelligence Interéditions

FLIELLER (1986) La coéducation de l'intelligence PU Nancy

Irem de Nancy (1974) Activités mathématiques et travail en petits groupes

Irem de Poitiers (1986) Travail dirigé et travaux en petits groupes au lycée

LABORDE C. (1990) L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques, Recherches en didactique des mathématiques vol 9.3

LAKATOS (1976) Preuves et réfutations, Hermann

MARION J. (1979) Essai sur la géométrie, Irem d'Aix-Marseille

MUGNY G. (1985) Psychologie sociale du développement cognitif Peter Lang

PERRET CLERMONT A.N., SCHUBAUER LEONI M.L. (1980) Interactions sociales et représentations symboliques, Recherches en didactique des mathématiques Vol 1 n°3

ROBERT A. (1988) Recherches sur l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire, in Textes réunis par la commission Interirem Université ICME VI

ROGALSKI M. (1990) Enseigner des méthodes en mathématiques in "Enseigner autrement les mathématiques en DEUG A première année" Brochure de la commission Inter-Irem Université, Irem de Lyon

SCHUBAUER-LEONI M.L. (1988) Le contrat didactique une construction théorique et une connaissance pratique in "Médiations et remédiations didactiques", collection Interactions didactiques, n°9, Université de

Neuchatel.

VERDIER J. (1986) Travail en groupes en séquences longues, APM de Lorraine

TABLE DES MATIERES

UNIVERSITE PARIS VII

UFR de Didactique des Disciplines

DIPLOME DE DOCTORAT

SPECIALITE : DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

THESE PRESENTEE PAR : Isabelle TENAUD

DOCUMENTS DE REFERENCE :

- TRANSCRIPTIONS DES ENREGISTREMENTS

- ANALYSE DE CHAQUE TRANSCRIPTION

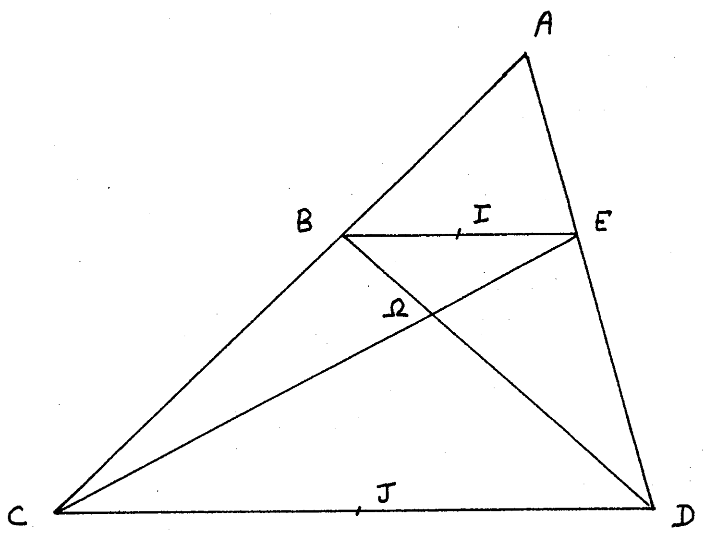
Sujet de la thèse : Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C : enseignement de méthode et travail en petits groupes

TRANSCRIPTIONS DES ENREGISTREMENTS

dans l'ordre suivant :

B1
H1
J1
M1
Q1
S1
U1
I2
B3
M3
H4
I4
S4

ENONCE : on considère un trapèze, que peut-on dire d'après la figure de l'intersection des diagonales, de l'intersection des côtés non parallèles et des milieux des côtés parallèles ? Démontrer la propriété observée, énoncer une réciproque et démontrer cette réciproque.



V : je vois rien
M : B et C
N : ils sont alignés
M : Madame faut qu'il y ait le même angle là ?

> Pr: où ça ?
> M : faut qu'il y ait le même angle là entre la perpendiculaire et (BC) et (ED), non ?
> Pr: non ce n'est pas nécessaire
> M : non c'est pas nécessaire ?
> Pr: c'est quoi la définition d'un trapèze ?
> M : alors là !
> N : ils ont deux côtés parallèles
> Pr: écris tout ici : (BE) parallèle à (CD), ici tu es complètement en diagonale ..... mais la figure ne vérifie pas ce que tu dis

N : ils sont alignés, c'est tout
M : non, ils sont pas alignés
N : si ils sont alignés
M : mais ils doivent être alignés
N : ça enregistre, bonjour ! <u>bon , maintenant faut le prouver</u>
M : <u>faut démontrer ça...euh</u>
N : <u>faut montrer qu'ils sont colinéaires</u>

HS

N : <u>qu'est-ce qu'on peut faire ?</u> I le milieu ils sont alignés alors...
M : **toujours le même problème**
N : on finira par trouver quelque chose dans quelques années, est-ce qu'il est isocèle celui-là ? non pas vraiment
M : <u>bon les hypothèses</u>
....
V : **<u>en plus nos figures elles vont pas, on a fait des cas particuliers</u>**
M : **<u>ouais voilà c'est ça</u>**
V : **<u>à mon avis il faut en refaire une</u>**
N : pourquoi ?
M : oui j'ai pris un cas particulier, j'ai pris le même angle
N : ouais, ouais d'accord mais j'ai pas pris
M : c'est pour ça moi c'est tout droit
N : non moi j'ai pas pris un cas particulier non ce qu'on peut dire... ah ben non
V : ils sont plus alignés quand on fait autrement
M : normalement si......si t'auras A là t'auras le milieu il sera là
V : il sera là
M : l'autre milieu il sera là
V : c'est pas alignés, ah ouais si si d'accord
M : alors attends, I milieu de [BE]
N : *<u>faut peut-être utiliser Thalès</u>*
M : *<u>ou alors avec des triangles</u>*
N : regarde
M : <u>ce qu'il faut montrer c'est qu'ils sont alignés donc pour montrer qu'ils sont alignés</u>
N : c'est quoi déjà Thalès ?
M : Thalès ouah ? ...c'est euh
N : je t'assure je me rappelle plus
M : **<u>mais comment tu veux l'utiliser ici ?</u>**
N : tu fais AI Thalès par exemple CJ sur CD non
M : c'est CΩ sur CE
N : ça fait AI divisé
M : non ça doit pas être ça : divisé par AE c'est égal à AJ multiplié par ED
M : ouais
N : non si c'est ça.... **<u>faut déjà démontrer qu'ils sont alignés hein ?</u>**
M : attends pour démontrer
N : ce qu'il y a c'est qu'il faut démontrer déjà bon c'est la droite (AI) et pour montrer que Ω est sur cette droite
M : bon là tu as (AI) c'est la médiatrice de ABE il faudra montrer que AJ
N : hein?
M : (AI) c'est la médiatrice du triangle ABE puisque c'est une médiatrice du triangle ABE d'accord ? on va démontrer que
N : mais c'est pas une médiatrice, on a une médiane
M : ah ouais, une médiane...médiane
N : bon et alors ?
M : non, non
N : **ça d'accord on n'a pas à le démontrer**
M : mais après tu dis AJ
N : bon je crois

HS

M : bon tu as une idée là
N : **je sais pas où elle va emmener**
M : hein ?
N : **je sais pas où elle va emmener mais enfin**
N : qu'est-ce qu'elle est en train de dire la prof ?
M : ah ben ouais, regarde ah ben non...AB AJ sur AC
V : de quoi ? qu'est-ce que tu as dit ?
M : non tu as le milieu donc BI = IE, CJ = JD , **ensuite tu utilises, enfin j'ai l'impression , tu utilises Thalès dans ce triangle**
N : c'est quoi ça ? c'est un I ou un E ?
M : c'est un J
N : ah un J !
M : **et après tu utilises Thalès là dedans**
N : là dedans AI sur AC
M : non sur AB
N : t'as marqué...ah oui sur AB égale AJ sur AD, alors là mon pote tu t'es planté quelque part
V : oui
M : attends, attends
N : AI
M : **non ça marche pas**
N : pour que ça soit vrai, il faut déjà supposer
M : c'est pas ça, tu fais ça, AI sur IB c'est égal à AJ sur CJ d'accord, c'est toujours Thalès
N : AI sur ?
M : AI sur IB égale AJ sur CJ, donc
V : **à quoi ça va nous mener ?**
N : mais non tu supposes que ces trois points sont alignés
M : de quoi ?
N :..(inaudible)..............Thalès, tu supposes que c'est aligné
M : ouais attends AI ah ben, oui
V : **donc on peut pas se servir de Thalès**
M : **ah oui**
N : je crois qu'on est très doué mais chers amis
M : la réciproque de Thalès c'est quoi ? **faut utiliser la réciproque,**
N : projection ....

M : Madame, comment on dit ça BI = IE, CJ = JD, BI / CJ =IE / JD, c'est la réciproque de Thalès ? ....on peut pas utiliser la réciproque ?
Pr: énoncez moi la réciproque,
M : je sais pas, je m'en souviens pas, Il me semblait qu'on peut dire après que ça sur ça, non ça sur ça c'est égal à ça sur ça et donc, non, non attends, Ω
Pr: le problème c'est que tu as écrit des choses en longueur qui sont vraies, hein mais dans ... par exemple le symétrique I' de I par rapport à B, il vérifie exactement les mêmes égalités de longueur,...Vous n'avez pas une autre idée ? V, tu n'as pas une autre idée ? N non plus ?
N : non pas vraiment,....c'est vrai ça ?
Pr: AB /AE = AC /AD oui
N : on peut penser à dire
Pr: et dans tout ce que vous connaissez en géométrie, où est-ce qu'il est question de milieux et de parallèles ?
M : de milieux et de parallèles, ben
Pr: ça peut vous donner des idées, effectivement il y a Thalès mais il y a d'autres endroits

N : *dans les parallélogrammes, ah les parallélogrammes, avec les parallélogrammes on peut pas faire quelque chose ?*
M : je sais pas, j'aime pas ce micro, ça m'énerve
N : on est des nuls
M : c'est inintéressant
N : *mais Thalès*
M : non
V : **mais de toutes manières on peut pas l'utiliser**
M : j'ai envie d'arrêter ce micro
N : bon, bon, bon, mmmm j'ai une idée, euh...
M : bon, bon, bon

HS

N : j'ai une idée
M : vas-y
N : CD non attends je me suis plantée quelque part ..... BD par CD ouais ben alors là je m'excuse de vous décevoir mais l'idée ne marche pas
V : ben la réciproque de Thalès c'est pas compliqué à énoncer
M : je sais pas, je m'en souviens pas
V : Thalès, c'est bien que si on a deux droites parallèles et des machins qui les coupent alors on a ça bon ben là on dit le contraire
M : mais tu sais pas si ces trois là ils sont alignés
V : mais justement c'est le but de la réciproque, non ?
M : je sais pas
V : BE parallèle à CD alors ABC .... AI .... je sais pas c'est ça ou c'est peut-être pas ça on a tout sauf A, I, J alignés
N : **on a tout sauf ce qu'il faut**
V : **ouais**
N : c'est ça qui est bien
M : AB sur AC, AI sur AJ ouais, mais quand tu dis AI sur AJ tu as A, I, J alignés mais tu ne le sais pas
V : non
M : ah, si
V : si tu pars de ça
M : ça te fera un dessin comme ça, t'aurais..., c'est obligé
V : non je ne sais pas
M : mais moi je suis parti de AB/AC = AE/AD ça tu as le droit de le dire
N : je vais refaire un dessin, où il est mon crayon ?
V : je dis pas qu'on l'a dans ce cas-là, je dis que
M : c'est moi qui l'ai, tu en as besoin ?
N : je refais le dessin
V : ça c'est la réciproque de Thalès, j'ai jamais prétendu résoudre le truc
M : tu sais que (BE) est parallèle à (CD)... tu dis (AB) parallèle à (AD)
V : ouais
M : tu as le droit de dire ça ensuite tu dis J c'est le milieu de [CD] donc (AJ) c'est la médiatrice du triangle ADC tu dis soit I_1 l'intersection de la médiatrice, non médiane, AJ et de BE
V : attends
M : tu supposes I_1 l'intersection de (AJ) et (BE) et **tu vas essayer de montrer $I_1 = I$** enfin c'est pas clair mais bon

V : si, si tout à fait c'est clair mais bon
N : c'est clair mais je comprends pas
M : **<u>il faut montrer que I_1 = I</u>**
M : ouais si j'ai trouvé regarde
V : *<u>tout à l'heure on a parlé de la réciproque de Thalès, ça veut peut-être dire qu'on peut l'utiliser... t'en as parlé, elle a dit moi tout ça ça peut peut-être marcher</u>*

Pr; alors d'autres idées ?
M ; (BE) parallèle à (CD)
Pr; oui
M ; donc AB/AC = AE/AD
Pr; oui
M ; ensuite dans le triangle ACD je prends la médiane (AJ) et je suppose par exemple I_1 l'intersection de (AJ) et (BE)
Pr; oui
M ; et je vais essayer de montrer que I_1 = I donc A, I, J alignés
Pr; c'est un bon projet
M ; une fois que j'ai dit (AJ) est la médiane il faut essayer de trouver des autres rapports entre euh on peut dire par exemple I_1 là on va dire que AE/I_1E est égal à ....non ...
Pr; oui
M ; je vais voir
Pr; c'est effectivement une piste qui peut marcher, D'accord V ?

V : oui mais I_1 tu l'as entendu là-bas
M : non je te jure, <u>j'ai pris ça au hasard</u>
V : ouais, ouais
N : mais c'est dur ce qu'elle a dit
M : de quoi ? C'est dur
N : **<u>ce que tu dis après, tu dis il reste plus qu'à démontrer que I_1 c'est égal à I</u>**
V : ouais

HS

V : attends que je recopie
M : ah, non
V : j'ai pas dit que c'était dur
M : ...(inaudible)... à prouver
N : il a pompé, je l'avais marqué là
M : tu as dit que je l'avais entendu à côté .... attends je continue dans ma lancée alors euh ....
V : la médiatrice ?
M : non la médiane
V : ah bon
M : ah ouais, je confonds médiane et médiatrice
N : je crois que j'ai une idée
V : intersection (AI)
M : I c'est égal c'est l'ensemble
V : ah ouais d'accord
M : AJ .... bon alors

Pr; alors ?
M ; non ça n'a pas progressé, je vois pas les rapports qu'on peut écrire à partir de ça et ça

Pr: si, on peut s'en sortir comme ça
M : bon alors
N : madame ?
Pr: oui ?
N : on peut dire que (AJ) c'est la médiane de ACD et que toute droite qui coupe et parallèle à (CD) a pour milieu l'intersection avec
Pr: c'est ça qu'il faut démontrer, c'est une simplification de notre problème, si tu veux, ça revient à démontrer ça, fais ce que tu dis une figure simplifiée car pour l'instant ce que vous cherchez à montrer c'est que A, I, J sont alignés, pour l'instant vous ne vous occupez pas de Q vous pouvez extraire une figure plus simple de la figure de l'exercice tu comprends ? ça peut vous aider

N : no comprendo, on peut déjà dire que le triangle ABE c'est euh il est translaté de ACD
M : attends AB on peut dire que AD

HS (... si tu as envie de te défouler tu vas ailleurs, bon la prochaine fois ils le prennent ....)

N : sérieusement faut qu'on trouve, ça m'énerve, en 3° j'ai fait plus, moins, plus dur
M : ça va

HS

V : on essaye quand même de le finir

HS

V : eh ben, attendez j'ai une idée là
M : géniale vas-y
V : non, bon je me tais
M : explique
V : non mais c'est pas sûr du tout, non ça m'étonnerait, laisse-moi réfléchir, je t'appellerai, moi ça me trouble

HS (... c'est les micros, on va les arrêter ...)

V : *on doit pouvoir quand même faire un petit truc, tu as parlé de la médiatrice, de la médiane de ce triangle-là*
M : ouais
V : *on doit pouvoir faire un truc avec la médiane de ce triangle-là*
M : mmmmm
V : qui est la même droite
N : oui c'est ce que je
M : ouais je sais pas
N : comment ça ?
M : *par des rapports* .... ouais ouais **c'est peut-être mieux**
V : mais c'est le même truc que toi mais
M : **non mais c'est mieux parce que tu n'as pas à introduire un autre point. Moi je suis obligé d'introduire un autre et je suis obligé de dire que les deux points sont**
N : chut ils parlent d'homothétie
M : mais qu'est-ce qu'on en a à faire ?

N : moi je suis nulle en géométrie de toutes manières, je ne me suis jamais fait d'illusion
V : *faut falloir raisonner par l'absurde*
N : bon ben ça !
M : *ah ouais c'est possible*
N : *c'est sûr, c'est l'absurde*

HS

M : **tu démontres que (AI) et (AJ) c'est pas la même droite**
V : **ouais, ben si c'est la même droite**
M : **non mais tu démontres, tu arrives à une absurdité et puis c'est bon**
N : et comment tu fais ?
V : c'est là que l'autre truc il doit intervenir si on a pas la même droite, attends
M : avec des rapports ... attends, fais un dessin où c'est pas la même droite, et puis tu verras bien ..... hop, hop, hop non

Pr: alors ?
M : non
V : on a fait ça pour le premier triangle on peut aussi le dire pour le second, l'histoire de la médiane
Pr: oui
V : et on voudrait essayer de raisonner par l'absurde en essayant de partir du fait que A, I, J n'étaient pas alignés et arriver à une absurdité
Pr: c'est une méthode de démonstration, est-ce que ici c'est plus commode que ce que vous proposiez avant il ne me semble pas, et toi N tu proposes rien ?.... ça peut probablement marcher il me semble que ça conplique un peu par rapport à ce que M avait dit
M : moi je renonce
Pr: tu as renoncé ?
M : oui
Pr: pourtant on a, en parlant en longueur pour l'instant et puis on verra si on peut améliorer, vous avez dit AB/AC = AE/AD =BE/CD
M : ça je l'ai pas mis mais oui
Pr: vous l'aviez dit plus ou moins, Essayons maintenant de faire intervenir la droite AJ avec le point I_1
M : oui d'accord
Pr: toujours par Thalès on a le même rapport qui est égal à BI_1/CJ , toujours par Thalès on a le même rapport qui est égal à EI_1/DJ
M : mmmmm
Pr: et alors ?
M : BI = IE
V : comme ça est égal à ça
Pr: voilà et donc
V : on a fini
Pr: tu as suivi N ?
N : la fin pas trop
Pr: vous lui expliquez
M : oui, d'accord
N : d'accord

M : si je m'en souviens bien AB/AC = AE/AD au départ et c'est égal aussi à IB, c'est ça qu'elle a dit ? ... IB/CJ c'est pas ça ?
V : je sais pas si c'est égal

N : hum, hum
V : c'est possible mais je sais pas .
M : allez, vas-y
V : j'en sais rien
M : ou alors attends
V : ben non on n'a pas besoin de passer par là. Par Thalès BI_1/CJ est égal à I_1E/JD d'accord ?... ben oui ou non ?.... donc comme J est le milieu de [CD] non, non attends j'ai oublié une étape là, je me souviens plus bien ... ça sur ça ben si
N : bon attends j'écris ça on a BI_1
M : bon
.....
V : ben ça y est c'est tout
N : ah ouais d'accord, ça y est j'ai compris, alors

.....................(le groupe étudie le quatrième point) ......
M : **il y a un problème**
N : quoi ?
M : comment tu fais, ouais ?
V : après ce qu'il faut faire ?
N : ouais
M : tu démontres que Ω appartient à ?
N : vraiment il faut démontrer que Ω est aligné à tout ça
M : tu dis que Ω appartient à (AJ)
N : Ω quoi ?
M : appartient à (AJ) non attends t'oublies ça, ça te fait .... j'ai l'impression qu'on est en retard
N : j'aime bien, faut le démontrer, mais comment le démontrer ?
V : moi aussi
N : non, on est au même niveau qu'eux
M : non ils font la réciproque, attends

> Pr: alors je vous ai laissé sur quelle idée là ?
> V : sur A, I, J alignés
> Pr: oui avec le point I_1, alors ? ça donne quelque chose ? N d'après Thalès $BI'/CJ = I'E/JD$ donc on a .... se trouve sur BE,... oui il manque quelque chose pour que ça soit clair ton histoire, quelqu'un qui arrive et qui lit ça
> N : il prend comme hypothèse I' intersection de ...
> Pr: oui, il faut définir ce que c'est que le point I', et donc celui-là I' on sait qu'il est sur la droite (AJ) comme on montre que I' = I on en déduit que I est sur la droite (AJ)

N : alors maintenant il n'y a plus qu'à faire le reste, tu te rends compte 45 minutes pour cette merveille
V : on est bête, puis c'est tout
N : quoi ? qui est une bête ?
V : j'ai dit on est bête, vas-y M on t'écoute
M : non c'est à N, on a trouvé des trucs tous les deux, maintenant on se repose sur toi
N : je vais pas vous faire défaut
M : *on pourrait passer aux homothéties maintenant, pour changer*
N : eh, alors j'ai trouvé ça euh or et c'est là toute la question
V : qu'est-ce qu'elle nous fait ?
M : je ne sais pas
N : or qu'est-ce qu'on peut en déduire ? .... égale ... je trouve des

trucs, j'espère que la prof va pas venir regarder parce que
M : ah ben oui ben voilà attends tu sais que Ω c'est l'intersection des diagonales, oh ben, non c'est pas sur aussi... tu dis que Ω c'est l'intersection des diagonales, attends ça fait CΩ/ΩE c'est égal à DΩ/ΩB or, or, or, ça sur ça
N : je vous repasse le flambeau

HS

ENONCE : étudier la suite définie par :

$$u_o = 1/2$$
$$\forall\ n \in N,\ u_{n+1} = (1 - u_n)^2$$

N : pour une suite il suffit juste de déterminer sa limite hein c'est vite fait
V : non il faut définir si elle est croissante, tout ça
N : ouais et voir si c'est une suite géométrique ou pas, là je crois pas hein, c'est facile, 1/2, quel que soit, quel que soit ? quoi ? n
V : c'est 1 - u_n le tout au carré, c'est ça ?
N : ouais ... au carré ... *on peut déjà calculer u_{n+1} - u_n ....* ça fait ...

HS

V : et ça nous donne rien du tout
M : ouais
N : *ouais je crois qu'il vaut mieux faire*
M : *non, normalement,*
N : *u_{n+1} divisé par u_n, non ?*
M : ben non parce que tu sais pas si c'est positif, si elle est strictement positive, ben si elle est à chaque fois positive
N : on essaye les deux, on rend aujourd'hui ou pas ?
V : c'est encore pire
M : non non je pense pas
N : sur u_n égale
M : attention si tu fais la division je sais pas si
N : moins deux plus u_n
M : ça reviendra au même
V : eh, mais c'est qu'elle est
N : ça tend vers l'infini
V : elle est .... non, non, non
M : comment tu peux ? elle est, quoi ?
V : attends je sais pas, 1 moins 1/4 ?
M : 1 moins 1/4 ?
V : 3/4
N : pourquoi 1 moins 1/4 ? ah !
M : non je ne crois pas que ce soit
V : je crois que c'est euh
N : c'est croissant et ça converge
V : c'est bizarre comme truc
N : je trouve que ça converge vers 1
V : 16 moins 9 ?
N : 7
V : 5, 7 oh là !
N : 7/16 au carré
M : 164, bon je crois
V : essaie, ça nous dit vachement beaucoup
M : non ça doit pas être 164

V : 256
M : ouais, je me disais ça
N : donc c'est décroissant
V : mais non
M : 164, 14 ou 15
V : apparemment c'est décroissant
N : m.....
M : bon ..... *en attendant ce qu'il faut faire c'est calculer Δ*
V : quel Δ ?
M : ça fait 9 moins
V : ah ouais
M : 4, c'est égal à 5, ça fait racine de 5 au carré, on cherche les racines, tu vois si c'est inférieur
V : ben non c'est bizarre
M : au premier terme ..... les racines
V : mais, ... non rien, ... c'est égal
M : fais voir la machine
V : mais ouais il y en a une qui marche
M : euh ..... ouais il y en a une qui est négative, attends 3 moins 5 moins 1, non elle sont toutes les deux positives, il y en a une qui est inférieure
V : ouais mais
M : 1/2
V : celle-là on s'en moque
M : ben si justement
V : ben non ... on s'en moque de celle-là
M : parce que entre
V : ah ben non pourquoi on s'en moquerait de celle-là
M : 1/2, il est situé entre les deux racines, donc euh
V : **donc ça nous avance à rien**
M : euh, euh, si si si si, 1/2 est situé entre les deux racines, donc elle est négative entre ses deux racines et comme 1/2 appartient à
N : bon
M : qu'est-ce que tu fais ?
N : un tableau
M : un tableau, ah, ah, un tableau pour ça ! eh !
N : exactement
M : mais tu sais que c'est négatif à l'intérieur des racines et positif à l'extérieur et 1/2 est situé entre les deux racines
N : non mais je m'en rappelle jamais
M : du signe de a, du signe de a à l'extérieur des racines
V : c'est négatif tu es sûr ?
M : et du signe de -a
N : -3, ... c'est négatif, donc là c'est positif
M : 1/2 est situé entre les deux racines, 1/2 là, facile parce que regarde u_1 c'est égal à ....
N : ça veut dire que ça c'est négatif
M : eh, 1 moins u_1, u_1 c'est égal à 1 moins 1/2 ça fait 1/4 ouais donc elle est décroissante, c'est une suite décroissante puisque le premier terme est entre les deux racines et après ils sont tous entre les deux racines, donc elle est décroissante
N : d'où tu déduis qu'ils sont tous entre les deux racines ?
M : bon
V : alors comment on fait ?

M : je sais pas, je sais pas
N : ça fait .... on a
M : moi je dis que comme le premier terme est dans .... on l'appelle, on appelle la prof
N : t'excite pas sur ma calculette
M : t'as une idée N non ? t'as une idée V ? j'ai pas d'idée, on appelle la prof , madame ?

V : on a trouvé deux racines, on a fait $u_{n+1} - u_n$, on a ça bon, on a deux racines, on sait pas quoi faire
M : moi je sais pas, je sais pas mais je dis que le premier terme il est entre les deux racines et comme entre les deux racines c'est négatif la différence va être négative, la suite elle va être décroissante mais je sais pas si c'est juste
Pr: tu as le premier terme donc qu'est-ce que tu peux en conclure ?
M : ben que
Pr: il est entre les racines
M : du premier terme au deuxième terme elle va être décroissante
Pr: ouais, c'est à dire que u_1 est plus petit que u_0
M : voilà
Pr: et puis après ?
M : et ben si ... on fait un raisonnement par récurrence non ? pour montrer qu'elle est tout le temps décroissante puisque si il est plus petit que, ah mais il est peut-être plus petit que 0,38
Pr: voilà il va être à l'extérieur des racines
M : donc ....
Pr: donc ça c'est un peu embêtant parce qu'il faudrait savoir ce qui se passe pour chaque u_n, si on arrivait à montrer que chaque u_n est compris entre les racines alors elle serait décroissante, est-ce que c'est possible de démontrer ça, est-ce que même c'est ...... intéressant ?
M : de démontrer quoi ?
Pr: que chaque u_n est entre les racines ..... je vois là que vous avez calculé les quatre premiers termes ça donne une idée, ça vous a rien inspiré ?
V : ben que c'était décroissant
Pr: ah bon ?
V : non
N : non c'est croissant
V : non, non c'est euh
M : parce que après ça passe en dessous de 0,38
N : non mais
M : après au bout d'un certain
V : là ça diminue, après ça remonte, après euh
N : c'est alterné
M : mais le dernier terme u_3, d'après son calcul c'est en dessous de 0,38
Pr: en dessous de 0,38 ça veut dire que u_4 va être plus grand
M : mmmm, oui enfin

N : eh à mon avis c'est pas une suite monotone hein
V : non, non, ben non parce que
N : elle croît
V : 1/2 c'est plus petit que 1/4 après 9/16 c'est plus petit que
M : attends
V : que 1/4
N : donc c'est pour ça qu'on n'arrive pas à voir si c'est croissant ou décroissant
V : <u>eh ben je sais faut faire intervenir la fonction</u>
M : ouais je sais attends

V : alors
M : **tu dis, tu supposes que tu as une limite**
V : f de x égale 1
M : ouais, voilà c'est ça
V : moins x au carré, **bon faut chercher si cette fonction est croissante ou décroissante**
N : **ben faut calculer la dérivée**
V : ouais
M : ben je sais pas moi je, attends je vais essayer autre chose
V : moins 1 facteur de 1 + x , oui ça fait moins 2 x moins 2 eh oui
N : il faut juste voir sur $[0, +\infty[$
V : alors ..... non sur $[u_o, +\infty[$, ah non
N : $[0, +\infty[$
V : et pourquoi $[0, +\infty[$?
N : ah ouais, non, non
V : sur tout
N : ouais, ouais, parce que ..... c'est égal à 0
M : eh la limite j'ai l'impression que c'est 3 + √5 sur 2, non - √5 sur 2
N : **et ça prouve rien, donc finalement ça sert à rien**
M : attends là j'ai pas compris, il y a un signe moins et ça croît
N (rit)
V : c'est un nouveau théorème de N.
M : ces genres de bêtises en interro ça fait mal, des fois ça arrive ça, bon
N : je sais pas moi, mais tu as fait pire
M : ouais je sais
N : la fois où tu t'étais planté, t'avais pas vu qu'il y avait
M : dans quoi ? en interro ?
N : oui tu m'avais dit qu'il y avait un truc avec des n, gnagnagna
M : ouais j'avais cherché pendant une heure, ... ouais moi j'ai dit, je sais pas si c'est bon, j'ai supposé qu'elle était
N : eh on peut en déduire que déjà elle est positive
M : non mais regarde moi je suis parti de
N : tout terme de la suite est positif
V : ça y est moi j'ai trouvé
N : alors vas-y explique
V : **bon alors attends c'est un truc que Ma. m'a expliqué, attends que je me rappelle, alors bon on calcule la dérivée de la fonction**
M : ouais
V : jusqu'à bon pour x = 1, la dérivée est négative donc la fonction est décroissante
M : mmmm
V : comme u_o = 1/2 au départ on est dans cet intervalle où la fonction est décroissante
M : ouais
V : tu dis tu prends u_1 et u_1 ça fait, arrête de rire c'est pas drôle, u_1 ça fait 1/4 si tu le calcules
M : ouais
V : donc t'as l'impression que u_o, c'est pas que t'as l'impression, c'est que u_o est supérieur à u_1
M : ouais
V : d'accord ? euh tu dis bon on croit que u_o, on a u_o est supérieur à u_1
M : ouais
V : donc on compose par la fonction puisque

M : ouais
V : u_1 c'est $f(u_o)$
M : comme elle est décroissante
V : ça fait $f(u_o)$ est supérieur à $f(u_1)$
M : non puisqu'elle est décroissante
V : non mais t'as l'impression, faire ça
M : comment ça t'as l'impression ?
V : ben tu composes ! par la fonction bon ça te fait ça
M : mais si elle est décroissante ça va te faire dans l'autre sens
V : ah oui
M : ça va te faire $f(u_o)$
V : attends c'est pas ça alors
M : si j'ai vu dans un exercice corrigé
V : si voilà c'est ça, $f(u_o)$ c'est inférieur à $f(u_1)$, $f(u_o)$ c'est u_1
N : u_1
V : u_1 est inférieur à u_2 donc en partant de u_o plus grand que u_1
N : d'où
V : on arrive à u_1 inférieur à u_2 donc elle est, elle a pas de signe constant elle est ni croissante, ni décroissante, non ? vous avez pas l'air
M : non, si si c'est ça, attends tu dis u_o inférieur à u_1, comme elle est décroissante $f(u_o)$ supérieur à
N : donc elle est pas monotone
M : ouais mais attends, parce que ce que je comprends pas c'est quand tu dis u_o supérieur à u_1 comme elle est décroissante ça fait $f(u_o)$
V : ou alors si tu fais
M : non mais là tu composes deux fois
V : non, non
M : puisque u_1 c'est égal à $f(u_o)$
V : non mais ça on s'en moque .... t'as l'impression qu'au rang 1
N : eh ! mais non il appartient au truc où elle est décroissante
V : ben oui, au rang 1 tu crois que bon on va avoir ça, **après tu peux dire "je suppose que u_n est plus petit que u_{n+1} pour euh tu composes avec f qui est décroissante, il faudrait montrer que quel que soit n u_n est inférieur à 1**
M : u_n ... inférieur
V : **inférieur à 1, faudrait montrer ça parce que comme la fonction on peut pas savoir si on va toujours être dans l'espace où elle est décroissante**
M : mouais ....
V : eh ben quel que soit u_n
N : mais $f(u_1)$ c'est égal à, ça fait, $f(u_o)$ c'est égal à u_1, ben oui !
V : quoi ?
N : $f(u_o)$ c'est égal à u_1 (rire de V.)
M : pourquoi tu ris ?
N : mais c'est vrai
V : oui, c'est vrai
M : ben alors
V : mais ça fait trois quarts d'heure qu'on l'a dit
N : mais non, puisque regarde
M : ce que je comprends pas c'est que tu composes deux fois
V : non une seule fois
M : regarde, tu dis u_o
N : **j'ai l'impression qu'elle fait n'importe quoi**
V : tu dis u_o supérieur à u_1
M : eh ben, et après tu dis comme f est décroissante ça fait $f(u_o)$

inférieur à $f(u_1)$
V : à $f(u_1)$, d'accord et tu remplaces comme $f(u_0)$
N : je comprends pas
V : c'est u_1
M : oui
V : et $f(u_1)$ c'est u_2, ça te fait u_1 inférieur à u_2
M : ah ! OK ouais d'accord, ouais ouais
V : **je sais pas si c'est, si ça suffit, s'il faut le faire au rang n**
M : non, du moment, non à mon avis c'est bon
V : ça suffit
M : du moment que tu as un contre exemple
V : ouais, ouais donc euh
M : enfin .... je sais pas
V : on lui demande si ça suffit ?
M : demande
N : donc t'as u_0 supérieur, d'accord

V ; on a montré qu'elle était rien du tout, on a pris la fonction
Pr; oui
V ; on a composé, mais est-ce que ça suffit de faire au rang 1, de dire que bon u_0 est plus grand que u_1 et u_1 est plus petit que u_2 donc elle est rien du tout ou il faut recommencer au rang n ?
Pr; au rang n parce que là on pourrait penser que peut-être à partir du troisième, la suite est décroissante ça serait intéressant, je vois que vous avez pensé à cette idée, c'est bien vous pouvez trés facilement le faire au rang n
V ; oui mais pour le faire au rang n, il faut montrer que tous les termes sont plus petits que 1
Pr; parce que ?
V ; parce que la fonction la dérivée elle s'annule donc elle change de signe
Pr; oui allez-y

V : c'est bien
M : merci Ma. ..... il est gentil Ma. hein, alors ?...
N : même quand il n'est pas là
V : **bon N, comment on fait pour montrer que tous les u_n sont plus petits que 1 ?**
N : que tous les u_n sont plus petits que 1 ? c'est une excellente question qui va nous être débattue dans une grande conférence ...
M : attends pour l'instant je réfléchis, euh .... euh .... où j'en étais ? ouais
N : il réfléchit, bon alors ça doit être très facile à faire mais très difficile à trouver
V : eh ben, si si je sais !
N : tu vas tout nous faire aujourd'hui
V : je crois que je sais, supposons que u_n soit plus petit que 1, ah oui mais ça va pas marcher parce que si u_n est négatif .....
M : faut le démontrer
V : si si ça y est, on suppose qu'il est plus petit que 1, de toutes manières il sera positif puisque d'après la définition on a un carré,
M : ouais
V : donc il sera
M : il sera, ouais
V : il est compris entre 0 et 1
M : il est toujours plus petit que 1
V : bon avec le machin, u_{n+1}, ça va être compris entre 0 et 1
M : non attends, attends, eh, parce que si jamais, attends bon

V : si ça suffit, donc tous les u_n ... sont inférieurs à 1 donc la fonction sera toujours euh, la fonction qui à x associe $f(x) = (1-x)^2$ sera étudiée sur $]-\infty, 1]$ donc f' est négative, f est strictement décroissante, donc au rang n la propriété est vérifiée,
M : ouais, ouais
N : euh, j'ai pas compris
V : quoi ? pourquoi ils sont tous plus petits que 1 ? ben parce que on suppose qu'il est plus petit que 1, u_n, on va montrer que u_{n+1} il est aussi plus petit que 1, si u_n est plus petit que 1, enfin de toutes façons u_n il sera positif
N : appelle la prof et demande-lui si c'est bon
M : oh oh oh !
V : ben pourquoi ça serait faux ?
N : non, mais ça me paraît fumeux
M : supposons u_n inférieur à 1, u_0, u_n est supérieur à 0, ouais puisque c'est un carré,
V : ça va pas ?
M : si si, seulement pour passer de là à là il faut aller plus loin tu dis
V : ah oui mais là j'ai rien rédigé
M : ouais parce que là ça ferait euh, ça ferait hum moins u_n supérieur à -1, donc $1-u_n$ ouais ça reviendra au même et quand tu élèves au, ouais, ouais c'est ça, attends, donc tous les u_n sont inférieurs à 1
V : **bon après qu'est-ce qu'il faut en faire ?**
M : **ouais ben là c'était pour montrer que euh, si tous les termes sont inférieurs à 1 on peut appliquer ta méthode là sur l'intervalle $]-\infty, 1]$**
V : ouais
M : **donc il faut démontrer au rang n quel que soit n**
V : eh ben ça y est !
M : t'as démontré au rang quel que soit n ?
V : ben oui ! ben comme tous les u_n sont plus petits que 1 on étudie la fonction uniquement sur l'intervalle $]-\infty, 1]$
M : mmm
V : même à la limite même sur $[0, 1]$ on pourrait le faire bon sur cet intervalle la dérivée est négative la fonction est décroissante donc si on prend, si on suppose par exemple comme on a cru le comprendre avant, quand on prend u_n plus petit non plus grand que u_{n+1}
M : ouais
V : on compose par f, ça fait $f(u_n)$ plus petit que $f(u_{n+1})$, comme $f(u_n)$ c'est u_{n+1}, et que $f(u_{n+1})$ c'est u_{n+2}, u_{n+1} inférieur à u_{n+2} donc la fonction, euh la suite n'est pas, est ni croissante, ni décroissante
M : ouais, attends, j'essaye de rédiger, de mettre dans ma tête, de comprendre ..... non mais c'est vrai
V : qu'est-ce qu'on fait maintenant, la limite ? on cherche la limite éventuelle
N : oui
M : non
V : non j'ai pas rédigé alors copie pas ça, c'est n'importe quoi
N : mais ce qu'il y a c'est que tu supposes que u_n est compris entre ça et ça
V : mais non je le suppose pas je l'ai démontré
N : tu as marqué supposons
V : mais non,
M : elle a fait un raisonnement par récurrence
V : voilà je suppose que u_n soit plus petit que 1 alors u_{n+1} est aussi dans

ce cas-là plus petit que 1
M : puisque c'est 1 moins quelque chose de plus petit que 1
V : comme c'est vrai au rang 0 par le principe du raisonnement par récurrence lalalalala
N : attends
V : ça y est maintenant tu sais le refaire
N : non
V : tu te fiches de moi, si moi j'arrive à le faire tu peux y arriver aussi, c'est à ras des pâquerettes
N : c'est pas vrai
M : donc
V : ça y est ?
M : ouais mais qu'est-ce que tu as dit après ? mais euh ouais donc à chaque terme elle change de, ce que je comprends pas c'est qu'à chaque terme elle va changer si par exemple tu as
V : oui
M : u_0 supérieur à u_1
V : u_2 inférieur à u_0, à u_1
M : oui mais tu pourras pas conclure u_0 par rapport à u_1 ? m'enfin de toutes façons
V : vous avez pas votre bouquin là ?
M : eh ! ....
N : on cherche où elle converge
V : ouais
M : elle converge, moi je sais, je sais pas si c'est bon ce que je dis mais j'ai dit .... je suis sûr que c'est bon
V : ben dis-le nous !
M : **enfin j'ai dit, je suis pas sûr, mais j'ai dit euh tu dis euh si u_n admet une limite alors tu remplaces u_n par *l*, tu dis si elle admet une limite *l* alors t'as *l* qui est égal à 1-*l***
V : f(*l*)
M : au carré, donc tu trouves deux valeurs
V : ouais
M : pour *l* une valeur qui est inférieure à 1 donc c'est celle-là et une autre qui est supérieure à 1
V : **ouais mais ça prouve rien aussi**
M : si j'en suis sûr
V : **non, non ça prouve pas**
M : si ! puisque
V : ça prouve pas dans le bouquin ils le disent, il y a un raisonnement comme ça, ils disent ça prouve rien que ....
M : ah bon
V : il y a une méthode pour le prouver mais je me rappelle plus, mais la racine c'est 2
M : dans le bouquin de maths ?
V : ouais, ouais
M : si moi il me semble .... (à un autre groupe) eh les valeurs elles se rapprochent pas de $(3 + \sqrt{5})/2$?
E : non les valeurs de u_n elles vont être, vers la fin ça va être 1, 0, 1, 0 tout le temps
M : ah bon
E : au début ça va faire (inaudible)
F : on collabore comme ça
M : ouais ça fait rien, c'est bien

N : fais voir, qu'est-ce que tu fais ?
V : non, c'est ....
M : la ruse
V : comment on montre qu'une suite converge ?
M : *ben je sais pas on connaît seulement si elle est majorée croissante elle converge, mais comme elle est ni croissante ni décroissante je vois pas comment on va montrer qu'elle converge toudoumdoum*
V : demande s'ils ont le bouquin, ça y est dedans
M : eh, vous avez le bouquin ?
E : non
M : où ça
V : ouais à la dernière
M : je sais pas
V : ils l'ont pas ?
M : non eh (à un autre groupe qui a une machine graphique) t'as
E : la suite
M : non la fonction
E : laquelle ?
M : 1-x au carré ouais fais voir, attends je vais voir, fais la
V : quoi ?
M : non, je voulais savoir, tracer la courbe f(x) est égal à 1-x au carré si elle est .... faire l'intersection avec y = x
V : ben eh M. ! l'intersection ça va être u_o
M : non, non, ouais il paraît que c'est u_o
V : **ben donc c'est qu'il y a pas de limite finalement, donc il faut démontrer que c'est faux**
M : non, je crois pas
N : je vois pas les calculs que vous faites à la calculatrice
V : ça marche pas l'équation
M : non, non ça marche pas puisqu'après les valeurs 0, 1 ça doit être faux .... s'ils prennent 0, 1, 0, 1 .....
V : ben on va lui demander

HS

V ; madame ce qui est un peu bizarre c'est que quand on fait la résolution $l = f(l)$
Pr; oui
V ; on trouve une valeur qui pourrait aller
Pr; oui et une qui convient pas
V ; et on se rappelle plus, apparemment elle convient pas non plus celle-là et on se rappelle plus comment on montre qu'elle ne convient pas
Pr; et celle-là, pourquoi vous avez montré qu'elle ne convient pas ?
V ; parce que on a montré que tous les u_n étaient compris entre 0 et 1
Pr; celle-ci elle est éliminée, et celle-là pourquoi à votre avis elle ne convient pas ?
V ; parce que quand E. a dessiné le truc
Pr; d'accord
M ; ce qu'il faudrait savoir c'est si d'abord elle atteint la valeur 1 ou la valeur 0, ça serait pas intéressant ?
Pr; pourquoi 0 et 1 ? toujours à cause de E.
M ; ouais, voilà pour savoir
Pr; mais vous qui avez calculé les premiers termes
V ; oui
Pr; ça vous inspire rien ? .... alors 1/2, 1/4, 9/16, 49/256
M ; ouais mais c'est difficile à imaginer entre 9/16 et 49/256

Pr; alors la suite elle est ni décroisssante, ni croissante ça vous l'avez démontré et on peut dire mieux que ça
M ; il semble qu'elle tend vers 0 mais après euh comme elle a une expression particulière, après ça fait 0, 1, 0, 1, 0, 1, mais elle tend d'abord vers 0
Pr; d'abord non
V ; pas vraiment
Pr; en même temps, on dira qu'elle n'a pas de limite mais il y a des termes qui s'approchent de 0 et il y a des termes qui s'approchent de 1, ça vous l'avez vu sur sa machine,
M ; je sais pas, il l'a dit
Pr; donc lui il l'a vu ..... alors 1/2 et 1/4, 1/4 il est plus petit que 1/2, après 9/16, c'est combien 9/16 ?
V ; c'est euh ...
M ; c'est irréductible
Pr; hein ?
M ; comment ça ?
Pr; ça vaut combien ?
V ; 0,56
Pr; 0,56 alors
M ; c'est plus petit, c'est plus grand que u_0,
Pr; c'est plus grand que u_0 ? ... et u_3 ?
V ; ça fait 1/5
Pr; à peu près
M ; ouais ça fait 0,19 je crois
Pr; ouais donc ça c'est comment ?
V ; c'est euh, c'est plus petit que u_0
Pr; oui et que ?
V ; et que u_1
Pr; et que u_1, faites un axe et placez les quatre premiers chiffres, les quatre premiers nombres

M : regarde !

HS

N : bon, alors mmm euh
M : bon t'as trouvé quelque chose V ? ah ben non
V : ça fait ça mais bof, bof
M : ouais
V : <u>on aurait peut-être dû la dessiner la fonction</u>
M : <u>ouais je crois</u>
V : bon pour x = 0, c'est égal à 1
M : attends je crois
V : pour x = 1, y = 0
M : ah ouais ouais je sais maintenant
V : pour x = 1/2,
M : regarde, (à un autre groupe) eh fais voir le dessin des deux fonctions, eh j'ai l'impression que ça fait ça, ah ben non ça marche pas
N : ah zut
M : qu'est-ce qu'il y a ?
N : bon c'est pas grave
M : tout ça pour un petit exercice
V : ouais quand tu vois ça "étudier la suite machin" tu te dis bon j'en ai pour trois secondes
M : je préfèrerais encore les tétraèdres de l'autre jour

HS

E : vous croyez pas qu'on est enregistré là !
V : c'est rigolo
N : u_1 c'est 1/2 ....
V : ça se rapproche tantôt vachement de 1, tantôt vachement de 0
M : ouais c'est ça
V : 1, 3, 5
N : c'est quoi 3, 0,56 ? ça monte ça descend ça monte ça descend c'est pas une vie tout ça
V : bien ah zut,
M : moi j'aimerais bien aborder le deuxième, il a l'air bien
V : non on commence ensemble
N : bon il nous reste plus qu'à montrer qu'il n'a pas de limite et puis voilà
V : allez vas-y nous t'attendons
N : de pied ferme, bon allez moi je vais m'amuser à calculer u_5
V : si on avait eu le bouquin on aurait fini depuis une demi-heure
M : ouais
N : pour quoi ,
M : il reste plus qu'à demander à
N : pourquoi le bouquin ? qu'est-ce qu'il a le bouquin ?
V : (à un autre groupe) vous avez pas le bouquin ? de maths .... ils ont réussi là-bas ?
M : ah non

HS

V : comment on montre qu'elle n'a pas de limite ?
M : il est devant moi le micro, j'ai toujours un micro à moi tout seul
V : ça s'approche de 1, une fois ça s'approche de 1, une fois ça s'approche de 0
N : virgule 17, c'est bien ça il se rapproche de plus en plus de 0, il se rapproche de plus en plus de 1
M : si chaque tétraèdre ... (énoncé du deuxième exercice de la feuille)
N : donc ça fait u_4, 0,65
M : **mais comment tu fais ton petit dessin là ? j'ai pas compris eh ! V, comment tu fais ça ? j'ai rien compris**
N : mais c'est pas vrai !
V : tu traces
M : x = y ouais, la fonction
V : la fonction
M : j'ai essayé de le faire mais j'ai pas pu
V : tu pars de u_0
M : ouais
V : tu montes jusqu'à la fonction
M : ouais
V : bon son ordonnée ça va être u_1, bon pour avoir u_1 sur cet axe-là tu rebondis sur la fonction y = x
M : ah oui d'accord
V : après tu remontes là, u_2, tu rebondis
M : ah oui OK
V : normalement il faut pas faire les autres petits traits comme moi je me mélange les pinceaux

M : quels autres petits traits ?
N : qu'est-ce que tu as dit ? V recommence
V : ben la prof elle le fait, par exemple elle fait ça
M : c'était avec Ma ?

HS

V : et elle va pas jusque-là normalement
M : ah ouais non mais d'accord, alors ce que tu fais, tu traces le premier terme tu le mets, tu le mets sur, tu prolonges sur la courbe, ensuite c'est pas bête, et comme ça ça te permet de voir
V : **ouais, ça te permet de voir mais ça prouve rien**
M : <u>ouais, mais ça peut donner des idées</u>
N : <u>c'est ça l'avantage</u>
V : ouais mais vas-y
M : ben attends je cherche
N : j'ai un mal de tête épouvantable !
M : eh on a physique après ?

HS

V : **<u>dans le bouquin il y avait un exemple d'une suite comme ça et il y avait une limite en faisant la fonction, avec *l* = f(*l*)</u>**
M : je regarde jamais dans le bouquin
V : avant je regardais pas, et puis Ma. m'a dit de réviser sur le bouquin, alors ! c'est bon parce que moi j'y avais jamais pensé
M : il révise sur le bouquin ? il donne des bonnes idées Ma. !
V : <u>ouais, il y avait un exemple comme ça et en fait par une démonstration savante on montrait qu'en fait la suite elle était divergente comme ce qu'on a là</u>

HS

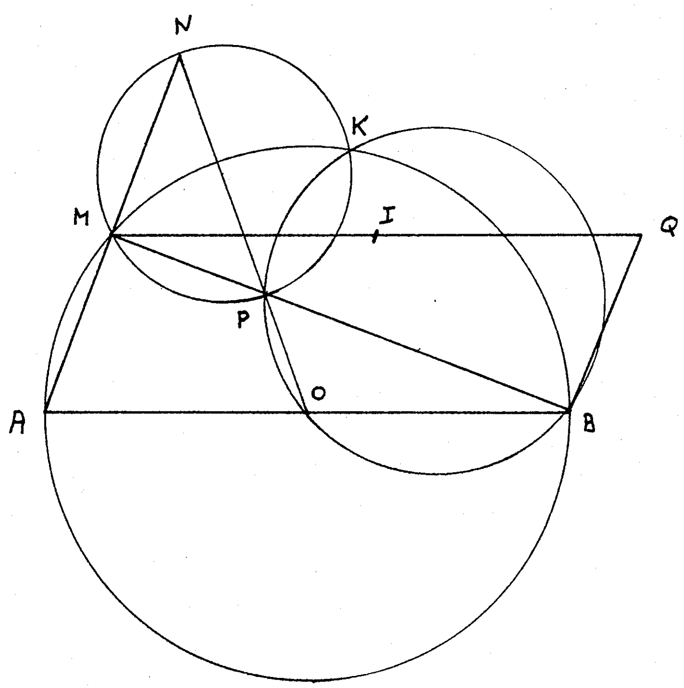
N : eh ! la prof elle va écouter
V : (doucement) madame !
M : c'est quoi ?

> V : on est bloqué sur le truc, on a fait le dessin,
> M : ça fait la dixième fois, on commence à douter de nous
> Pr: je suis là pour ça
> V : on a le dessin
> Pr: oui il est superbe oui
> V : une fois ça va vers 1, une fois ça va vers 0
> Pr: mmmm
> V : mais euh
> Pr: lesquels vont vers 1, et lesquels vont vers 0 ?
> N : les impairs vont vers 0 et les pairs vont vers 1
> Pr: voilà c'est quelque chose comme ça ...., et donc qu'est-ce qu'il reste à montrer ?
> N : ben euh
> V : montrer que le nombre qu'on a trouvé correspond pas
> N : il y a deux limites
> Pr: moui, donc il n'y en a pas mais bon, oui mais bon il y a des termes qui s'approchent de 0 et des termes qui s'approchent de 1, donc qu'est-ce qu'on peut faire ?
> N : mais ce qu'il y a c'est qu'on peut pas raisonner en +∞ avec les premiers termes

Pr: non mais ça peut donner des idées ..... effectivement tu as la bonne idée de dire que les impairs se rapprochent de 0, vous allez montrer que la sous-suite, on considère pas la suite elle-même, mais on prend juste les termes impairs, décroît vers 0, tu comprends ?
N : moui
Pr: et la sous-suite des termes pairs croît vers 1
N : on est obligé de faire comme ça ?
Pr: ben tu le démontres oui
N : c'est ça le problème
Pr: et la conclusion ça sera que la suite elle a pas de limite
N : mais le problème c'est de démontrer
Pr: oui, montrez par exemple que les impairs décroissent vers 0, ... et après elle aura pas de limite parce que si elle en avait une les termes pairs tendraient vers cette limite et les termes impairs aussi donc ils auraient la même limite ce qui n'est pas le cas
N : mais pourquoi ? je comprends pas pourquoi les termes pairs tendent vers 0
Pr: non, les impairs
N : oui, les impairs
Pr: mais c'est toi qui me l'as dit, d'après les premiers
N : oui parce que j'ai remarqué, mais pourquoi ?
Pr: et maintenant tu le montres
N : oui mais pourquoi ?
Pr: c'est comme ça, c'est lié quand tu fais le dessin c'est lié à la courbe, à la forme de la courbe
V : mais comment on peut le montrer ça ?
Pr: que la suite est décroissante ? ...... eh bien essayez d'exprimer $u_{n+2} - u_n$ en fonction de $u_n - u_{n-2}$, essayez de faire ça

M : ah ouais OK, en fonction de u_n, attends en fonction de , elle a dit en fonction de quoi ? u_n et
V : de u_n et u_{n-2}
M : pourquoi pas seulement u_n ?
V : eh ben euh parce que on va sûrement avoir un rapport comme ça
V : u_{n+2} c'est u_n au carré des fois ? enfin je sais pas, pourquoi elle nous a dit de le faire en fonction de u_n et de u_{n-2} parce que en fonction de u_n ça nous donnerait u_n au carré, c'est toujours positif donc la sous-suite euh tous les termes pairs est croissante
M : fais voir .... eh u_{n+1} c'est $1-u_n$ le tout au carré
V : mmmm
M : regarde tu t'es trompée là, u_{n+2} c'est égal à $1-u_{n+1}$ au carré et u_{n+1} c'est égal à $1-u_n$ au carré là tu as mis

ENONCE (donné au bac) :
Soit C le cercle de centre O et de rayon R (R>O), et soit A et B deux points diamètralement opposés sur C.
1°) Pour tout point M de C, distinct de A et B , on construit le point Q tel que MABQ soit un parallélogramme. Déterminer l'ensemble décrit par le milieu I du segment [MQ] puis par le centre de gravité G du triangle BQM lorsque M décrit C privé de A et B.
2°) On note N le symétrique de A par rapport à M et P le point d'intersection des droites (ON) et (BM). Quel rôle joue P relativement au triangle ANB ?
Trouver une homothétie de centre B transformant M en P et déterminer l'ensemble décrit par le point P lorsque M décrit C privé de A et B.
3°) On considère les cercles circonscrits aux triangles OBP et MNP.
a) Pourquoi ces cercles ne sont-ils pas tangents ?
b) On note K l'autre point commun à ces deux cercles. En utilisant des angles orientés de vecteurs dont les mesures sont respectivement égales, modulo Π, à celles de $(\overrightarrow{KB}, \overrightarrow{KP})$ et $(\overrightarrow{KP}, \overrightarrow{KM})$, montrer que les points K, A, B, M sont cocycliques.



HS

V : il faut le rédiger aujourd'hui ?
M : non je ne crois pas
N : V. t'as une règle ?
M : bon alors MABQ ... apparemment Q n'est pas sur le cercle euh ... or .... le milieu
V : tu as pas mon crayon ?
M : tu as trouvé quelque chose ?

......
V : eh ben je sais pas
N : à mon avis ça fait un espèce de truc comme ça
M : ouais .... c'est quoi ?
V : tu trouves quelque chose ?
M : non, G le centre de gravité
......
V : ça fait un ....
M : ça fait encore un cercle
V : parce que moi
M : mais
N : donc il se déduit par une translation de vecteur AO
M : de quel centre ? ... de centre ...

> Pr (à tous les groupes): bon ! quand vous vous êtes mis tous d'accord sur un résultat vous m'appelez.

M : de quel centre ?.... ah non, non, non mais un cercle de centre
N : c'est B puisque c'est une translation de vecteur $\vec{AO}$, on prend le point O ça fait B
M : <u>et comment tu prouves que c'est une translation de vecteur $\vec{AO}$?</u>
N : parce que, I milieu de [MQ], $\vec{MQ} = \vec{AB}$ donc $\vec{MI} = \vec{AO}$
M : O milieu de [AB] comment on le sait ?
N : c'est le centre
V : j'ai rien compris
M : moi non plus, enfin je vois pas, c'est une translation
V : si c'est vrai ce qu'elle dit
M : ah oui, si, si I c'est l'image de M par la translation de vecteur AO
N : mm alors ça ça donne ça et si je fais ça ça donne
M : ouais, ouais
V : on demande si c'est bien ça
N : donc on peut toujours l'écrire déjà
V : tu dis ça de centre B, de rayon R ?
N : mmm ... ouais de centre B

> N : .... madame ? alors on a trouvé que c'était un cercle de centre B et de rayon R
> Pr: oui, pourquoi ?
> N : parce que tout point I est obtenu par une translation d'un point du cercle avec un vecteur AO
> Pr: d'accord avec le vecteur AO, c'est un vecteur fixe

N : on a l'air tous endormis là .... là je pense ça va être plus dur " l'ensemble décrit par le centre de gravité G du triangle BQM " .... donc on a B égale ...
V : tu me prêtes ton compas
N : ça y est, j'ai vecteur $\vec{GB}$ égale 1/3 de vecteur $\vec{IB}$, hein, ouh, ouh, comme $\vec{IB} = \vec{MO}$ on a $\vec{MO}$
M : tu dis un tiers de quoi ? de $\vec{AB}$?
N : $\vec{GB}$ il se situe par là ...... P
V : le centre de gravité ?
M : c'est l'intersection des médianes je crois
N : ouais, ah je me suis trompée, $\vec{IG} = 1/3\ \vec{IB}$

HS

N : alors ... vers là pour çà il est où ? il est ... je me suis trompée quelque part ... M puis B ... ah non
V : à mon avis il fait un cercle autour de O
M : ouais, non autour de B
V : autour de O
N : moi je trouve un petit truc comme ça, ça a l'air d'être comme ça à mon avis ouais ça serait un cercle de centre B
M : 1/3 si on prend
N : 2/3 de R
M : ouais voilà
N : et maintenant vas-y pour l'expliquer .... alors $\overrightarrow{IB}$

HS

M : bon
N : $\overrightarrow{IB} = 1/3\ \overrightarrow{IO}$, ... HS ... , 1/3, ça serait donc une translation ah, là, là
M : ah ouais, regarde, c'est une translation de vecteur MO, regarde O est le milieu de [AB], I est le milieu de [MQ]
N : de vecteur $\overrightarrow{MO}$
M : et donc (BI) est parallèle à (MO)
V : qu'est-ce que tu racontes ? de $\overrightarrow{MO}$, de quels points, les points du cercle ?
M : G il s'obtient à partir de I par une translation de vecteur 1/3 de $\overrightarrow{MO}$, ah ben non, ouais mais enfin je sais pas, un truc comme ça
N : ouais c'est ce que j'ai marqué depuis tout à l'heure
M : ah bon, excuse-moi

HS

N : attends $\overrightarrow{MI}$ varie aussi

HS

N : bon tu vois $\overrightarrow{MI}$, le vecteur il varie

HS

N : **mais écoutez faut pas faire avec les translations, $\overrightarrow{MO}$, le vecteur il varie ....** je vais faire la gueule parce que V. ne comprend pas, toi tu comprends
V : merci bien
N : le vecteur $\overrightarrow{MO}$ il change à chaque fois que tu changes de M
M : oui
N : par contre un tiers de $\overrightarrow{MO}$ c'est toujours pareil puisque $\overrightarrow{MI}$ est constant, donc il faut dire
M : c'est l'image du point I par la translation de 1/3 de $\overrightarrow{MO}$
N : non, je sais pas
M : puisque on a (BF) parallèle
N : je vois ... ouais c'est ça mais je me demande si on peut pas le dire autrement
M : bon je vois pas comment
N : *avec les homothéties*
M : *ben*

N : _une homothétie de centre B, de rapport je sais pas trop quoi_
M : ouais mais le rapport il changera à chaque fois
V : mais pourquoi ?
M : non attends ... ben non ... ben si peut-être c'est l'image du point I par ...
V : du point I ?
N : ou alors ça serait une translation de vecteur $\vec{AO}$ +1/3$\vec{AO}$, de vecteur 4/3$\vec{AO}$
M : non
N : voilà
M : **non, si tu veux le dire avec une homothétie c'est une homothétie de centre B qui, ... I a pour image G donc par l'homothétie**
N : **non, non**
M : **de centre B et de rapport -1/3**
N : donc G est l'image de I
M : donc G est l'image de I par l'homothétie de centre B et de rapport
V : (inaudible)
M : mais ça c'est
N : alors I donne G et B donne B ?
V : ben oui puisque c'est le centre
N : c'est le centre et donc on aurait
M : ah, mais c'est bon
V : le rapport c'est quoi alors ?
M : ben -1/3 si tu dis que G est l'image de I
N : cercle de centre B de rayon alors on remplace ... de rayon
M : ou 2/3 .... c'est 2/3
N : 2/3 de $\vec{AO}$ ... 2/3 de f quoi
M : 2/3 de
V : quoi ?
N : de R
V : de R ?
M : non 3/2
N : 3/2 ! qu'est-ce que tu racontes ?
M : ouais

HS

N : privé des points A et B ça veut dire qu'on doit retirer A et B donc c'est le cercle moins ce point-là et ce point-là
V : mais réfléchis... si tu prends A et B le triangle il est aplati donc voilà ça
N : mais l'ensemble des points c'est le cercle moins ça et ça
V : mais non
N : tu prends pas A et B
V : ouais
N : leurs images n'existent pas par la translation, euh l'homothétie
N : bon, madame ? pourquoi c'est toujours moi qui l'appelle ?
M : ben c'est toi qui trouves tout le temps

N : alors on a trouvé que c'est un cercle de centre B
Pr: oui
N : et de rayon 2/3 de R
Pr: pourquoi ?
N : parce que on a vu qu'il y avait une homothétie

Pr: oui
N : de centre B qui transforme I en G
Pr: je suis d'accord de centre B et de rapport, je vois
N : de rapport 1/3
Pr: ah non pas 1/3
N : 3
Pr: non plus, qu'est-ce que vous en pensez ?
M : 2/3
V : 2/3
Pr: ben oui, tu as mis là de rayon 2/3
N : je sais pas ce que j'ai fait
Pr: ah non, ... c'est 1/3 de IG mais quand tu prends l'homothétie de centre B qu'est-ce qu'il faut écrire comme égalité vectorielle ?
N : ben on fait $\vec{IB} = k\ \vec{BG}$, ah oui d'accord
Pr: c'est plutôt vecteur $\vec{BI}$
N : ouais d'accord

M : deuxième question "on note N le symétrique de A"
N : **<u>ouais on aurait mieux fait de prendre l'homothétie qui transforme G en I comme ça on aurait tout de suite le rapport</u>**
M : non qui transforme
N : si parce que là sinon tu as 3/2 ça fait $\vec{BG} = 2/3\vec{BI}$
M : ben oui
N : c'est mieux comme ça, G en I
M : non quand tu dis $\vec{BG} = 2/3\vec{BI}$ ça veut dire que G c'est l'image de I, si tu dis que $\vec{BG} = 2/3$ ....
N : c'est pas
M : non mais c'est bon, c'est bon tu laisses comme ça, c'est 2/3
N : oui d'accord
M : soit N le symétrique ... (ON) et (BM) ... c'est le point P
N : ensuite on note N le symétrique de A par rapport
M : ah ouais c'est le centre de gravité
V : ça y est tu as trouvé quelque chose ?

HS

M : attends, j'ai dû faire un truc particulier parce que je trouve que mon triangle il est isocèle alors
N : à mon avis aussi

HS

N : tu ferais mieux d'essayer de trouver la solution
V : ça va N. c'est pas parce que exceptionnellement aujourd'hui tu nous éblouis

HS

M : N alors c'est le symétrique de ... eh ben c'est facile c'est le centre de gravité du triangle ANB, moi je dis que c'est ça
N : <u>ouais c'est ça, ça se voit sur mon dessin, ouais faut peut-être essayer de démontrer aussi</u>
M : O milieu de [AB] et tu as M milieu de [NA] donc, et (BN) et (MO) sont les médiatrices leur point d'intersection c'est P

N : là tu vas un peu vite
V : attends
M : les médianes, tu as O milieu de [AB], t'as M qui est le milieu de [AN]
N : mmm
V : mmm
M : t'as (ON) et (BM) qui sont les médianes, elles se coupent
V : ben oui
M : ensuite
N : c'est quoi les médianes ? (BM) et ?
M : (BM) et (NO) ... trouver une homothétie de centre B transformant M en P, de centre B transformant M en P, qui transforme ben c'est la même homothétie que tout à l'heure hein, c'est h(B,2/3), non ?
N : c'est les médianes pas les médiatrices
M : ouais
V : c'est la même que tout à l'heure ?
M : de quoi?
V : l'homothétie c'est la même, pourquoi ?
M : ben parce que t'as P qu'est le centre de gravité de ABM
V : mmm
M : donc euh, avec des barycentres, des machins comme ça tu montres que euh .... $\overrightarrow{BP} = 2/3\overrightarrow{BM}$
V : mmm
M : et on te demande l'homothétie qui transforme M en P donc c'est 2/3
V : d'accord
M : c'est un peu la même question que
N : $\overrightarrow{BM}$ ..... ah ouais
V : c'est le cercle de centre B
M : attends j'ai un doute là
N : $\overrightarrow{BM}$
M : j'ai un doute j'ai l'impression que je me suis planté
N : qu'est-ce qu'il y a ? ... si si c'est ça
M : mais quand on te demande ce que ça décrit l'ensemble des points P
M : mais non 2/3 $\overrightarrow{AB}$ c'est 2/3 $\overrightarrow{AB}$ c'est pas 2/3 de
N : ben si
M : ça fait 4/3 de R ça
V : non
N : non je ne crois pas tu vois
M : si, si c'est 4/3 ça fait 0,75 non ça doit pas être ça, 4/3
N : non
M : ça fait 0,66
V : ça fait 1 virgule je sais pas quoi ... 33
M : ah oui
N : **<u>c'est pas ça hein, faut faire avec plusieurs points M</u>**
M : ouais attends ... il y a un problème pour
N : ah non
M : ça doit pas être ça
V : je trouve un truc comme ça
N : je crois que je vais refaire mon dessin
M : comme quoi ?
V : si tu prends le centre du cercle ici le point P il est là et un autre point il est là
M : tu n'es pas d'accord avec moi ?
V : ouais

M : tu trouves pas ?
V : t'as dit que tu avais un cercle ?
M : ouais je me suis trompé ... mais sinon l'homothétie
V : mais c'est ça l'homothétie
M : sinon l'homothétie ça marche
N : mais ça serait pas un cercle de centre B
M : si M bouge le triangle il change aussi
N : centre ... attends M là ?
M : ouais

HS

V : " déterminer l'ensemble ..."

HS

N : c'est bien on profite de l'explication de B.
M : attends il y a deux droites, j'ai l'impression

HS

N : on l'entend d'ici ... ah ça fait joli

HS

V : c'est quel triangle en fait ?
M : ANB
V : ANB
N : il m'induit en erreur

HS

V : excusez-moi mais c'est pas un cercle

HS

V : c'est pas du tout un cercle
M : ah oui c'est une droite
V : c'est vachement une droite
M : moi j'aurais pensé que c'était une droite qui passait par A
V : je vais essayer de tracer
N : c'est un truc de
M : oh, là, là
N : c'est bien dégueulasse
V : c'est pire qu'un cercle

HS

V : ça fait peut-être deux droites
M : c'est un cercle de centre O non ?
V : ouais le cercle
M : l'homothétie ... ça fait ça ça
V : ouais attends lequel ? celui-là
M : ouais

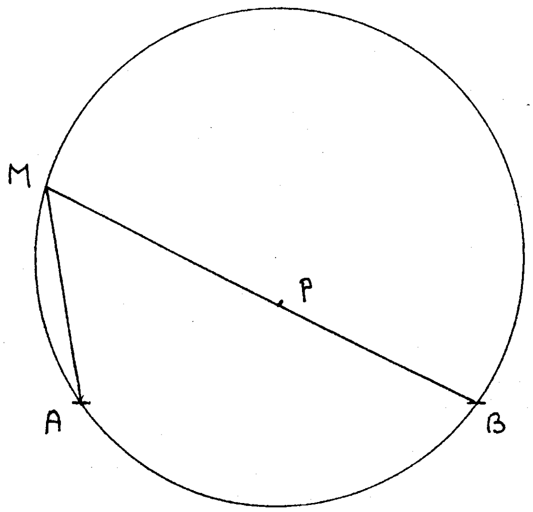
V : ben
M : de toute façon
V : ben si regarde, j'ai pris A, M, N
M : je parle de celui-là
V : j'ai tracé la droite ... celui-là ? je me rappelle pas d'où il sort
M : ah ouais, mais alors comment ça se fait qu'il y en a deux qui sont là ?
V : je sais pas
M : tu t'es trompée
V : oui j'ai dû me gourer
M : c'est l'intersection avec (ON) là tu as fait l'intersection avec ouais celui-là il est pas bon, c'est un cercle
V : N
M : regarde là tu as (ON), là (BM), là c'est le point, là t'as (ON), là t'as (BM), tu as le point là
V : alors celui-là il est bon
M : oui
V : mais ça fait pas un cercle
M : ben
N : moi ça me fait ça ... **si remarque ça fait peut-être un cercle il faut continuer**
V : de l'autre côté je peux pas le faire
N : tu peux pas ...
M : si, "on considère les cercles circonscrits aux triangles OBP et MNP"
V : ouais mais

> Pr: alors à votre avis ?
> N : ben je sais pas trop
> Pr: on dirait que tu en as dessiné plusieurs
> N : 4
> Pr: il faut en dessiner au moins combien pour avoir une idée de cercle ? au moins combien ?
> M : 3
> V : des points par là
> Pr: soit ils sont alignés, soit ils sont toujours sur un cercle donc pour que ça soit déjà une idée ce que vous avez fait il faut en prendre au moins ... ben non 3 soit ils sont alignés, soit ils sont toujours sur un cercle
> M : un quatrième
> N : ouais
> Pr: à ce moment là si tes quatre points sont déjà cocycliques c'est déjà une indication, alors là ça a l'air ou ça n'a pas l'air ?
> M : ça a l'air, on trace les médiatrices
> N : on a pris, euh, oui ça a l'air
> Pr: oui ça a l'air, maintenant votre figure est devenue trés compliquée, Il ne faut pas hésiter, il faut en refaire une autre
> V : et on met quoi dessus ?
> Pr: eh bien sur ta figure tu vas raisonner avec l'idée derrière la tête que c'est un cercle donc tu as déjà avancé un tout petit peu ; vous avez travaillé avec une méthode expérimentale que c'est peut-être ça mais maintenant il faut le démontrer

N : "on considère les cercles circonscrits aux triangles"
M : il faut tracer les médiatrices
V : les médiatrices de quoi ?
M : de ça, de ça et de ça ; elles se coupent dans le centre
V : t'as pas l'air comme ça .... vu le dessin et le gribouillis je vois

plus où est le point
M : j'ai pas envie de faire le dessin, j'ai la flemme
V : ouais mais ça marche c'est un point inconnu
M : il a l'air d'appartenir à (AB), et c'est 2/3 de $\overrightarrow{OB}$
V : ouais
N : ouais ... $\overrightarrow{OB}$ c'est
M : j'ai pas la force de comprendre
N : $\overrightarrow{OB}$

ENONCE : A et B sont deux points fixes d'un cercle fixe C. M décrit ce cercle ; soit P le point de la demi-droite issue de B passant par M tel que BP = AM . Quel est le lieu de P ?



....

V : qu'est-ce que ça te fait toi sur ton dessin ? *faut en faire plusieurs pour avoir une idée si ça va être une droite, un cercle*

M : *oui et alors ça te donne quoi ? que dalle !*

V : oh, là, là !

N : mmmmm, moi j'en ai un là, un là, c'est pas mieux

M : toi à la rigueur ça pourrait être un cercle

N : je vais en tracer encore quelques-uns

M : moi je sais pas

M : non tu .....

N : c'est pas, ... si remarque

V : d'où c'est un cercle

N : je sais pas pour l'instant, peut-être

M : je me suis trompé

V : non fais voir, attends .... point M étant là non, non

N : **j'en ai pris un peu partout, hein**

M : tu t'es trompée dans la construction

V : non

N : pourquoi ?

M : enfin

V : ben aucun ne va

N : c'est quel point qui ? ... là

V : j'ai mis M là, j'ai tracé (AM), (BP), j'ai mis M là, j'ai tracé (AM), (BP) ... (AM), (BP) etc, etc ...je sais pas

N : **fais voir AB tu as pas pris un truc particulier ?**

V : non pas du tout

N : **je sais pas .... je vais en prendre un autre**

V : je vais le refaire

N : ouais, ouais, ça va pas ça, regarde, j'ai un point P ici
M : pourquoi ?
N : cercle
M : je me suis trompé
N : il y a un deuxième cercle
V : bon
M : _faut essayer de trouver une transformation,_ **l'embêtant c'est qu'il y a même pas un triangle isocèle ou un truc comme ça , on peut rien trouver**

HS

M : faudrait essayer un truc truc
V : _comment on peut trouver un lieu quand c'est pas un lieu simple ?_
M : _hein ?_
V : _quand tu as une droite ça va, mais quand c'est des points complètement au pif ?_
M : je vois vraiment pas ... même chose, je me suis planté, qu'est-ce que tu disais ?
V : _je disais comment est-ce qu'on peut arriver à trouver un lieu quand c'est pas un lieu précis ?_
M : ah, ben, c'est sûr, ça doit pas faire un cercle, enfin je sais pas moi
N : cercle, d'ailleurs
M : ouais, moi j'ai trouvé un truc particulier, quand M = P
V : eh, ben ?
M : j'ai un triangle isocèle, je suis content .... vous êtes sûres que ça fait pas un cercle ?
V : certaine
N : ce qu'il y a c'est que quand on prend le point M d'un côté de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ quand on prend M de l'autre côté de l'arc $\overset{\frown}{AB}$
M : oui c'est en dehors
N : c'est pas la même chose
M : ouais, si c'est au dessus de la médiatrice .... mais j'ai tracé la médiatrice de [AB], si M appartient à la médiatrice de [AB], bon, ben M = P sinon si
N : si M appartient à la médiatrice ?
M : regarde la médiatrice passe comme ça
N : oui, d'accord
M : si je mets le point M, bon M = P, et si je mets le point M au dessus de la médiatrice tu as P qui est à l'intérieur du segment et si M est en dessous de la médiatrice enfin disons en dessous de B
N : c'est pas ça que je disais
M : alors P est en dehors
N : toi tu as fait aucun point M entre B et A
M : non
N : **ben il faut**
M : **ouais**
N : parce que les points qui sont là ça me donne à peu près un cercle mais ceux qui sont là, ça change
M : ouais ... ça donne deux demi-cercles différents
V : en B il y a deux possibilités pour P
M : quand M est en B ?
V : en B il y a deux possiblités pour P

M : ah ouais ?
V : ben si puisque tu prends la tangente
M : ouais, alors ?
V : la tangente c'est la droite (BM)
M : ah ouais
V : **mais tu sais pas de quel côté est la demi-tangente il n'y a aucune raison de privilégier un côté ou l'autre ce qui fait qu'il y a deux possibilités**
M : la tangente au point B ?
V : ouais, ça va être la droite (MB), d'accord ?
M : attends, OK ouais
V : **et comme tu veux la demi-droite il n'y a aucune raison de privilégier un côté ou l'autre**
M : ouais
N : vous avez quelque chose ?
V : non
N : j'ai plein de petits points
M : si M est en A tu n'as pas de solution
V : si, P est en B
N : **on peut peut-être se servir que AMB**
M : **ah oui**
M : *attends on peut peut-être essayer .... il faut appliquer le cours sur les rotations* (bruit de feuilles)
N : c'est atroce
M : ça va faire un truc dur ... ouais, je sais pas s'il faut raisonner avec la méthode
N : **je vais voir si je dis que B barycentre de M et de P ...**
M : **B barycentre de, B ? barycentre de M et de P .... non, attends**
V : vous faites quoi ? .... **mené à quoi ?**
V : alors avec ça c'est sûr que ...
M : B ...
N : BM
M : **faut orienter les droites, faut**
N : ouais
V : tu as une idée, M ? le lieu c'est deux trucs atroces ... ça commence par faire ça
M : tous les points que tu as faits !
N : après ça va là
M : attends, eh, fais voir eh
N : c'est bien ce que je te dis
M : ça fait deux demi-cercles, regarde et puis qui arrivent en B
N : quand les points sont pris là dedans entre cet arc $\overset{\frown}{AB}$
M : regarde
N : là ça te fait un truc
V : là où on a la tangente c'est le diamètre
M : oui, voilà, sûrement
V : attends, je vois pas
M : si, si, c'est obligé, prends le milieu et regarde avec un autre point, ouais ça te fait deux demi-cercles... non
V : non
N : non, parce que là regarde, celui-là il a l'air plus petit que celui-là, donc si tu collais celui-là à celui-là peut-être que ça te donnerait ce cercle
V : quoi ?

N : attends, attends
M : je comprends pas .... fais voir M .... mais tu t'es plantée là
V : quoi ?
M : attends, ... AM = BP oui ... ah, non
N : c'était une bonne idée
M : ouais
V : mais avant de faire des démonstrations, faudrait avoir une idée du lieu, on va quand même lui demander
M : appelle-la
N : déjà on pourrait l'appeler et lui demander si ça fait deux demi-cercles
N : allez
M : mais c'est ton dessin
V : non, ça voudrait dire que
N : tu participes et tu cherches
M : tu cherches et tu réfléchis
V : hein, on lui demande ....

V : est ce que ça peut être deux demi-cercles ?
Pr: ben je vois sur ton dessin que ...
V : on croyait ...... enfin
Pr: ça a l'air d'être ça
V : c'est ça ?
Pr: deux morceaux de cercles ... ça vous étonne ?
V : ben
Pr: c'est pas comme d'habitude
N : oui, on n'a jamais vu des cas comme ça
V : ça marche pas trop ... ça fait un peu
Pr: quoi ?
N : c'est pas des demi-cercles, c'est des bouts de cercles
Pr: mmmmm c'est deux morceaux de cercles
N : et je me demande si on les colle l'un à l'autre si ça donne celui là
Pr: oui, c'est une bonne idée .. oui, bon, ben ça ton expérience donne effectivement l'idée de deux morceaux de cercle, maintenant il faut le prouver ; c'est aussi pour ça que c'est intéressant, c'est parce que ce n'est pas comme d'habitude

N : <u>je vais refaire un dessin ... il faut faire</u>
M : tu vois c'est bien

HS

V : <u>bon alors, comment on le montre ? **tu n'as pas besoin de le refaire, tu as vu la mocheté que c'est le dessin**</u>
N : et, alors
M : (inaudible)
V : ben, non tu le vois là
N : je veux regarder un truc
V : mais regarde là
N : (inaudible)
V : le problème c'est que ça, ça mesure la même taille que ça
M : il y a un cercle qui est plus grand que l'autre
N : 3,5 et 5,5
M : ouais, génial, classe ! ouais, moi je sais pas
N : <u>**et puis alors, faudrait prendre trois points**</u>

M : moi ce que je comprends pas, parce que moi
V : mais ce bout de cercle, je sais, ça y est ... ce bout de cercle-là il est plus petit, parce que là on a un arc plus petit les points qui correspondent à ce côté de l'arc ils sont sur ce demi-cercle et comme là on a un grand arc là on a un grand bout de cercle
N : c'est ça, voilà !
V : et c'est le même cercle
N : regarde si on trace ça
M : c'est ça ... c'est l'image de cet arc là
N : il y a une symétrie axiale
M : par rapport à, par rapport à
V : comme ça si le dessin était bien fait
M : non
N : non
M : là comme ça par le point passe par la médiatrice, regarde si tu prends la médiatrice, regarde normalement tu as le point M là et MA = BP et donc c'est le symétrique
V : vas-y, trace-moi le, le point M
N : **bon, moi j'en prends d'autres**
M : regarde si tu traces, attends, **je mets de la couleur parce que c'est mieux, c'est plus meilleur**
N : c'est plus joli
M : regarde
V : ouais
M : normalement si tu traces le segment [AB] là, on met du noir, euh, ouais , si tu prends le milieu tu prends le point M sur la médiatrice, t'auras AM = MB et tu dois avoir AM = BP donc M = P et euh ...
N : et euh ?
M : et ce demi-cercle là c'est l'image du demi-cercle AB dans la symétrie par rapport à cet axe
V : j'ai rien compris
M : regarde
V : tu dis que ça c'est l'image de ça ?
M : ouais, voilà, ouais, et ça c'est un point particulier parce qu'il appartient à la médiatrice et alors on a M = P ... il faut le montrer
V : et il y a la même chose de l'autre côté
M : ouais même chose de l'autre côté
N : (inaudible)
M : c'est marrant et ils sont perpendiculaires, non ?
V : oui
N : oui
M : (inaudible)
N : là on a déjà trouvé une idée
M : et ça c'est plus grand que ça ? parce que je vois pas là
V : qu'est-ce qui est plus grand ?
M : les deux traits rouges
V : non, ça c'est plus petit
M : c'est plus petit ...
V : mais qu'est-ce que P vient faire là-dedans ?
N : du calme, ça y est ... 1, 2, 3
M : non j'ai fait ça comme ça
V : (inaudible)
M 1 non j'ai fait ça comme ça

HS

V : qu'est-ce que le point P vient faire là-dedans ?
M : quel point P ?
V : regarde, on prend ce bout de droite, ce bout de cercle, tu fais une symétrie
M : ouais
V : tu obtiens ça, et P ?
M : ouais, eh ben quoi P ?
V : P c'est l'image de M
M : ouais P c'est l'image de M dans la symétrie, ben ouais, on lui dit ça
V : ben ouais
M : je te laisse le dire, comme ça t'auras des

> V : les points P c'est les images des points M dans la symétrie d'axe
> M : le point là de la médiatrice, l'intersection de la médiatrice
> Pr: médiatrice de quoi ?
> M : de [AB] parce que le point de la médiatrice de [AB], si on prend M
> Pr: attends je vois pas sur ton dessin
> M : c'est là
> Pr: ah !
> M : B est là et si on prend la médiatrice, l'intersection de la médiatrice avec le cercle ça donne par exemple le point M_1 et P = M_1
> Pr: oui
> M : P = M_1 puisque on a AM
> Pr: ah, ce point il s'appelle M_1
> M : si jamais on l'appelle M_1, P = M_1
> Pr: oui, d'accord
> M : et on a vu que ça
> V : on fait une symétrie de cet arc de cercle on obtient
> M : et pareil pour l'autre côté
> Pr: vous avez démontré ?
> M : non
> V : ben non, mais ça a l'air
> Pr: ça a l'air effectivement, cet arc de cercle a l'air le symétrique de celui-là, bon maintenant
> M : et là ce point-là et le point P sont deux points invariables donc on peut ,... on peut pas raisonner par rotation ? .... par composition de rotations ?
> Pr: si ... cherchez

N : moi, je vais essayer le centre du cercle
M : ah !
N : du demi-cercle
M : elle est folle
N : (inaudible)
M : *oui ça doit être ça, les compositions de rotations*
V : ben alors on peut considérer I le milieu de [AB]
V : après, on trace la médiatrice de [AB] qui doit passer par
M : enfin c'est pas très exact .... on va voir si je la retrouve
N : voilà
V : elle recoupe le cercle en deux points
M : non, mais attends
V : laisse, si tu

M : ouais
V : deux points qu'on appelle comment ?
M : euh ...
V : M_0, M_1
M : oui, M_0, M_1
V : **et après ?**
M : qui sont euh ... et donc .... et l'image de M_1 par cette transformation l'image de M_0 par, de M_0 et M_1 c'est M_0 et M_1
V : **attends on n'a pas parlé de transformation pour l'instant**
M : ben normalement la transformation ... la construction qu'on fait ... on sait déjà on peut dire que B, M_0, M_1 sont invariants
V : mais M_0 et M_1
M : on peut dire que B, M_0, M_1 sont invariants
V : il n'y a pas de
M : regarde, l'image de M_0 par la transformation c'est aussi M_0
V : **mais c'est pas une transformation**
M : ouais par la construction, par la construction
V : là ... des points de la médiatrice, donc M_0 et M_1 seront à égale distance de A et B, donc $AM_0 = BM_0$, $M_0 = P_0$
M : tu dis que c'est deux points invariants
V : oui, mais
M : tu dis B, M_0, M_1 sont
V : mais on va pas parler de cette transformation-là
M : comment ça ? quelle transformation ?
V : **pour l'instant, on n'en a pas défini**
M : mais dans la construction ils sont invariants
V : **tu parles pas de points invariants dans la construction**
M : **si tu peux**
V : dans la construction tu construis P mais on ne te dit pas que c'est l'image de M dans une application quelconque
M : ah oui, c'est vrai
V : donc maintenant on introduit
N : ce qu'il y a c'est que
M : oui, oui
V : **<u>on dit qu'on va se servir de la symétrie</u>**
M : attends ... c'est vrai
V : d'axe machin
N : **<u>est-ce qu'on peut dire on se sert de la symétrie axiale et puis ?</u>**
M : oui, on définit là
N : **<u>et on s'aperçoit que les images des points par cette symétrie là eh ben ont la propriété P,</u>**
M : **<u>comment ça ? j'ai pas compris</u>**
N : on fait la symétrie par rapport à l'axe de ça et puis on s'aperçoit que les points
M : **mais tu as démontré que ça donne ça ?**
N : **non mais ... c'est ce qu'on pourrait faire**
M : **c'est ce qu'on essayait de faire**
N : comment ça ?
M : *<u>mais il faut le démontrer que cet arc-là c'est l'image de celui-là</u>*
N : **<u>justement c'est parce que je te dis on fait la symétrie et après on s'aperçoit</u>**
V : tu t'aperçois pas, ça démontre rien de s'apercevoir
N : que P vérifie ... mais vous voyez pas ce que je veux dire
V : **<u>mais de toute manière, on a une démonstration à faire on dit pas</u>**

"j'ai regardé sur mon dessin et je me suis aperçu"
N : oui
M : moi j'ai pas compris ton dessin, attends j'arrive pas à voir ton dessin, ah ouais, ça fait comme ça, comme ça
V : après les droites (M_0B), (M_1B), on considère les symétries axiales d'axe (M_0B), (M_1B)
V : oui, mais c'est aussi une rotation non ?
M : de quoi ? ben oui on a vu ce matin, ce matin oui ...
V : non c'est pas une rotation
M : *c'est la composée de deux rotations, faut essayer de le prouver*
V : si tu prends les deux symétries d'axes qu'on avait dit comme ça transforme un cercle en un cercle tout le cercle va être transformé en ça là et en ça là ... **où c'est qu'on veut arriver au fait ?**
M : hein ?
V : **on veut arriver à avoir quoi ?**
M : **à démontrer ... à donner le lieu de P. Il faut essayer de trouver une transformation, une application caractéristique, enfin je veux dire, ouais, une transformation dont on peut donner les caractéristiques....** je dois avoir tout faux sur mon dessin .... le cours ce matin
V : l'image d'un cercle par une symétrie axiale ça a même rayon ?
M : oui .... c'est pas pratique .... sur ton dessin
V : **on peut pas se servir de la configuration de base qu'on avait à faire pour aujourd'hui ? car une fois qu'on a ça, on a deux cercles de même rayon, deux points, le machin là, peut-être ?**
M : **oui, peut-être, dis-lui ça parce que c'est peut-être plus facile que par les symétries axiales**
V : **non, il faut commencer par s'en servir des symétries pour obtenir deux cercles de même rayon**
M : mais dis-lui ton idée parce que **à mon avis c'est mieux que,** parce que si tu regardes, attends puisque
V : **la rotation de centre M_0 qui transforme O en O'**
M : **de centre B parce que si jamais c'est de centre B t'as les points, par exemple le point A qui est aligné avec euh ... un point et son image et donc**
V : mmmm
M : si tu as un point M il se transforme en P là, dis-lui, peut-être que
V : bon ben, attends on n'a qu'à essayer de le faire, bon on commence par ... les symétries, le cercle C donne C' par la symétrie d'axe (M_0B) et C donne C" par la symétrie d'axe (M_1B), alors C, C', C" ont même rayon
....
V : **ça va pas, je crois pas que ça aille parce que**
N : (en réponse à un autre groupe) on essaye, c'est pas trop ça
V : parce que en fait dans la rotation là
M : oui
V : l'image de ... enfin comment on obtient ça , c'est avec ce bout-là
M : oui
V : d'accord ?
M : demande lui, appelle-là

HS

(sonnerie)

V ; est-ce qu'on peut y arriver avec la configuration de base de la rotation ?
Pr; c'est une idée, cette configuration de base, elle dit quoi ?
V ; elle dit que si on a par exemple, une rotation de centre B et d'angle, enfin, qui transforme O en O' , enfin qui transforme

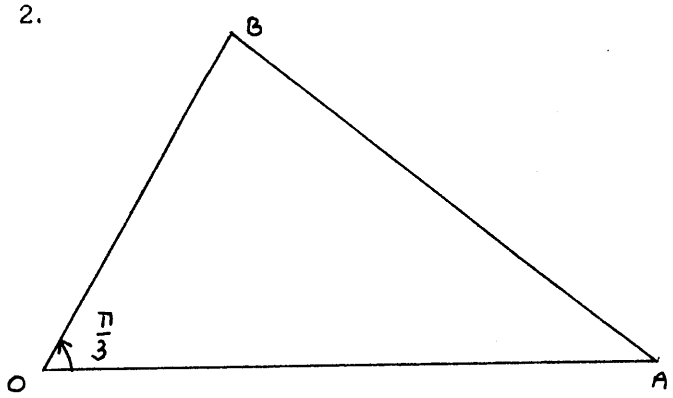
(fin de la bande)

ENONCE : Soit un triangle OAB, tel que l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ mesure $\Pi/3$. Soit S une simlilitude transformant A en B et la droite (OA) en la droite (OB).

1) Montrer que S a un centre Ω qui appartient au cercle C circonscrit au triangle OAB.

2) Réciproquement montrer que tout point de C différent de A et B est le centre d'une telle similitude. Déterminer l'ensemble des centres des similitudes S.

3) Donner une construction géométrique du centre de S lorsque le rapport de S est 2.



V : comment on fait un angle de $\Pi/3$?
M : moi, je fais au pif
N : avec les petits carreaux, facile !
M : avec un triangle équilatéral
N : et puis je sais pas, comme ça, alors un triangle OAB tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \Pi/3$ .... A .... B...... t'as un compas V ?
M : j'en suis pas certain .... ça c'est ça
V : un déplacement, c'est forcément une translation ou une rotation
M : mmmm

HS

M : montrer que ..... appartient au cercle ; ce que je ne comprends pas c'est que si A est transformé en B et la droite (OA) en (OB), normalement O devrait se transformer en O et O ce serait le point invariant ..... et apparemment c'est pas ça
V : non, c'est pas ça
M : alors je comprends pas
V : moi non plus
M : donc il y a un problème
N : quel cercle parfait, il passe par tous les points
V : bon, alors
N : droite (OB)
M : montrer que
N : donc O est un point invariant
M : " montrer que S a un centre Ω qui appartient au cercle C "

N : circonscrit au triangle OAB
V : le centre du cercle c'est quoi ?
M : ben, justement
V : l'intersection des hauteurs ? des médianes ?
M : des médiatrices
V : des médiatrices ? ah bon, tu es sûr ?
M : sûr et certain
V : ben non, c'est pas le point d'intersection des médiatrices
M : si
N : mais si
V : non
N : ça c'est les médianes que tu as fait
V : la médiatrice, c'est comment ?
N : les médiatrices, c'est
M : orthogonales au segment
V : oui, c'est vrai ... je suis confuse
N : comment tu fais, bidule ?
M : **ben, tu décomposes ... la similitude parce que A est transformé en B, ah ben non, attends**
N : parce que pour trouver une homothétie là-dessus
M : ben si, l'homothétie, c'est le rapport, euh, OA/OB, non OB/OA
N : et qui transforme quoi en quoi ?
M : attends, non, non
N : t'as vu deux vecteurs colinéaires, toi ?
M : attends, c'est le centre, enfin .... eh ben, regarde, si O était le centre de la similitude, ouais, mais c'est pas ça, c'est ça que je comprends pas, (OA) est transformée en (OB) et O apparemment c'est pas le centre, si c'est le centre
N : ben attends, *on avait vu comment trouver le centre d'une rotation*
M : *si, c'est le centre ... ouais, mais c'est avec quatre points*
N : **ouais, justement on n'en a que deux donc il faudrait qu'on en trouve deux autres**
M : eh, puis en plus, non, non, mais si .... O puisqu'elle dit que ... le centre Ω il appartient au cercle circonscrit au triangle OAB, imagine que Ω soit en O, tu fais d'abord une homothétie de centre O, Ω, qui transforme A en un point A' de rapport OA/OB et ensuite la rotation d'angle Π/3 ; à mon avis, il n'y a que O égale Ω c'est la seule solution possible, sinon ça marche pas, sinon elle nous aurait pas précisé Π/3 .... si (OA) est transformée en (OB) ça veut dire que O est invariant
V : mais non
M : si
V : **puisque tous les points marchent dans la réciproque, tous les points différents de A et B marchent**
M : **comment ça ?**
V : ben, " réciproquement montrer que tout point Ω' de C "
M : non, non, quoi ?
V : lis la réciproque
M : je la connais pas
V : lis le machin qui est là
M : ah, ouais ... " montrer que tout point Ω' de C distinct de A et B est le centre d'une similitude " **... ah, ouais**
V : donc c'est pas O
M : ouais, d'accord

N : c'est pas O, ça serait trop simple
M : ouais, t'as raison
N : **non, mais, si on prend les symétriques par rapport au point O**
M : **eh ben ?**
N : **on aurait quatre points, est-ce qu'on peut dire que les symétriques sont l'image aussi ?**
M : dans ce cas-là tu aurais A transformé en son symétrique et B parce que là tu n'as pas OA égale OB .... c'est une rotation et là ça serait un angle de Π , non ça marche pas .... attends .... fais voir ... tu poses le cas particulier
N : déjà on sait que O est le point invariant de cette similitude
M : non justement
N : ben si
M : **puisque V. a fait la bonne remarque que réciproquement elle te dit que tout point Ω' ... regarde**
N : et alors, c'est pas ce que je te dis, moi je te dis que O est le point invariant, j'ai pas dit le centre
M : ouais, mais c'est " montrer que, montrer que S a un centre Ω ..." on en montre juste un seul ? **on prend O et puis c'est tout, si on nous demande de juste en montrer un seul on prend O, tu n'es pas d'accord ?**
V : **si, si**
M : pas très enthousiaste ... non mais je sais pas
N : non, mais O est le point invariant, ça veut pas dire que c'est le centre ?
V : mais si, le point invariant c'est le centre
N : non
M : si, dans une similitude le seul point invariant c'est le centre .... non mais il y en a plusieurs qui conviennent, ils auront dans chaque cas, tu auras un angle différent et le rapport
N : si l'homothétie
M : non, l'angle sera le même et le rapport sera différent
N : **là on cherche l'angle de la rotation ?**
V : non, il sera le même
M : ouais ... non il sera pas le même ... si puisque sur le cercle cet angle-là .... c'est les angles inscrits
V : qui transforme A en B
M : ouais, ça sera l'angle de la similitude toujours le même
V : ah, ben non
M : si, sauf si le point est en A ou en B
V : tu prends un point ici
M : eh ben, ça sera le même angle
V : l'angle machin, c'est le même que ça ?
M : ouais, ils sont cocycliques
V : ah oui, ah là là, je me tais
M : ouais, je dis que c'est O et réciproquement comme tout point du cercle .... euh .... forme un même angle avec A et B ... ouais, non .... on écrit ça non ?
V : on écrit quoi ? **on n'a rien démontré**
M : **mais elle nous demande que S a un centre Ω, elle nous demande un seul, on peut dire que O convient**
V : **mais c'est idiot**
M : **pourquoi ?**
V : je ne sais pas, **mais tu démontres rien sur un cas particulier**
M : elle te demande de **montrer que S a un centre, tu en trouves un et**

puis voilà ; alors réciproquement d'accord ce sera différent, on pourra faire ça différemment, mais pour la première question tu ... je sais pas, montrer que S a un centre
V : faudrait peut-être lui demander si c'est ça
M : bon on lui demande

Pr: oui ?
M : dans la première question vous dites " montrer que S a un centre Ω qui ", il suffit de montrer que O convient, non ?
Pr: tu as lu la deuxième question ?
M : ouais, je sais la deuxième question on dit " réciproquement les points du cercle peuvent convenir
Pr: mmmm
M : parce que, ben, disons, dans la deuxième question ce qui changerait dans la similitude c'est le rapport mais l'angle resterait le même
Pr: et le centre aussi
M : où le centre change mais disons, l'angle restera le même
Pr: à peu près
M : sauf si en A ou en B
Pr: alors qu'est ce que ça sous-entend par rapport à votre raisonnement de la première question ?
M : ben
V : il n'y a pas que O qui convient
Pr: ben oui
V : ben c'est idiot de dire O convient et puis voilà
Pr: non c'est pas idiot, c'est-à-dire que cette similitude particulière, son centre O est bien sur le cercle circonscrit, mais vous n'avez pas fini de répondre à la question, Il faut choisir une similitude qui convient et montrer que son centre ... parce qu'il y en a d'autres en fait
M : dans la première ?
Pr: oui ... ça répond à ta question ?
M : euh ... non je ne sais pas ... vous dites que "montrer que S a un centre"
Pr: on prend une similitude
M : dans la première question, on montre qu'on peut en trouver un, dans la deuxième on montre que tous les points de
Pr: non attends,alors ... il y a écrit " soit S une similitude directe vérifiant telle et telle chose, vous, vous en avez pris une très particulière, mais quand on dit ça " soit S une similitude directe " on s'impose simplement que A donne B et que (OA) donne (OB) donc dans ce cas général on demande de montrer que le centre est sur le cercle, Contrairement à ce que vous pensez il y en a pas qu'une, il n'y a pas que celle de centre O, donc il faut raisonner pour toutes
M : mouais

N : en fait dans la première question, il suffit de montrer que O convient puisqu'on nous demande un centre et dans la deuxième il faut montrer que tous les points conviennent
M : non je ne crois pas
V : elle vient de nous dire que c'était pas ça

Pr(qui n'était pas très loin): N, tu n'as pas compris ce que j'ai dit
N : non je ne crois pas

Pr: vous pouvez relire l'énoncé, au lieu de lire "soit", vous pouvez lire "quelle que soit une similitude transformant A en B et OA en OB alors son centre est sur le cercle"
M : ah d'accord, là je comprends mieux
Pr: c'est mieux ?
N : ah ouais

V : tu as ton cours ?
M : non, attends, je vais essayer de faire intervenir A
V : N. tu as pas ton cours ?
M : qu'est-ce que tu veux savoir ?
N : il y a rien dessus
V : je voulais lire le cours c'est tout
N : <u>c'est en fait un problème de construction</u>
M : <u>*comment on peut démontrer pour tous les cas ?*</u>
V : faut déjà qu'elle en ait un de centre
M : quoi ?
V : faut déjà qu'elle en ait un de centre, parce qu'une similitude ça peut être h rond t par exemple c'est une similitude et elle a pas de centre
M : une similitude a toujours un centre, c'est le centre de h, non ... ah mais ça dépend
N : où il est le compas ?
M : ça dépend c'est pas le centre ...... bon je sens qu'on va encore rien faire
V : c'est quoi les propriétés du centre ?
M : il est invariant
N : ah ! il y a un truc, le rapport k de l'homothétie il est toujours positif
M : ouais
N : non, rien
M : s'il est négatif, tu fais ... bon alors, bon, ben ... <u>tu as pas une idée V. ?</u>
V : <u>je vois pas où il faut aller</u>
M : <u>il faut essayer de démontrer que ... tu peux trouver à chaque point sur le cercle qui permettra de définir une similitude qui transformera (OA)</u>
V : c'est quoi la propriété ?
M : ben il sera invariant
V : ce sera le centre de h
M : je sais pas, ça dépend des cas, en général le centre c'est le même de h et de r
V : il n'y a pas de r
M : en général tu as r, non mais si tu as pas de r ... c'est pas possible puisque $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont pas colinéaires donc obligatoirement tu as une rotation, mais ....
V : la droite (OA) donne la droite (OB)
M : oui
V : tout point de la droite (OA) a son image sur la droite (OB)
M : oui
V : et tout point de la droite (OB) ?
M : oui, a un antécédent
V : O, il est sur (OA), donc il a une image sur (OB)
M : oui

V : mettons qu'elle serait là
M : par quoi ?
V : ben par la similitude
M : puisqu'on te dit que A a pour image B
V : non
M : A a pour image B
V : non O
M : ah O !
V : O, mais O est aussi sur la droite (OB), donc il a un antécédent là-dessus donc on arrive à ... je sais bien c'est un peu ...
M : ouais ben, ce que je comprends pas c'est que si la droite (OA) est transformée en (OB) comment le centre de la similitude pourrait pas être autrement que sur l'intersection des deux droites ?
V : oui
N : oui
V : c'est ça que j'essaye de dire
M : ah bon
N : le centre qu'on nous demande, c'est le centre de la rotation et de l'homothétie ? faut qu'il soit l'un et l'autre ?
M : non, non
N : oui mais, quand même, une similitude c'est une rotation et une homothétie

Pr: ah oui
M : ce que je comprends pas c'est comment si la droite (OA) est transformée en la droite (OB) comment le centre dans ce cas-là peut être différent de O ?
Pr: effectivement s'il y a d'autres similitudes, c'est que le centre est différent de O
M : alors quand vous dites que (OA) est transformée en (OB) alors obligatoirement O c'est le point invariant ? .... ben alors
Pr: non, tu sens bien qu'il y a quelque chose qui va pas, on te dit la droite (OA) est transformée en la droite (OB), on te dit aussi A est transformé en B
M : mmm
Pr: et O, toi tu penses O donne O, en fait la seule chose que dit l'énoncé, c'est que O donne
V : un point de (OB)
M : un point de (OB)
Pr: c'est tout
V : c'est un peu dur de se le représenter
M : mais si O donne un point de (OB) l'angle il va être
Pr: quel angle ?
M : l'angle entre .... ah ben, non, non

V : on sait pas où est le centre de toute façon
M : ouais
V : on n'a pas su ce qu'il faut faire

HS

N : ils ont rien fait ?
M : je sais pas
N : ben euh, les similitudes, c'est une composition de h rond r, d'accord ?
M : ouais, d'un déplacement

N : le centre Ω c'est le centre de h et le centre de la rotation ?
V : ouais
N : ouais ?
M : ça dépend, je crois .... des fois ... en général c'est le même mais des fois ça peut être différent
N : mmmm
V : il peut être différent, mais c'est souvent le même dans tous les cas qu'on a pris c'était le même
M : oui, je crois
V : c'est évident qu'il peut être différent, tu composes n'importe quelle homothétie
M : regarde, imagine tu as un point
V : avec n'importe quel déplacement tu auras
M : A
V : une similitude
M : mais cette rotation de centre là qui transforme A en B, et puis tu as une homothétie .... eh ben le point invariant ça serait un point par là, par là en tout cas, enfin bref, je sais pas, il faudrait peut-être lui demander aussi
N : et est-ce que si tu as h de centre M et r de centre N c'est une similitude ?
M : de quoi ? h ?
N : quand les deux centres sont différents
M : ah ben, bien sûr, euh ... ben il me semble
N : aussi ? .... c'est pas évident
M : je sais quand c'est le même centre en général c'est toujours le même centre la rotation et l'homothétie, mais enfin on patauge .... "donner une construction géométrique du centre ..."
V : alors là !
M : <u>mais je regarde, ça peut peut-être nous aider "déterminer l'ensemble des centres ... " donc finalement le but de la question c'est montrer qu'on peut trouver n'importe quel point sur le cercle</u>
N : <u>je crois qu'il faudrait d'abord faire la réciproque, elle est plus facile</u>
V : un exemple avec des nombres, parce que pour arriver à ce point là il n'y a pas que O qui marche, comme on nous l'a dit mais on n'arrive pas à se le représenter
M : <u>bon attends, j'essaye de faire la première ... il faut utiliser aussi le fait que les deux droites se transforment, je vais essayer de faire quelque chose quand même</u>
N : <u>il y a un truc que j'ai fait là ; j'ai pris une homothétie au pif</u>
M : ouais
N : <u>de centre A, une homothétie de centre B euh, une rotation de centre B puis j'ai essayé de voir si on trouve deux droites, une droite image et une droite ... et puis ça a l'air de marcher ... conclusion</u>
M : hein ?
N : avec ton O
M : eh ben ?
N : on en a rien à faire
M : ouais, attends je réfléchis
N : et déjà, ouais et les deux droites ... j'ai pris une rotation d'angle Π/2 et les deux droites que j'obtiens en prenant deux points et leurs images, elles sont perpendiculaires, donc déjà c'est une rotation d'angle Π sur 3

M : faut trouver un point tel que ΩA ..... O'
V : mais rien te dit que .... h
M : attends, je vais voir ... si puisqu'on a dit une similitude c'est une composée d'une homothétie et d'une rotation
V : **et tu vas où là ?**
M : hein ?
V : **tu vas où ?**
M : de quoi ? là attends, je dis euh ... j'essaye de montrer, attends ... je suis sur le point de trouver
N : **ce qui manque c'est qu'il faudrait deux autres points**
M : t'as pas des idées ?

HS

M : je n'aime pas rester trois heures sur un truc
N : faut pas se décourager
N : écoutez R. .... les cassettes ... ils sont tombés sur le groupe des bons; ils vont apprécier
M : qu'est-ce que tu fais ?
N : **ben, je sais pas je fais des exemples**
M : tu aimes bien faire des dessins
N : *ben, comme il n'y a rien d'autre à faire, ça va peut-être me donner des idées, je vais peut-être réussir à trouver une propriété ...* **bon l'intersection des deux droites qui permettrait à partir de là de trouver le centre**
M : **comment, quelles droites ?**
N : de la droite et de son image
M : bon
N : ce point-là
M : ça m'énerve, ça m'énerve
N : ne me serais-je pas plantée ?
M : bon, on lui demande
N : si, je me suis plantée .... -Π/2 .... c'est pas ... eh, l'angle peut être négatif ?
M : bien sûr, ouais parce que normalement quand tu as une homothétie de, qui est négative, tu transformes l'angle
N : si, on l'a fait ce matin
M : ah, bon ..

M : parce que là, on n'arrive à rien
Pr: démarrez en disant " soit S une similitude telle que donc A donne B et O donne O' appartenant à la droite (OB), le fait que le centre soit sur le cercle ça vous fait penser à quelle propriété ?
M : ben la cocyclicité
Pr: cocyclicité
M : on le sait pas ça
Pr: non, mais si on arrive à le montrer c'est fini
M : mais disons, moi j'ai dit, je sais pas, j'ai supposé qu'on avait un point invariant de S qui était Ω_1, et j'ai dit que le rapport serait Ω_1B/Ω_1A
Pr: oui
M : et que l'angle serait $(\overrightarrow{\Omega_1A}, \overrightarrow{\Omega_1B})$ et c'était pareil avec l'image de O, c'est-à-dire O', mais ça permet pas de dire que les centres sont sur le cercle
Pr: non alors il y a une autre égalité angulaire, tu as pensé à la cocyclicité,.
M : ouais

Pr: c'est très bien, c'est laquelle ?
M : ben $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OO'}$ ... non $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{O'B}$
Pr: c'est ça l'angle ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{O'B}$) égale quoi ?
M : α
Pr: ben écris-le, tu as quasiment fini ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{O'B}$) c'est l'angle de la similitude, donc tu as α à 2Π près ; le seul problème, c'est de montrer que α vaut combien ?
M : ben Π/3
N : et O' c'est quoi ?
Pr: O' c'est un point de la droite (OB), c'est tout ce qu'on sait ..... pour que la droite (OA) qui est définie par les deux points O et A devienne la droite (OB) on sait que A donne B, donc A doit donner un point de la droite (OB), euh, pardon, O doit donner un point de la droite (OB), alors c'est vrai que spontanément on pense que O donne O et ça marche, mais il y a d'autres possibilités
N : donc là on considère que O est un point de (OA) ?
Pr: oui, et donc son image c'est un point de (OB), tu comprends ?
N : mmmm
Pr: alors est-ce qu'on connaît O' ? non, on le connaît pas
M : mais on sait qu'il appartient à (OB)
Pr: donc qu'est-ce qu'on peut dire de l'angle ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{O'B}$) ?
M : ben, c'est α à Π près
Pr: euh, ... c'est quoi à Π près ?
V : Π/3 parce qu'on peut remplacer le vecteur $\overrightarrow{O'B}$ par le vecteur $\overrightarrow{OB}$
Pr: voilà puisqu'on sait que ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$), mais à Π près seulement, donc ça vaut Π/3 à Π près donc on connaît l'angle de la similitude
M : oui
Pr: donc c'est Π/3 ou, enfin à Π près, ça y est, qu'est-ce qu'il suffit de dire maintenant ?
M : que ($\overrightarrow{\Omega A}$, $\overrightarrow{\Omega B}$) égale α, égale Π/3
Pr: et donc il est sur le cercle

V : égale α à Π près ou à 2Π près ?
M : à Π près je crois .... on a fait une question !
N : attends une seconde, ($\overrightarrow{\Omega A}$, $\overrightarrow{\Omega B}$)
M : $\overrightarrow{\Omega A}$, non ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{O'B}$) égale ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$) égale Π/3
V : la deuxième question c'est évident maintenant
M : à Π près et donc puisque ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{O'B}$) égale α, tu as α égale Π/3 à Π près donc Ω appartient au cercle circonscrit puisque ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$) égale Π/3, tu comprends ?
N : mmm
M : tu as, tu as ...
N : ouais
M : bon, deuxième question .... c'est plus facile "montrer que tout point Ω' de C"
N : on prend Ω'
M : tu prends
N : là tout dépend de la position de Ω', si tu le prends là ou là
V : non parce que à Π près
M : là et là ça revient au même là aussi à Π près, ça revient au même, là et là c'est le même angle là ça change de Π
N : non c'est pas ce que je veux dire
M : réciproquement, c'est tout simple ; tu dis que
N : ce que je veux dire c'est que quand tu prends Ω' là-dedans c'est plus Π/3 l'angle de la rotation
M : où ça ?

N : entre B et A
M : entre B et A ?
N : mmm
M : ah oui, c'est Π/3 à Π près
N : tu as ça
M : c'est Π/3 à Π près .... tu n'es pas d'accord ? regarde, O, A, Ω, B sont cocycliques
N : c'est celui-là cet angle-là
M : là tu es .... $(\vec{OA}, \vec{OB})$ c'est égal à Π/3
N : mmm
M : si tu as un point là, tous ces quatre points ils sont cocycliques donc $(\vec{OA}, \vec{OB})$ égale $(\vec{\Omega A}, \vec{\Omega B})$ à Π près
N : ouais, si, si
V : et alors ?
M : **ben pour la réciproque, tu peux pas dire que tu as Ω' de C ... et c'est le centre de la similitude, alors tu dis que Ω' c'est le point invariant et si c'est le centre de la similitude tu as $(\vec{\Omega' A}, \vec{\Omega' B})$ égale α, t'as aussi Ω'B/Ω'A égale k, tu fais le raisonnement inverse**
V : **non**
M : **si, tu dis que le rapport c'est**
V : **non, il faut que tu montres que c'est le centre**
M : **non dans la deuxième question, tu sais que c'est le centre**
V : **non**
M : **non tu sais que c'est le centre et il faut que tu montres que tous les points de C conviennent ... attends**
V : **tu pars d'un point du cercle et tu montres que c'est le centre de similitude**
M : oui, oui, non, non, pardon je me suis planté, j'ai lu de travers ... tu dis que c'est égal aussi ... c'est égal à ... tu sais que ... qui m'a pris mon blanc ? on va faire des ratures
N : ça lui fend le coeur de faire des ratures ..... tu peux dire que
M : **là le rapport est le même faut montrer que le rapport est le même**
N : tu peux dire que c'est la composée d'une homothétie de rapport Ω'A/Ω'B
M : répète
N : on peut dire que c'est la composée d'une homothétie de
M : **tu parles de quoi là ? de la réciproque ?**
N : que l'application qui transforme A en B de centre Ω' c'est la composée d'une homothétie et d'une rotation
M : **tu parles de quoi ? de ça ou ça ?**
N : du 2
M : je sais pas, on sait pas que c'est le centre
N : **ben tu parles du centre d'une application sans dire quoi et après tu démontres que c'est une similitude directe**
M : **attends, ce qu'il faut regarde, tu sais que O puisque Ω' appartient au cercle, tu sais $(\vec{\Omega' A}, \vec{\Omega' B}) = (\vec{\Omega' O}, \vec{\Omega' O'})$ = Π/3 à Π près ; donc si tu montres ensuite que Ω'B/Ω'A c'est égal à Ω'O'/Ω'O c'est égal à un réel, ben tu as démontré que c'est une similitude, tu n'es pas d'accord ? il faut montrer que c'est la même chose .... d'accord ?**
N : ben c'est évident
M : de dire que Ω'
N : ben regarde, là tu utilises là tu as le même angle, là la même base de triangle, tu utilises les propriétés du triangle, tu as le même angle, la même base, donc c'est forcément les mêmes distances, **non mais**

ce que tu dis ça suffit pas pour démontrer
M : si, si tu as démontré que l'angle, tu n'es pas d'accord ?
N : je sais pas si ça suffit

HS

V : à quelle égalité angulaire on doit arriver pour montrer que c'est le centre du machin ?
M : de quoi ?
V : pour montrer que c'est le centre du machin
M : oui, eh ben ?
V : on veut arriver à quoi ?
M : ce qu'il faut montrer c'est que tu prends n'importe quel point et le rapport de ça sur ça et de ça sur, ... attends j'ai compris
N : mais moi
M : j'ai compris
V : tu as compris ?
M : je vais lui demander
V : tu as déjà demandé
M : ben demande-lui
V : ben non ... essayez de trouver
M : lui demander si ça suffit de dire que ΩB/ΩA égale ...

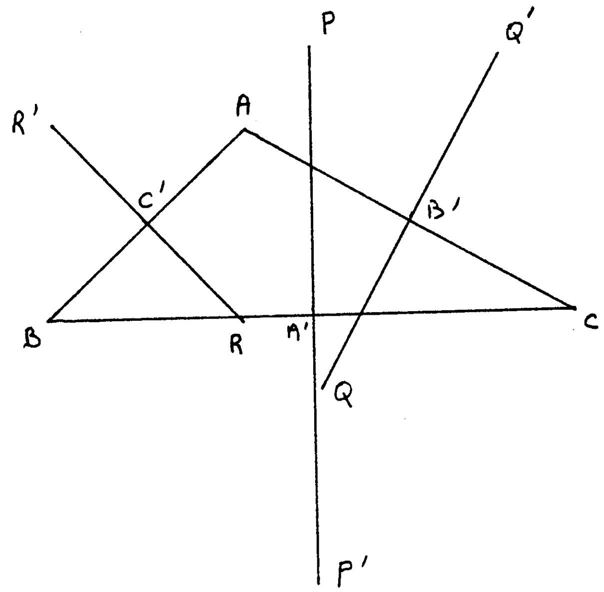
SONNERIE

N : mais demande-lui

Pr: alors, la réciproque c'est fait ?
M : je ne sais pas, on a Ω' qui appartient au cercle
Pr: sauf les points A et B
M : donc on a $(\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega B})$
N : on a égale $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ à Π près
Pr: oui, ce qu'il faut faire dans ce cas-là c'est deuxièmement montrer que tout point Ω' convient, qu'est-ce que ça veut dire convenir ? centre d'une similitude qui convient, alors il faut définir cette similitude, son centre c'est Ω', son angle ça va être quoi ?
N : Π/3
Pr: plus précisément ?
M : à Π près
V : Π/3 à Π près
N : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$
Pr: ben justement, plus précisément quelque chose à 2Π près
M : Π/3
Pr: plus précisément ça sera $(\overrightarrow{\Omega' A}, \overrightarrow{\Omega' B})$, son rapport ?
M : ben Ω'B/Ω'A
Pr: donc elle est définie, maintenant est-ce qu'elle convient cette similitude ?
N : ben faudrait voir si Ω'B/Ω'A = OB/OA
Pr: qu'est-ce que ça veut dire " une similitude qui convient " ?
M : Ω'B/Ω'A
Pr: non, une similitude qui convient ?
M : si elle vérifie
N : la droite, elle transforme la droite
Pr: (OA) en (OB)
V : A en B

Pr: voilà, maintenant qu'on l'a définie par son centre, son angle et son rapport, elle transforme évidemment A en B puisque c'est ça qui nous a servi à définir l'angle et le rapport, la seule chose à vérifier c'est qu'elle transforme (OA) en (OB)

ENONCE : Soit un triangle ABC. On appelle A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. P et P' sont les images de B et C par la rotation de centre A' et d'angle de mesure $-\Pi/2$, Q et Q' sont les images de C et A par la rotation de centre B' et d'angle de mesure $-\Pi/2$, et R et R' sont les images de A et B par la rotation de centre C' et d'angle de mesure $-\Pi/2$. Montrer que les vecteurs $\vec{AP}$ et $\vec{QR}$ sont orthogonaux et de même norme. Même question pour les vecteurs $\vec{AP'}$ et $\vec{Q'R'}$.



Pr: vous m'appelez quand vous avez trouvé quelque chose ou si vous avez des questions.

....

N : je viens de penser à un truc, tu aurais pas dû te mettre tout en haut et moi non plus, il y a des rotations à faire

M : tant pis

N : hop, hop

V : je me suis fait avoir là

M : pourquoi ?

V : elle est pas graduée

M : attends, tiens

N : alors ?

V : tu as fini ?

M : je n'en ai plus besoin, j'ai tracé les milieux .... BC .... - Π/2 ... finalement
V : tu peux me passer la règle s'il te plaît
M : attends, je fais le dernier
M : tu as une idée, hein ? tu as pas une idée ?
N : non, je n'ai pas encore fini
M : **faut pas raisonner par les complexes, non ? parce qu'il demande les mêmes normes, à mon avis**
N : j'ai pas $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{QR}$ ... orthogonaux, moi
M : si
N : je me suis plantée quelque part, tu les as orthogonaux, toi ?
M : ouais, c'est les verts, bon
N : qu'ils soient orthogonaux
M : *moi, j'ai l'impression qu'il faut faire par les rotations .... par les complexes*
V : **tu as pas tellement de données, aussi**
M : **mais tu fais comme dans l'autre exercice, il nous donnait aucune donnée**
V : quel autre exercice ?
M : où je m'étais planté, tu sais, il demandait de montrer qu'ils étaient orthogonaux et de même longueur

HS

M : ah, ben non, attends ....
V : *tu veux absolument faire par les complexes ?*
M : non, non
N : *peut-être par les angles*
M : ouais, je crois
N : **comme on a plein de triangles isocèles**
V : quoi ?
N : **on a plein de triangles isocèles**
M : ah bon, ouais, ouais
V : **oui, mais bon, je vois pas le rapport avec les angles**
N : **on a les valeurs**
M : *non .... tu fais par les angles ?*
V : vous arrivez à quelque chose ?
M : **ouais, non .... moi j'essaye de montrer que ... on sait que A donne Q dans la rotation de centre B' et d'angle Π/2 , j'essaye de montrer que B donne R , que P donne R et donc on aurait Π/2 et même norme**
V : qu'est-ce que tu as dit ? A donne Q dans la rotation quoi ?
M : de centre B' et d'angle Π/2
V : ça c'est évident
M : oui, c'est leur hypothèse, mais j'essaye de démontrer que P donne R dans cette rotation ..... P donne R
V : il est où ton dessin ? sur ton dessin P il est pas sur (QB)' ?
M : P sur ?
V : (QQ')
M : ça dépend si tu as des valeurs, des distances
N : tu es sûre, (QQ') ?
M : si tu as des distances particulières mais moi non, ça tombe juste, moi il y a Q qui est presque sur (AA'), ça revient au même
N : moi j'ai P qui est sur C pratiquement
M : on n'a rien

N : c'est le gros trou noir
M : ça m'énerve on trouve jamais rien, t'as essayé de faire comment ?
N : **eh ben,** ..... **ça marche pas,** je vois pas ce qu'on peut faire ..... on l'appelle, on lui dit qu'on trouve pas
M : (inaudible)
N : oui mais, personne n'a l'air d'avoir trouvé, personne l'a appelée, ça va faire .....
V : bon alors, cherchons
M : **bon alors, c'est simple pour montrer qu'ils sont perpendiculaires et de même norme en même temps on passe soit par les complexes, mais ça a l'air d'être trop dur, soit par les rotations parce que si tu montres que A se transforme en Q et P se transforme en R par une rotation, ben t'as**
N : **A se transforme en Q, non, c'est A se transforme en R, P en Q**
M : on te demande de montrer que $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{QR}$ sont orthogonaux
N : et alors ?
M : tu as dû te tromper, moi ça fait que A se transforme en Q
N : **elle utilise des rotations de Π/2, donc P deviendrait Q et A deviendrait R**
M : **ouais, mais non, parce que tu t'es .... parce que, regarde, tu as $\overrightarrow{BC}$ qui se transforme en $\overrightarrow{PP'}$, il faut suivre l'ordre**
N : eh ben, j'ai suivi l'ordre
M : ouais, bon enfin, ça fait rien moi je dis que A se transforme en Q et P en R
N : **par une rotation, il faut déterminer le centre**
M : **moi je dis que c'est B', pour moi c'est B', mais j'arrive pas à le montrer. J'ai essayé de le faire par décomposition des rotations, mais ça marche pas**
N : ça marche pas avec B' sur mon dessin
M : mmm ?
N : ça marche pas avec B' sur mon dessin .... tu as regardé les distances ? regarde avec le compas
M : ouais, ouais non ça marche, c'est sûr attends, non ..... cette distance qui se transforme comme ça
N : je vois pas alors tu peux
M : celle-là, elle se transforme comme ça, de toute façon c'est par hypothèse et celle-là
N : et P en ? Π/2
M : oui, ça fait Π/2
N : P se transforme en R, en effet sur mon dessin, je sais pas ce que j'ai fait
M : M, M' se transforme en R

(Pr (à tous les groupes) : quand vous avez une idée de la démonstration, vous m'appelez)

M : par les rotations
V : ben oui, on l'appelle
M : ben si, c'est une idée de démonstration
V : ben oui, c'est ce que je te dis
M : oui on l'appelle
V : appelle-la
N : moi je trouve pas

V : qu'est-ce que tu as dit ?
N : (inaudible)
M : ouais, bon
N : il vaut mieux plutôt l'appeler que de rien trouver
M : on va pas rester des heures à rien faire
N : mais non

Pr; oui ?
M ; on n'a pas trouvé mais enfin moi, enfin je pense qu'on peut raisonner par rotation, ça permettra de démontrer à la fois qu'ils sont orthogonaux et de même norme
Pr; oui
M ; moi je pensais à montrer que, bon on sait que A , non, A a pour image Q dans la rotation B', de centre B' et d'angle $\pi/2$ et il faudrait montrer que P a pour image R dans la rotation de centre B' et d'angle $\pi/2$ aussi mais j'ai essayé de passer par d'autres rotations parce qu'on a P qui se transforme en B et ensuite B qui se transforme en R mais ça marche pas
Pr; B se transforme en R ça c'est pas trés commode ... oui .... attends, tu veux montrer que ...
M ; je veux montrer que P se transforme en R par la rotation de centre B' puisqu'on a A qui se transforme en Q
Pr; bon, ça c'est une idée, est-ce que vous en avez eu d'autres ?
V ; sans ça il y avait peut-être par les complexes mais
Pr; oui, c'est une autre façon de faire qui est très liée, puisque les complexes ça a une interprétation par les transformations ... et N ?
N ; moi, j'avais pensé aux angles, mais j'ai pas réussi à trouver
Pr; et pourquoi tu as pensé aux angles ?
N ; ben avec les triangles isocèles
Pr; et pourquoi ça t'amène aux angles ça ?
N ; je sais pas
Pr; moi non plus
N ; j'ai pensé aux angles comme ça
V ; si peut-être parce que dans les triangles isocèles on connait pas mal d'angles
Pr; c'est ça et puisque la question porte sur des angles parce qu'on veut que deux vecteurs soient orthogonaux, mais ça te donnera rien sur les normes .... puisqu'on veut aussi qu'ils soient de même norme ; vos deux idées sont .... peuvent aboutir, laquelle vous préférez ?
M ; on va essayer par les complexes, on avait fait un exercice
Pr; oui
V ; mais ça va être long par les complexes
N ; avec les complexes aussi il faut choisir un bon repère, sinon on a ..
Pr; ça facilite bien les choses, si on a un bon repère c'est vrai ... alors pour choisir demandez-vous ce qu'il vous reste à faire ..... toi tu as dit il faut trouver, montrer que P donne R
M ; P donne R dans la rotation de centre B'
Pr; et par les complexes qu'est-ce qu'il faudrait faire ?
M ; calculer les affixes de $\vec{AP}$ et $\vec{QR}$ ..
Pr; oui calculer les affixes de $\vec{AP}$ et $\vec{QR}$ ... et pour faire ça qu'est-ce qu'il faudrait faire ?
M ; considérer les rotations
Pr; oui

N : c'est dur
M : vas-y
V : vas-y par les complexes

M : <u>*oui, on va essayer, je me souviens plus comment on avait fait dans l'exercice*</u>
V : et puis en plus c'était faux, donc euh ....
M : j'avais même pas pensé et en plus après, j'ai vu un exercice du même genre, après avoir rendu ma copie, j'ai vu un exercice du même genre
N : je .... avec les complexes .... <u>je crois qu'on peut trouver quelque chose de plus simple</u>
V : c'est pas compliqué, c'est fastidieux, <u>mais on est sûr d'arriver quoi ; puisque tu as parlé de repère, trouve-le</u>
M : puisque tu aimes bien les calculs
N : ben repère, je sais pas, on prends un truc comme ça
M : un truc oui
N : non il faudrait prendre par exemple, je sais pas moi $\overrightarrow{A'C}$
V : A' comme origine oui
N : $\overrightarrow{A'C}$ et $\overrightarrow{A'P}$
V : mmmm
N : $\overrightarrow{A'C}$ et $\overrightarrow{A'P}$
V : ouais, ... non, non
N : et après qu'est ce que tu vas prendre comme coordonnées de C ? inconnu et de B, inconnu
V : non pas inconnu
N : ben si
V : si
M : <u>**dans l'exercice on n'avait pas pris de repère hein, on avait dit soit ...**</u>
N : <u>**c'est obligé de prendre un repère**</u>
V : <u>**non, non il n'y avait pas de repère dans l'exercice, simplement si tu en prends un, bon ça doit supprimer vachement de coordonnées donc tant qu'à faire, autant le faire**</u>
N : <u>**sinon toutes les inconnues que ça te fait**</u>
M : <u>**ouais**</u>
N : j'en suis malade d'avance
V : <u>**mais je sais pas si ... bien de prendre A' comme origine, plutôt B'**</u>
M : <u>**plutôt B', non $\overrightarrow{B'A}$, $\overrightarrow{B'Q}$ comme ça on a B' égale 0**</u>
N : B' ... A ... Q'
M : <u>**Q puisque c'est sur $\overrightarrow{AQ}$ et $\overrightarrow{PR}$, non ?**</u>
V : <u>**oui**</u>
N : <u>**oui**</u>
M : mais B'A ... on prend c'est l'axe des
N : $\overrightarrow{B'Q'}$ et $\overrightarrow{B'A}$
M : toi tu as pas pris le même machin, enfin moi je sais pas
N : si $\overrightarrow{B'Q'}$ et $\overrightarrow{B'A}$, si
M : <u>**pourquoi ?**</u>
V : <u>**moi je préfère $\overrightarrow{B'A}$, $\overrightarrow{B'Q}$ parce que les points A et Q interviennent tous les deux**</u>
M : <u>**$\overrightarrow{B'A}$, $\overrightarrow{B'Q}$ parce que ça fait comme ça et comme ça**</u>
N : <u>**ça revient au même, comme Q c'est égal à ça**</u>
M : oui, mais regarde
N : et alors, ça fait -1, 0
M : ouais, bon, moi je fais
V : ouais $\overrightarrow{B'A}$, $\overrightarrow{B'Q}$
M : ouais, bonjour pour trouver l'abscisse du point P, enfin pas l'abscisse, mais
V : on a tous les autres ... mais c'est fait pour ... c'est forcé ils

allaient pas tous se transformer en 1, 0 ou -1, 0 ... de quoi on a besoin d'autre ? R
M : mais pourquoi tu prends Q' ? **on n'en a pas besoin de Q'**
V : non mais moi je sais pas, c'est comme ça, ça m'amuse
N : donc on a A de coordonnées 1 ... non 0, 1
M : c'est marrant moi j'ai un point qui ... deux droites se coupent
V : moi j'ai des trucs curieux aussi, j'ai P qui était aligné avec ... avec ma figure ça aurait été facile de démontrer ce qu'on voulait, je sais pas, en plus j'ai fait un triangle quelconque ... c'est ça le pire
M : fais voir, quelconque ?
V : ah, ouais, quelconque, il est pas isocèle, il est pas rectangle
M : je regarde juste .... tu as P et quoi qui sont alignés ? ah ouais, tu as R qui est
V : **on a besoin de quoi comme truc ?**
M : ben Q et R ... non P et R
V : **c'est tout ?**
M : ouais, on connaît l'affixe de A, l'affixe de Q
V : ben oui
M : il faut connaître P et R
N : voilà ... donc
M : ça m'énerve ... si on peut faire des changements de
N : il faut montrer que PP' égale P'R et que cosinus Π/2
M : qu'est-ce que tu nous fais toi ?
N : P' scalaire ... $\overrightarrow{P'Q}$ égale 0
V : *comment on a fait l'exercice déjà ? on calculait des affixes et puis*
M : *ouais à partir des rotations*
N : donc
M : **à partir des rotations, c'était pareil, tu avais des triangles rectangles comme ça et tu calcules, tu considérais des rotations et tu arrivais à , à calculer les affixes ... mais c'est vrai, il y a des carrés ... là tu as un carré**
N : **avec les complexes ... je vois pas, je ne vois point du tout**
V : ouais
N : tu vois toi ?
V : vaguement
M : ouais, non, mais pour calculer P et R
N : **je crois que je vais essayer avec les rotations en fin de compte**
M : l'embêtant, même A' tu arrives à le déterminer dans ... ton repère là ?
V : hein ?
M : A'
N : ben
V : **pas évident .... on a trois carrés, ça peut aider quand même**
M : ouais, ça va encombrer la figure
V : quoi ?
M : **ça va encombrer la figure ... ouais faudrait se servir aussi que c'est des milieux, là on s'en est pas servi encore**
V : **on s'est servi de rien encore pour l'instant** ... je cherche l'exercice ... (bruit de feuilles) ... non c'est pas ça
M : attends
V : c'est pas ça.... ça y est, de toutes manières c'était faux mais il y avait que la fin qui était fausse
M : oui
V : le début il était bon ... voilà

N : lequel ?
V : **c'est le même style**
N : ah, celui-là ... ah oui tiens, j'avais filé une feuille à J il me l'a pas rendue ça m'y fait repenser
V : il faut démontrer quoi ? RP ... PS ... c'est impossible
M : mmmm ?
V : c'est impossible
M : de quoi ?
V : **il faut pas prendre de repère**
M : **ouais**
N : **c'est encore pire sans repère**
V : **non c'est mieux**
M : **la dernière fois on avait fait sans repère**
V : **c'est beaucoup mieux parce que P par exemple tu vas pouvoir l'exprimer en fonction de B et C c'est ce qu'on avait fait la dernière fois**
M : **oui**
V : **parce que si tu essayes d'exprimer P en fonction du côté où il y a B', A et tout ça c'est infaisable, je te sonhaite bon courage ... donc on prend pas de repère**
M : **moi je n'y arrive pas ... tu as essayé avec les complexes ?**
V : mmm ... je crois que j'ai trouvé
....
M : tu y arrives ?
V : oui je crois oui ... j'ai fait l'affixe de Q en fonction de l'affixe de A et de l'affixe de C
M : ouais
V : de même je vais faire l'affixe de P en fonction de
M : **et comment, avec quelle rotation ?**
V : *je sais pas ... j'ai fait comme on avait fait là, j'ai suivi la même démarche*
M : tu trouves l'affixe de quoi ? en fonction de quoi ?
V : de Q en fonction de l'affixe de A et de C
M : OK
V : et je vais faire l'affixe de P en fonction de ... machin et machin .... l'affixe de R et après ...
M : OK
N : euh .... t'arrives ?
V : pour l'instant j'ai fait que l'affixe de Q, ça aboutit c'est sûr
M : oui, oui c'est sûr
V : tu veux la feuille ? ...... regarde le modèle
N : c'est 1/2 aussi ou 1/2 de tout ?
V : 1/2 de tout

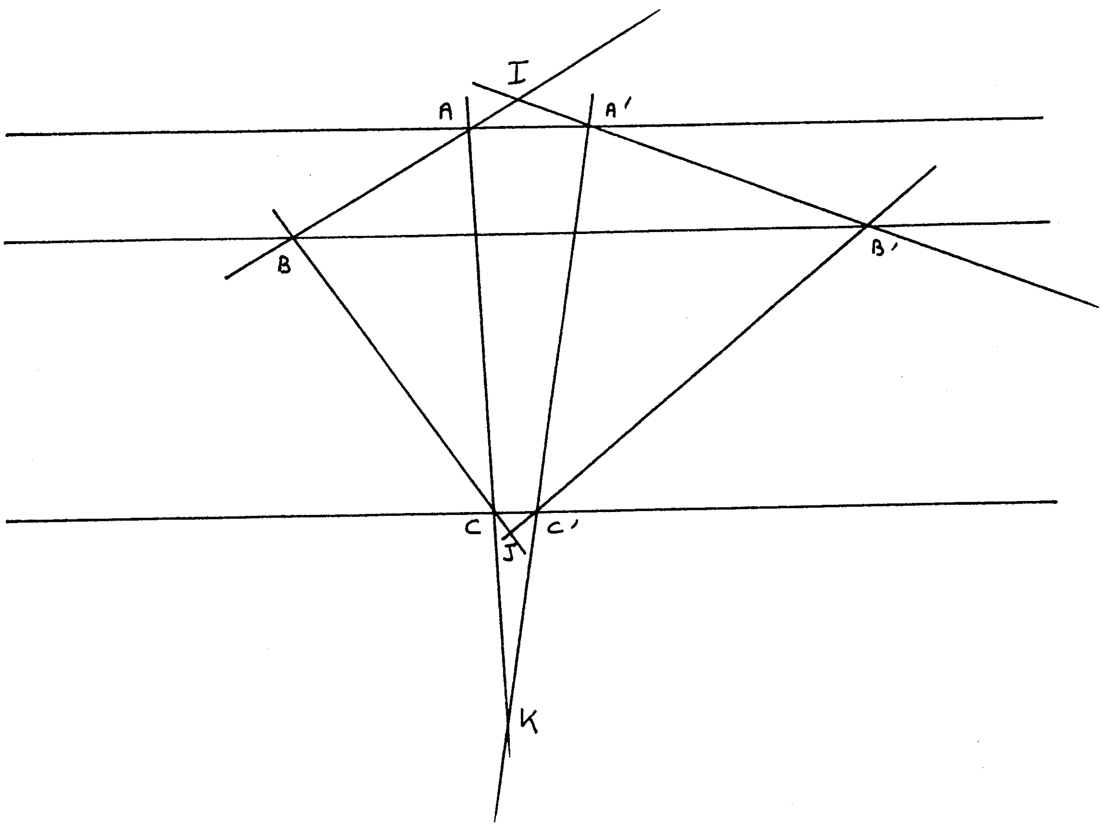
SONNERIE

N : ça fait une heure pas très lucrative

Pr; alors, qu'est-ce que ça a donné ?
V ; alors j'ai pris la méthode de l'exercice qu'on avait à faire l'autre fois
Pr; oui, et les autres étaient trop compliqués ?
V ; on n'arrivait pas à, par exemple à exprimer P on avait pris comme repère B', $\vec{B'A}$, $\vec{B'Q}$
Pr; oui

V : on n'arrivait pas à exprimer $\overrightarrow{PR}$ et tout ça
Pr: ah d'accord, donc finalement ça vous avançait pas beaucoup
V : non
Pr: et finalement là vous allez y arriver, d'accord

ENONCE : on considère six points A, A', B, B', C et C' tels que les droites (AA'), (BB') et (CC') soient parallèles et que les droites (AB) et (A'B') soient sécantes en un point I, les droites (BC) et (B'C') soient sécantes en un point J et les droites (AC) et (A'C') en un point K. Que peut-on dire des points I, J et K ?



N : non
M : si
N : c'est bizarre, là il y a (AA') parallèle à (BB')
M : si c'est possible, ça doit être possible, si, si à mon avis c'est possible
N : (AB) et (AC) tels que, bon, ben déjà on peut faire (AB)
M : bon, bon
N : c'est ensuite que ça va être dur
M : non
N : (AB), passe-moi ta gomme
M : non, non
N : sécants en I

HS

M : ben on dirait qu'ils se coupent
N : eh, eh, eh ils sont pas vraiment alignés chez moi
M : bon, ben, comment montrer ça .... oui moi aussi ça se coupe en dehors de la page les deux
N : bon on va dire qu'ils sont alignés, allez hop ... bon
V : moi aussi ça se coupe en dehors de la feuille
M : tu as une idée ? tu as une idée, là ?
N : *le seul truc à utiliser là dedans c'est le parallélisme et je ne vois pas comment ...*
M : on a fait des exercices sur l'alignement mais je sais plus comment on faisait ... je m'en souviens plus
V : il faut dire que c'est un problème d'alignement et après il faut chercher toutes les méthodes pour résoudre un problème d'alignement
M : ouais je m'en souviens plus
V : *on peut pas se servir des barycentres ?*
M : **oui mais les coefficients tu vas t'amuser parce que là tu n'as pas de milieux, tu n'as rien**
V : oui
M : *et comme c'est dans mon ancien cahier ... bon par les angles ... non pas par les angles ... par les transformations*
V : *par les complexes*
M : *attends ... par les complexes*
V : *ouais*
M : *moi j'ai l'impression par les homothéties non ? .... non parce que par les complexes tu vas t'amuser, hein*
V : *ouais*
M : **comment tu vas traduire toutes les hypothèses par les complexes ?**
V : ben déjà (AA') ... (BB') ... ils ont tous les mêmes ordonnées
M : les mêmes ?
V : ordonnées
M : ben oui
V : non ?
M : ouais mais
V : **enfin si tu prends un repère tel que tu as une droite parallèle à ça déjà ça simplifie des petits bouts et puis tu calcules les affixes de I, J, K et des vecteurs et voilà**
M : *mmm, je sais pas ouais enfin moi à mon avis par les homothéties je sais pas c'est mieux ... parce que ... attends fais voir*
V : *ben oui* attends
M : *oui par les homothéties c'est mieux je pense,* comment il est ton dessin !
V : mon dessin ?
M : enfin ta figure
V : qu'est-ce qu'il a ? il est beau
M : enfin je sais pas, elles sont toutes confondues tes droites non ? ou tu les as pas toutes dessinées ?
V : quelles droites ?
M : ah non, non, non
N : où ils sont A, B, C ?..... ouais, mais quel est ton but ?
M : ben c'est à dire euh .... quel est mon but ?
N : mmmm
M : eh ben je sais pas, je vais voir
N : *parce que par les homothéties comment tu montres que trois points sont alignés ?*

M : ben tu as par exemple quand tu as des rapports, quand tu as deux triangles attends .... attends ... réfléchissons ... *il faut aussi utiliser que les trois droites sont parallèles*
N : eh mais attends
M : ... ce que tu veux dire
N : on dirait que la droite qui passe par les trois points coupe [AA'], [BB'], [CC'] en leurs milieux
M : non pas moi
N : pas toi ?
M : regarde, moi ça coupe là ... moi ça coupe ici
N : tu as même pas ton K
M : ouais mais il est ici tu prends I et J regarde
V : j'ai fait un superbe .... cas particulier ils sont tous sur une droite ABC
M : bon
V : alors on va faire
N : je vais en faire un autre
M : ah ben on a peut-être ... A qui donne B, A' qui donne B'
V : moi j'en ai marre j'arrive pas à faire un dessin potable .... vous arrivez à faire des trucs quelconques ?
M : ouais
N : **ce qu'il y a c'est que j'arrive pas à voir comment on peut utiliser les homothéties là-dedans**
M : je sais pas, regarde
N : **parce que c'est bien beau de trouver des homothéties mais qu'est-ce que tu peux faire avec ?**
M : eh ben si jamais tu as ce triangle-là qui se transforme
N : quel triangle ?
M : **ce triangle-là qui se transforme en celui-là si tu as AB qui se transforme en A'B' si tu arrives à prouver que ce triangle-là AKA' se transforme en BJB' ben t'auras I, J, K alignés puisque normalement tu as K qui est l'image de, non K qui a pour image J dans l'homothétie de centre I et normalement le point et son image sont alignés**
N : oui ......
M : eh ben
N : **tu veux montrer que ce triangle c'est l'image de celui-là dans l'homothétie de centre I**
M : voilà .... abandonne ! je dis abandonne les dessins parce que ...
V : ouais j'ai abandonné .... alors tu as une idée ?
M : **ouais par les homothéties, je sais pas moi**
N : donc il faudrait qu'on ait KJ sur KI égal à AI sur , non ... AB sur AI .... je vais mesurer et je vais te dire si c'est vraiment l'image
M : en fait je crois que j'ai dû me tromper c'est la grosse ...vas-y mesure
N : alors j'ai dit KJ
M : tu dois avoir
N : 5,
M : non mais si c'est obligé ... je sais pas
N : virgule 6 .... serait égal à 2,5 sur 6,3
M : ça marche
V : ça marche pas
N : dessin
V : c'est même sûr
M : non ça marche pas ... ça fait 0,39

N : ça fait une grosse erreur ... non mais demande à la prof si c'est bon, parce que sur mon dessin ...
M : je lui demande ?
N : vas-y, tu peux lui demander

Pr: oui ?
M : ben je sais pas, j'ai pensé à utiliser les homothéties
Pr: oui c'est une bonne méthode
M : parce qu'on a (AA') qui est parallèle à (BB')
Pr: oui
M : donc on peut dire que dans l'homothétie de centre I, euh AA' se transforme en BB'
Pr: mmmm
M : et donc j'ai essayé de montrer que J, non que K se transforme en J, c'est-à-dire que AKA' se transforme en BJB' mais je sais pas si c'est
Pr: effectivement ça montrerait l'alignement mais est-ce que ça a l'air vrai sur ton dessin ?
N : ben justement on a mesuré
M : et ça marche pas
Pr: et puis
N : c'est pas vraiment ça
Pr: c'est pas vraiment ça, euh si c'était vrai tu aurais A' qui donnerait B'
M : non A donne B oui et A' donne B'
Pr: et K donne I non J ,,, et qu'est-ce que tu aurais comme propriété géométrique ?
M : euh ,,,,, ben normalement
N : (KA) parallèle à (JB)
Pr: oui tout à fait ,,, l'image d'une droite c'est une droite parallèle ,,, et ça a vraiment pas l'air
M : oui oui
Pr: bon l'idée de dire on peut penser à des homothéties parce qu'on a du parallélisme c'est une très bonne idée
N : oui, mais j'arrive pas à voir comment on peut utiliser ça
Pr: quel est ton problème ?
N : pour démontrer un alignement
Pr: dans les homothéties qu'est-ce qu'on a comme alignement ?
M : ben le centre le point et son image
Pr: mmmm ,,,, et ça, ça marche pas ,,,,,
M : euh ,,,
N : le théorème de Thalès
Pr: est-ce que c'est un théorème d'alignement ?
N : non, je vois pas à quoi ça peut servir
Pr: c'est vrai qu'on a les parallèles, c'est vrai que les homothéties c'est proche de Thalès, n'oubliez pas que c'est un problème d'alignement, utiliser les homothéties c'est une bonne chose d'y avoir pensé mais vous oubliez une propriété d'alignement
M : il y a aussi mais ça marche pas du tout, la cocyclicité parce que on avait montré
Pr: ah oui on avait une condition d'alignement ou de cocyclicité
M : mais ça marche pas
Pr: c'est-à-dire c'est pas trés évident comment on peut se servir de ça ,,, mais toujours avec les homothéties il y a une propriété d'alignement que vous n'avez pas citée ; tu as privilégié (AA') et (BB'), il y a aussi (CC') qu'est-ce qu'on peut dire encore ?,,, pas d'idée ?
V : non
Pr: vous avez dit il y a une homothétie de centre I qui transforme A' en B' et A en B, c'est vrai maintenant si on fait intervenir (CC') qu'est ce qu'on peut dire ?
M : ben avec J
Pr: oui une homothétie de centre J qui transforme
M : C en B

Pr: et C' en B'
M : et avec K pareil
Pr: hein ?
M : et avec K pareil
Pr: oui avec K pareil
N : et aussi qui transforme B en A'
Pr: oui il y a effectivement aussi une homothétie qui transforme B en A' et B' en A mais est-ce que c'est naturel de penser à celle-là ? c'est vrai ... pourquoi est-ce qu'il est plus naturel
N : c'est pas la même
V : on ne connaît pas son centre
Pr: voilà, tandis que là le point I il est quand même particulier puisque c'est l'intersection des droites (AB) et (A'B') ...... pour celle dont tu parles il faudrait prendre l'intersection de (A'B) et (AB') qui n'interviennent pas naturellement dans l'énoncé donc c'est plutôt celle de centre I et puis une autre de centre J et une autre de centre K ... ça vous rappelle pas une propriété d'alignement ça ? .... je vous laisse avec ça

N : le problème reste entier
M : *ouais ... avec les calculs avec les trois homothéties ça peut pas marcher à ton avis ?*
N : *mmmm je vois pas tellement où des calculs peuvent mener*
M : ben tu écris des rapports
N : *pour l'alignement*
M : *ben si quand tu as des vecteurs qui sont colinéaires ils sont alignés ... euh non ... si, si il y a un point commun ... à mon avis il faut faire*
N : **eh, on peut utiliser aussi bien I que K**
M : oui elle a dit il faut utiliser les trois homothéties
N : on peut déjà les écrire

HS

V : **la propriété mais c'est peut-être une bêtise c'est peut-être que l'homothétie transformant A en B et A' en B' on a I, A, B qui sont alignés et I, A', B' qui sont alignés d'accord et I est aligné aussi avec les milieux respectifs de [AA'] et [BB'] je sais pas si ça c'est le truc ... la machine du trapèze**
N : **non ... tu vas pas me dire que le milieu c'est là ?**
V : **ben si, il est aligné ma cocotte, on avait fait un exercice là-dessus une fois**
N : non je croyais que tu parlais du milieu de ça
V : **je vois pas ce que ça pourrait faire là-dedans**
M : oui J n'est pas obligatoirement sur la droite des milieux
V : non ... il y est pas du tout d'ailleurs
M : parce que moi sur mon dessin il n'y est pas

HS

M : ah ouais, je m'en souviens ... quand on compose deux homothéties le centre de la nouvelle homothétie est aligné avec les deux autres
V : ah bon ?
M : oui c'est ça oui parce que regarde
N : tu as entendu les autres qui disaient h rond
M : **non je te jure regarde c'est ça quand tu prends tu composes, voilà il suffit de choisir les bons points tu as I attends regarde t'as B,**

t'as A qui se transforme en B, A' en B' ensuite tu prends K, tu as B qui se transforme en C non tu as A qui se transforme .....
V : après tu prends J ça te fait B en C et B' en C' donc
M : voilà c'est ça
V : h_1 rond h_2 transforme A en C, A' en C'
M : voilà et comme tu sais que K donc dans l'homothétie de centre K enfin moi j'ai fait comme ça tu as B qui se transforme en C et B' en C' oui c'est ça ... on a fini un exercice
V : oh !
M : hein ?
V : rien
M : et on a .... ouais
N : tu peux m'expliquer ?
M : regarde, par exemple tu considères l'homothétie de centre euh, attends qu'est-ce que j'ai fait regarde tu considères d'abord cette homothétie de centre K qui transforme C en A et C' en A' ensuite tu considères l'homothétie de centre I qui transforme A' en B' et A en B et tu sais que si tu composes les deux homothéties le centre de la nouvelle homothétie est aligné avec les deux autres or tu sais que dans l'homothétie de centre J tu as B qui se transforme en C et B' en C' et là tu as la même chose avec les deux autres tu as compris , non ?
N : si, si... ben dis-le à la prof
M : attends, j'attends qu'elle ait fini .... madame ?

HS

M : on avait pensé quand on compose deux homothéties on a vu que le centre
Pr: c'est ça, c'est ça
M : on a vu que si par exemple on prend l'homothétie de centre K qui transforme C en A et C' en A', ensuite on compose par l'homothétie de centre I qui transforme A en B et A' en B'
Pr: oui
M : ben ça revient au même de il faut montrer que ça revient au même que l'homothétie de centre K
Pr: c'est ça ,,, et comment est-ce qu'on conclut à l'alignement ?
V : ben
M : on sait pas, on n'a pas le droit de dire que le centre de la composée est aligné avec les deux autres ?
Pr: si c'est un théorème du cours
M : on a le droit de le dire ?
Pr: oui, tout à fait ,,, alors vous l'avez un peu rédigé ?
V : non
Pr: c'est comme ce matin avec les similitudes, pour que ce soit bien on comprend la notation mais ça aide quand même de dire que I est fixe, I donne I, tu vois N, là tu peux mettre I donne I car c'est une information quand même sur l'homothétie h_J c'est pareil ,,, dans la composée on a A donne C, A' donne C' et son centre est aligné avec I et J or h_K transforme les deux points A, A' en C, C' donc c'est la même euh ,,, il faudrait bien éclaircir le fait que c'est la même homothétie ,,, alors qu'est-ce que vous savez de h_J rond h_I ?
M : c'est une homothétie de rapport le premier k fois le deuxième k
Pr: ou bien
M : une translation
N : mmm
Pr: alors comment on vérifie que dans ce cas avec l'énoncé qu'on a ce n'est pas une translation
M : ben on a ,,, les deux droites sont sécantes
Pr: c'est ça
M : les deux images sont

Pr; c'est ça si on avait une translation on aurait un parallèlogramme alors ici on a supposé que les droites étaient sécantes donc c'est une homothétie de centre ... de centre N. ?

N : je sais pas parce que j'ai pas pris le même .... j'ai h_K rond h_I

Pr; bon alors ton centre dans ce cas-là ?

N : c'est J

Pr; oui mais si tu veux tu as ici que la composée de tes deux homothéties transforme B en C et B' en C'

N : mmmm

Pr; il s'agit de prouver que c'est la troisième

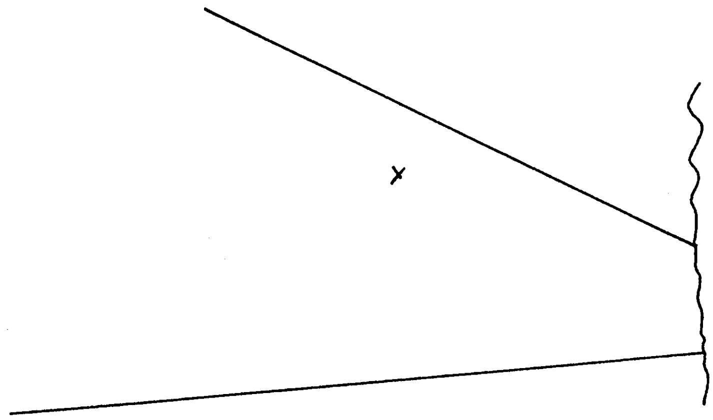
N : ben je dis que le centre de cette composée est le point d'intersection de (BC) et (B'C')

Pr; c'est ça et donc nécessairement ...

N : c'est J

Pr; alors on a donc affaire à la composée de deux homothéties qui n'est pas une translation donc c'est une homothétie de centre J et d'après le théorème que M. a cité les trois centres sont alignés ... on pourrait même à la limite se dispenser de dire que c'est h_J c'est la composée de deux homothéties les trois centres sont alignés ; pour dire que c'est vraiment J, quand on a deux points et leurs images ça définit une et une seule homothétie, vous vous souvenez de ça parce que son centre c'est forcément l'intersection et son rapport est déterminé puisque le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ c'est k fois le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ il y a unicité.

ENONCE : Pr : sur une feuille qu'on puisse ramasser à la fin, une pour chaque groupe, tracer deux droites non parallèles et qui se coupent en dehors de la feuille de papier ; vous prenez un point de la feuille et on vous demande de construire à la règle et au compas la droite qui joint le point qui est sur votre feuille au point d'intersection des deux droites.



HS (discussion à propos de l'enregistrement, Pi: 1, 2, 3, 4 ...)

P : on l'avait fait ça
Pi: ouais, tu te rappelles on l'avait fait
P : ouais
Pi: on l'avait fait je me rappelle
P : <u>oui, une méthode, je me souviens un petit peu</u>

Pr: vous, vous l'avez déjà fait mais c'est pas grave
P : il faut trouver plusieurs méthodes
Pr: dés que vous avez trouvé une méthode, vous m'appelez pour que je vérifie et si vous avez des questions vous m'appelez

P : on l'avait fait de huit manières différentes je crois, tu te rappelles, il y avait une histoire de .... on trace les droites orthogonales à chaque droite ..... euh .... on en trace d'autres
Pi: c'est quoi ?
D : mmmmm
Pi: un dessin, O.K.
P : ça va pas
Pi: je comprends pas
P : c'est mieux je ne connaissais pas
Pi: faut prendre un point, c'est ça ?
P : un point qui est sur la feuille
Pi: faut prendre un point déjà
P : si je prends le point ici ..... à la règle et au compas, on peut tracer des perpendiculaires ?
D : oui
P : on a une droite comme ça, un point M ici est-ce qu'on peut tracer (MH)

?
Pi: si tu prends un cercle qui passe par M, qui coupe la droite
P : mmmmm ..... et après on prend le milieu et ça le milieu on sait faire
Pi: si on prend un cercle, on prend le diamètre avec le point, si ça coupe la droite
P : voilà
Pi: ce point-là .... ce point-là
P : il y a pas d'histoire de diamètre je pense pas

HS

P : est-ce que c'est vraiment le milieu ?
Pi: tu as pas une idée de machin ?
P : ouais, c'est le milieu, comme tu dis avec le cercle de centre M il coupe D en deux points et le milieu de ces deux points, c'est le pied de la hauteur issue de M et pareil pour l'autre
Pi: ouais, mais attends, si c'était pas une histoire de truc, en optique
P : pour faire .... avec l'image ouais, l'image virtuelle
Pi: ouais c'est ça
P : *on fait comme si on avait un miroir et on trouve la symétrie par rapport au bord de la feuille*
Pi: quoi ?
P : *symétrie par rapport au bord de la feuille*
Pi: *ouais*
P : **et on remarque que le point d'intersection des symétriques ça va être le symétrique du point d'intersection**
Pi: **le point d'intersection des symétriques**
P : **si on arrive à tracer les symétriques on s'imagine en fait les symétriques de ces droites-là par rapport au bord de la feuille et elles se coupent**
Pi: **elles se coupent là**
P : **on trouve un point I et I c'est le symétrique par rapport au bord de la feuille du vrai I**
Pi: tu crois que c'était comme ça ?
P : je sais plus mais
Pi: ça va pas marcher, moi je disais si tu traces un point M si tu prends la droite, celle-là, et puis celle-là
P : ouais
Pi: ça marche pas
P : ben si
Pi: non ..... **ah ben ouais, si, si, un truc comme ça regarde, on avait le point M, je le prends à l'intérieur, on trace une droite, n'importe laquelle, qui coupe les deux autres droites, tu traces la parallèle à côté et faut essayer de trouver le même rapport, tu mets le M à la même hauteur**
P : **en faisant quoi ? on fait des hauteurs , on fait la parallèle ?**
Pi: **oui, regarde comme ça, tu fais ça, tu as deux droites, tu prends ton point M ici d'accord ? tu traces une droite là tu prends la parallèle ici, tu prends le point qui est à la même hauteur, c'est la même hauteur**
P : **ouais**
Pi: **tu traces la droite, normalement ça doit couper les, elles ont même intersection cette droite-là et cette droite-là**
P : **ouais**
Pi: **et ça c'est la droite (MI), c'est ça qu'on nous demande, construire la droite (MI)**

P : **ouais**
Pi: **à la règle et au compas**
P : est-ce que à la règle et au compas on peut ... ?
Pi: c'est ça
P : on peut pas rapporter les distances
Pi: non
P : on avait buté sur ce problème-là
Pi: il y avait plein de méthodes en plus .... *t'as fait par Thalès ?* **si on arrive à trouver le point qui est à la même hauteur on a la droite c'est ça** hein ?
P : mmmmm
Pi: parce que là on a un problème ... parce que à la règle et au compas .... à mon avis il y a un autre truc
....
Pi: ça marche ton truc-là ?
P : **je me souviens plus, je savais qu'on partait comme ça, après cette droite-là, on mène une parallèle comme ça, n'importe où, après on va trouver un point d'intersection ici et la droite (MI) ça sera cette droite, M je sais pas quoi**
Pi: ouais
P : il y avait quelque chose comme ça, je sais même plus comment on le justifie
Pi: tu as pris une droite parallèle à quoi là ? à ça ,
P : **à ça, (MH) si ça c'est D' ça c'est H' après on fait une parallèle à (MH') passant par je sais plus quoi**
Pi: **attends ... ton truc là .... ah si j'ai trouvé, je crois que tu fais une droite comme ça**
P : mmmmm
Pi: **d'accord ?**
P : vas-y si tu peux
Pi: tu prends cette droite-là, tu fais la parallèle ici
P : passant par ce point-là ?
Pi: **je crois, ou passant par ce point-là ? par celui-là voilà, oui c'est ça et puis tu vas tracer une droite parallèle à celle-là ... si on trace cette droite-là faudrait essayer de retrouver la même configuration que ça**
P : **ah ouais**
Pi: tu vois ce que je veux dire ? attends j'essaie de faire le truc sur mon dessin .... si, si, voilà ça y est c'est bon
P : et passant par quoi ?
Pi: voilà tu prends une droite
P : HH' ouais
Pi: tu vas tracer
P : la droite parallèle
Pi: la parallèle à (HH') ici comme ça qui passe par ce point-là
P : ouais comme ça
Pi: O.K. ? déjà on a celle-là et maintenant celle-ci tu fais parallèle à celle-là
P : toujours passant par ce point-là d'accord ?
Pi: tu vas obtenir le point M'
P : ah !
Pi: O.K. ?
P : ouais
Pi: ouais c'est ça, on en a déjà une, attends je crois que ça passe, ça doit passer normalement oui ça marche ou pas ? je sais pas

P : attends
Pi: ça marche pas trop
P : si ça a l'air .... oh ! c'est parce que nos parallèles ne sont pas parallèles, ouais
Pi: ça va marcher
P (à un autre groupe) : c'est avec des perpendiculaires, ça fait ce genre de truc là, c'est dur à expliquer c'est de la bidouille
Pi: j'essaie de faire un dessin
P : maintenant il faut montrer que ça marche
Pi: j'essaie de voir si ça marche et si, après c'est facile, *tu expliques ça par Thalès ...* ça me dit pas si ça marche ..... mon dessin est super précis ..... ça marche pas
P : ah bon ?
Pi: non ça marche pas
P : pourtant ....
Pi: ah si, si, si, ça marche ..... alors pour l'explication ! .... **Thalés ... on prend une droite qui passe par M**
P : **ouais**
Pi: **ouais, toi t'as le point à l'extérieur .... c'est pareil on trace une autre droite, t'as ton point M', une droite qui passe par M, la parallèle qui passe par M', tu dis que des rapports sont forcément égaux**
P : moi j'ai pas le même rapport
Pi: **c'est pareil ... sur (HH') sur la droite qui passe par M, on va avoir M qui a la même position**
P : **ouais**
Pi: **tu vois tu prends ton point M, tu vois, tu projettes sur les deux droites d'accord ,**
P : mmmmm
Pi: ça donne une droite comme ça, d'accord ? **tu traces comme ça, entre H et H' n'importe où tu traces la même droite, la parallèle pardon, parallèle à celle-là, ces deux points-là**
P : mmmm
Pi: **ensuite de là tu prends la perpendiculaire à la droite d'accord ? ici là tu prends du point-là la perpendiculaire ... elles vont se couper en un point A' et quand tu vas tracer (AA') ça va passer par I alors tu m'expliques comment ça va donner ton truc parce que là A il a une position donnée, d'accord ? par rapport à A et B et le point que tu vas trouver là il va avoir la même position, le rapport il va être conservé tu vois ? forcément je pense ......** attends on va peut-être lui demander si c'est ça
P : ça a l'air bon, on trace la parallèle à (HH') passant par ce point-là on trace la parallèle à (MH) passant par A, la parallèle à (MH') passant par A'

HS

Pi: on va trouver un autre truc
P : tu l'as expliqué ?
Pi: non .... après ça doit marcher normalement
P : ça marche
Pi: bon on lui demande ?

Pi: on se rappelle plus trop
Pr: mais il faut rechercher, c'est pas grave
Pi: on en a trouvé deux, on prend un point M, on projette

Pr: donc c'est celui-là qui est quelconque au début
P : oui mais moi je l'ai mis à l'extérieur
Pr: toi à l'extérieur et lui à l'intérieur c'est très bien
Pi: et euh ,... on projette sur ...
P : D et D'
Pi: ensuite on prend la droite (HH'), on trace la parallèle à (HH') n'importe où
P : passant
Pr: une parallèle
Pi: une parallèle à (HH'), on va obtenir deux points H_1 et H_1', de H_1 on trace la perpendiculaire à (MH), on va obtenir un point M' euh ,..... on dit que la droite (MM') passe par I
Pr: oui c'est vrai
Pi: euh ,.... au début je voulais partir par Thalès, une droite parallèle on prend une droite, une fois qu'on a ce dessin on prend une droite euh ... qui passe par M, on trace la parallèle passant par M' et euh ,... ils sont situés dans le même rapport des longueurs
Pr: ah ?
Pi: c'est-à-dire que si on a une droite qui passe par A, B
Pr: oui ?
Pi: on va avoir AB/AM égal à
Pr: A'
Pi: oui A'B'/A'M'
Pr: et en vertu de quoi ?
Pi: voilà c'est ça
P : non, non
Pi: non, c'est pas ça ?
P : non sûrement pas
Pr: c'est vrai mais
Pi: oui c'est vrai
Pr: mais en vertu de quoi ?
Pi: mais avec la droite orthogonale
Pr: mais tu pars d'une droite quelconque
Pi: des droites orthogonales avec les projections de M .... c'est l'ensemble, dans ma tête on mélange tout et puis ça donne ça
Pr: c'est vrai que ça marche mais euh, tu m'as dit qu'au départ tu pensais à Thalès avec les droites parallèles, mais est-ce que là tu vois comment appliquer Thalès ?
Pi: ben oui, avec les droites parallèles
Pr: mais il en faut combien ?
Pi: deux
Pr: pour Thalès ? .... écoute ... on l'a revu la semaine dernière
P : il en faut trois
Pr: oui, il en faut trois, et il en faut deux dans quel cas il suffit de deux ?
P : avec les homothéties
Pr: dans un cas où avec les homothéties en fait c'est bien mieux
P : dont on cherche le centre
Pr: voilà, maintenant que tu as l'idée reprends ta figure et ça marche très bien

P : on appelle A et B les ... par exemple en couleur les points d'intersection comme ça si on prend une droite quelconque
Pi: d'accord
P : A et B, et puis là A' et B'
Pi: mais attends, elle a dit que ça marchait pas notre truc
P : ça ?
Pi: **je veux dire il faut prendre avec des homothéties**
P : **ouais, d'accord, oui vaut mieux qu'on ait donné des noms**
Pi: oui O.K.

....
P : on a montré qu'il y en avait huit mais
Pi: **qu'est-ce que tu prends comme homothétie ?**
P : **qui transforme A en A', on va montrer qu'elle transforme B en B' et M en M', à ce moment-là on a réussi à** ....
Pi: on a fait le plus gros, on a déblayé
P : si elle transforme A en A' est-ce qu'elle transforme B en B' eh bien oui parce que la droite (AB) est parallèle à la droite (A'B') et que B et B' sont chacun sur D'
Pi: oui
P : par définition, bon
Pi: faut que j'explique la droite (AB)
P : c'est marrant j'ai pas l'impression, il est archi faux
Pi: c'est vachement important, d'un millimètre j'ai trouvé que d'ici ça arrivait là
P : ça change sur les grandes distances ... oui je décale un peu je vais mettre des gros points ...... ah oui ! .... ah ! ce que je me demande c'est comment on fera pour relier avec M et M'
Pi: ben ça transforme A en A', B en B' ou le contraire ... d'accord ,
P : oui
Pi: elle va transformer (A'B') en (AB), elle va transformer
P : ah ben oui donc c'est les mêmes droites
Pi: attends là il y a une histoire de rapport
P : M appartient à (AB) donc h(M) appartient à h(AB) c'est-à-dire (A'B')
Pi: mmmm
P : on sait que M' est là-dessus, il faut savoir que M est ... M ben oui il est sur une autre droite
Pi: **attends, on montre pas du tout là en fait**
P : en fait on va savoir que M' appartient à (A'B') et il faut montrer en plus que M' appartient à ...
Pi: (MM') passe par I
P : ouais mais on faisait souvent avec deux droites on dit un point appartient à une droite donc son image appartient à la droite image et on fait pareil avec une autre droite
Pi: tu prends un autre truc ? il y avait un truc avec des choses comme ça
D : *la cocyclicité ça peut pas marcher ?*
Pi: *oui sûrement*
D : **en disant que deux côtés sont perpendiculaires, en ce point-là on trace les deux perpendiculaires aux deux côtés-là**
P : oui
D : ces deux points-là, ce point-là et l'autre sont cocycliques puisqu'il y a deux angles de 90° ici
Pi: oui
P : deux angles droits non consécutifs
Pi: **et puis ?**
D : **donc ils sont cocycliques et par cocyclicité je peux enfin ....**
Pi: **attends, attends, je vois pas trop .... un angle droit là, un angle droit là**
D : **ouais**
P : ouais, on connaît, c'est pas bête du tout
Pi: **il en manque un autre**
D : **et celui-là ça en fait trois , avec les trois premiers je peux faire le quatrième**
P : **oui mais le problème c'est que quand il est au milieu ça marche, les**

<u>**angles droits ne sont pas consécutifs mais comme dans ma figure mon point est à l'extérieur donc mes angles droits ils se suivent**</u>
Pi: <u>**ça va pas réussir parce que si ça passe par là, sinon c'est pas bête**</u>
P : <u>**et à ce moment-là le point I c'est l'intersection de ce cercle avec l'une des deux droites**</u>
Pi: <u>**ouais, ouais**</u>
D : <u>**voilà c'est ça**</u>
P : ouais ben
Pi: ça marche
P : c'est bien ça
Pi: on appelle la prof
P : j'y pensais pas parce que vu mon dessin j'ai deux angles droits consécutifs
Pi: ouais
P : faudrait lui demander si
Pi: madame !

Pr: j'arrive !

Pi: <u>**si on peut appliquer le même raisonnement quand on a le cas de cette figure-là**</u>
D : <u>**ouais**</u>
P : on va voir
Pi: attends
P : <u>**sûrement,**</u> il y a pas de raison

Pi: il y a D. qui a trouvé un truc
Pr: ah, D., qu'as-tu trouvé ?
D : euh ...
Pr: est-ce qu'il vous a convaincus d'abord ?
P : oui
Pr: c'est très bien, alors ?
D : en prenant un point n'importe lequel euh on trace les deux perpendiculaires, ici deux angles droits non consécutifs
Pr: oui
D : j'applique la cocyclicité et donc le cercle, l'intersection avec les deux droites
Pr: voilà
D : c'est mon quatrième point
Pr: comment tu construis ta droite ?
D : en reliant deux points
Pr: lesquels ?
D : celui-là et celui
Pr: et celui que tu connais pas, vous pouvez pas le faire
Pi: ah oui !
P : on le voit pas
Pr: on le voit pas, c'est ça le problème, on peut très bien utiliser cette propriété
Pi: il doit y avoir un truc
Pr: il faut un troisième point puisque là le deuxième tu le connais pas, alors à partir de cette remarque il y en a un troisième qu'on peut faire apparaître sur la feuille
P : en utilisant ce cercle ?
Pr: oui, oui, un point qui a un rapport avec le cercle
P : son centre
Pr: son centre bien sûr
P : il est pas forcément sur la figure

Pr; c'est vrai mais s'il est sur la figure ?
Pi; ah oui c'est ça
Pr; est-ce qu'il est aligné avec les deux autres ? D, tu hoches la tête, pourquoi ?
D ; euh ... quadrilatère c'est un ....
Pr; oui mais pourquoi le centre du cercle circonscrit est sur la droite-là ? alors vous allez chercher
P ; d'après l'orthogonalité
Pr; oui
P ; la droite orthogonale c'est une tangente au cercle, ah non, non, non
Pr; vous allez chercher à répondre à cette question-là et ensuite vous réfléchirez au cas où le centre n'est pas sur la figure, sur la feuille de papier ; d'abord pourquoi est-ce qu'il est aligné et ensuite dans le cas où il n'est pas sur la feuille
P ; et est-ce qu'on peut appliquer cette cocyclicité, ici dans le cas où les angles droits ont l'air consécutifs ?
Pr; je ne comprends pas
P ; quand le quadrilatère MCC'I les deux angles droits sont consécutifs ici
Pr; je ne comprends pas, ah ! parce que ton point M il est en dehors
P ; voilà, quand il est en dehors ça marche pas
Pr; ça dépend quand tu dis "consécutifs" qu'est-ce que ça veut dire ?
P ; ça dépend dans quel sens on voit, dans quel ordre
Pr; énonce-moi tes points du quadrilatère, comment il est fabriqué pour avoir des angles droits ?
P ; des angles droits ...
Pr; alors ?
Pi; ils sont inversés c'est tout
P ; à ce moment-là c'est un quadrilatère croisé
Pi; mmmmm
Pr; voilà c'est ça, ce point I
P ; ah oui ICM'C'
Pr; dans ce cas-là tu as aucun angle droit si tu dis ça
P ; euh, si, entre I et C, M' et C'
Pr; oui entre I et C, d'accord il y a un angle droit
P ; et après on retourne
Pr; on retourne voilà, ils sont bien non consécutifs et ça marche
P ; on le prend croisé
Pr; en fait ça veut dire que tes deux triangles rectangles sont du même côté de l'hypoténuse
P ; ah voilà
Pr; ils sont quand même non consécutifs
Pi; oui

P : dans ce genre de figure-là
Pi: moi je suis en train d'expliquer l'autre, bon alors
P : tu as trouvé une deuxième droite sur laquelle serait M' ?
Pi: quelle deuxième droite ?
P : **on sait que M appartient à (AB) donc M' appartient à (A'B') mais il faudrait trouver une autre droite pour bien fixer M'**
Pi: **voilà c'est ça**
P : une droite qui ......
Pi: **mais si on suppose que ça, ça passe par I, après il faudra faire une réciproque, si on prend**
P : M est sur .... ah non c'est idiot
Pi: on part du truc, on dit que ... passe par I bon là et on va trouver une homothétie réciproque et après .... ça marche pas
P : je pensais à quelque chose mais c'est idiot, **M appartient à (MI), donc M' appartient à (M'I'), mais M' n'est pas fixé donc ça va pas ; en**

utilisant les droites ..... ah ben oui .... non ça fixe pas, voilà, là aussi même problème si on dit que M appartient à (MH) c'est évident quel que soit un point on peut dire qu'il appartient ....

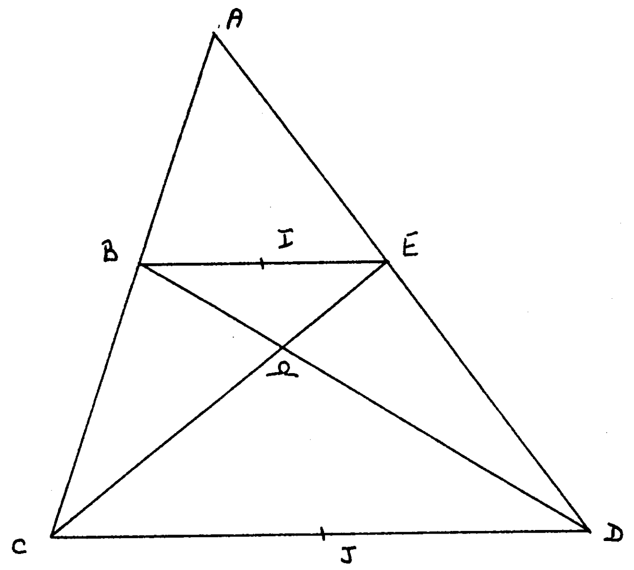
HS

Pi: comment tu fais pour trouver le centre du cercle ?
D : c'est bien, euh .... l'intersection des ...
P : des médiatrices des
D : côtés
P : des deux segments construits avec les trois points connus, médiatrice de ça inter médiatrice de ça, ça donne le centre du cercle
Pi: **là ce qu'il faut montrer c'est que M est l'image de M'**
P : **il faut utiliser une autre droite, là ça allait parce que tu disais que M, M appartenait à une droite bien définie**
Pi: **on a dit qu'on pouvait dire que AB/AM égale A'B'/A'M'**
P : **euh ouais, mais, mais les rapports, des rapports de longueur avec des constructions à la règle et au compas ....**
Pi: non mais je sais pas quand tout à l'heure j'ai dit ça elle a dit ouais c'est ça
P : **avec l'homothétie on verrait que le rapport**
Pi: **mais si on a ça de toute façon si on sait l'égalité des deux rapports .... c'est bon l'homothétie**
P : à ce moment-là on a l'égalité des deux rapports avec le centre et les deux points, il faut .... à ce moment-là on n'a pas besoin de trouver une autre droite qui permet de définir M' ou M .... ouais ça ... le problème c'est que pour euh .....
Pi: si O est sur le dessin et si O n'est pas sur le dessin

SONNERIE

Pi: tu rends ta feuille ?
P : oui je peux rendre la mienne, j'écris dans ce cas ...
Pi: tu parles du truc de D ?
P : j'explique un peu ...... médiatrice des segments .... des segments ....
Pi: [MA], [MB]
P : [M'C] et [CC'], voilà
Pi: tu as pas fait le cas où O appartient pas à la partie visible
P : ah bon ? ah oui, on peut pas le construire, tant pis !

ENONCE : on considère un trapèze, que peut-on dire, d'après la figure, de l'intersection des diagonales, de l'intersection des côtés non parallèles et des milieux des côtés parallèles ? Démontrer la propriété observée, énoncer une réciproque et démontrer cette réciproque.



....
J : ils sont alignés
C : mais après il faut le démontrer
Ce: *il y a Thalès mais*
C : **oui mais t'as pas Ω dans Thalès, pour ces trois-là ça va, mais t'as Ω aussi**
J : **oui**
Ce: **oui**
C : ces trois-là alignés, puis ces trois-là alignés avec le milieu des médianes
J : qu'est-ce que tu as mis là ?
C : BE sur BA, c'est les
Ce: t'as trouvé quelque chose, toi ? Tu penses à quoi, toi ?
C : l'aire de ce triangle-là égale celle-là et pareil là *c'est ce qu'on avait vu l'autre fois*
Ce: *c'est vrai*
C : aire de triangle **je vois pas comment on peut les mettre en rapprochement** et pareil pour ces deux triangles ils ont la même aire aussi
Ce: oui
C : et pareil pour ces deux trapèzes là
Ce: **et comment t'as tiré Thalès, toi ? t'as dit que BI/BA**
C : ça est parallèle à ça et les rapports là sont égaux BI/BE = CJ/CD donc **avec Thalès ça marche c'est la réciproque de Thalès ou le théorème**

je sais plus
J : tu pourrais expliquer ?
C : c'est le théorème de Thalès
J : mais j'ai pas entendu ce que tu as dit
C : la droite (BE) est parallèle à (CD) et que le rapport BI/BE égale CJ/CD et comme c'est 1/2 les rapports sont égaux
Ce: donc A, I, J
C : comme I appartient aux deux droites
Ce: donc A, I, J sont alignés
C : **maintenant il faut pour démontrer I, Ω, J alignés, on aura les quatre alignés, A appartient à la droite (IJ) donc si Ω appartient à (IJ), on aura les quatre alignés**
S : **oui, c'est ça**
J : **comment on sait que A appartient à (IJ) ?** Il faut le prouver déjà
C : c'est ce que je viens de dire, d'après le théorème de Thalès
Ce: Thalès
C : *il faut essayer le coup des homothéties*
S : **de ça tu en déduis qu'ils appartiennent à la même droite ?**
C : qu'ils sont alignés
Ce: d'accord Ω appartient à (IJ)
.....
Ce: **on pourrait pas tracer une droite qui passe par Ω parallèle ?**
J : **je sais pas**

Pr: alors quelle est cette propriété ?
Ce: Thalès
C : on sait que A, I, J sont alignés et maintenant
Pr: oui ?
C : alignés d'aprés Thalès et maintenant il reste plus
Pr: qu'est-ce que vous voulez prouver quand je disais "que se passe-t-il pour les points A, Ω, I, J ?"
C : on pense qu'il sont alignés
Pr: S, aussi ?
S : oui
C : on a déjà montré A, I, J alignés d'aprés le théorème de Thalès
Pr: comment ?
C : vu que la droite (BE) est parallèle à la droite (CD) et que le rapport BI/BE est égal au rapport CI/CD vu que c'est les milieux
Pr: oui
C : et que la droite (CB) et la droite (DE) sont concourantes en A on sait que A, I, J alignés d'aprés le théorème de Thalès
Pr: je voudrais un énoncé de ce fameux théorème de Thalès puisque tu l'utilises si facilement

Ce: je m'en rappelle plus
Ce: je m'en rappelle plus du théorème de Thalès
C : je sais plus si c'est ça ou la réciproque
S : c'est quand on a des droites alignées on fait des rapports, c'est quand on a des droites alignées on fait des rapports
C : si tu as quoi ?
S : non
Ce: et normalement tu as AC/AB, et comme il y a AB/AE et dans la réciproque
J : ouais, ça serait plus ça AB/AC = AE ...
S : c'est ça

J : elles vont pas être parallèles
S : non

Pr: alors ?
S : Thalès, c'est quand on a AB/AC ça va être égal à BE sur ...non
Ce: AE/AD
S : AE/AD
Pr: alors finalement, c'est quoi ?
S : égal
Ce: si on a deux droites concourantes
C : AB/AC =AI/AJ = BI/CJ
Pr: quand tu dis ça, tu parles de quoi ? AB c'est quoi ?
C : c'est des longueurs
Pr: c'est vrai
Ce: mesure algébrique
Pr: quelles sont les hypothèses ?
C : (BI) parallèle à (CJ)
Pr: et quoi d'autre quand tu me dis ça ?
C : concourantes en A
Pr: quoi ?
C : les droites (BC) et (IJ) en A
Pr: donc tu supposes A, I, J alignés
Ce: oui
S : oui
C : ça marche pas
Pr: et d'autre part, qu'est-ce que c'est AB ? ..... c'est en longueur ? qu'est-ce que tu as dit Ce, ?
Ce: mesure algébrique
Pr: avec Thalès, on utilise plutôt les mesures algébriques avec l'inconvénient qu'on n'a plus l'égalité sur des points qui sont pas sur la même droite, ou bien on prend en longueur et on peut encore parler du quotient des longueurs des segments [BI] et [CJ]

C : <u>c'est la réciproque</u>
Ce: <u>je crois</u>
C : la réciproque, je sais plus comment c'est
Ce: moi non plus
C : la réciproque c'est pareil ils sont alignés
Ce: si on a l'équivalence entre les mesures algébriques
C : mesure algébrique de $\overline{AI}$ sur mesure algébrique de $\overline{AJ}$, tu supposes d'abord que A, I, J sont sur la même droite
Ce: la réciproque en fin de compte, si tu avais AB/AC = AD/AE à ce moment-là (BE) est parallèle à (CD) , et (BC) et (DE) concourantes en A, ça doit être ça la réciproque
J : je sais plus du tout
S : et tu ne peux pas dire que, que BE/CD = AB/AC ?
Ce: dire quoi ?
S : BE/CD
Ce: égale quoi ?
S : AB/AC
S : ça sur ça, ça fait ça sur ça
Ce: on a deux droites qui se coupent, parallèles, <u>ça marche pas, je crois pas</u>
C : qu'est-ce qu'il y a ?
J : <u>je partirais du triangle ABE, d'accord ?</u>

Ce: montrer que I est milieu de [BE] ?
C : mais si
J : on nous le dit, tu fais passer une droite par AI , tu la prolonges jusqu'à ce qu'elle coupe (CD) en J, tu nommes ce point J, après tu utilises
Ce: J'
J : J' et tu utilises Thalès et avec des rapports tu essaies de montrer que J est le milieu de [CD]
Ce: J'
J : J' milieu de [CD] donc J=J' et tu auras A, I, J alignés
C : attends
Ce: c'est pas bête ce que tu dis
C : oui, c'est une homothétie de rapport AC/AB
Ce: alors vas-y exploitons ce que tu as dit ..... soit le triangle AEB et I le milieu de BE on trace (AI) et cette droite coupe [CD] en un point
J : J'
Ce: J, c'est ça ?
J : J'
Ce: d'accord J', ensuite tu disais ?
J : on utiliserait Thalès et est-ce qu'on peut arriver à montrer que J' milieu de [CD] donc égal à J ?
Ce: oui on peut
C : on fait ça avec une homothétie
Ce: attends
J : tu peux le faire, je pense, mais je vais te dire je m'en souviens plus des homothéties
C : si, de centre A et de rapport AC/AB et tu auras des droites parallèles, les longueurs sont conservées
Ce: eh là, eh oh ! c'est bon ton truc, regarde ce que t'avais dit à la prof, on a AI, enfin AI/AJ et AB/AC et on a BC et BI et à ce moment-là, t'en déduisais que comment dire... I et J sont les milieux de [BE] et [CD], si tu trouves que J' est le milieu de [CD] comme tu disais, à ce moment-là on a trouvé, on a montré que A, I, J sont alignés, c'est ça qu'il faut faire
C : c'est pareil en faisant autrement avec les homothéties
Ce: bon, alors on applique Thalès ou les homothéties ?
C : les homothéties, je suis sûr que ça marche, Thalès je sais pas si ça va pas
Ce: bon, on applique une homothétie de centre A, et de rapport AC/AB, c'est ça ?
C : ouais
Ce: en distance on fait ça ?
J : et comment tu fais après pour les homothéties ?
Ce: à ce moment-là
C : c'est sûr
Ce: vas-y pousse ton raisonnement jusqu'au bout
C : à ce moment-là, tu obtiendras une droite (CD) qui sera parallèle à la dernière et comme ça conserve les proportions tu auras J milieu de [CD] et A, B, C alignés, A, I, J alignés
J : c'est correct, c'est correct
Ce: bon on y va, vas-y énonce, puisque j'ai énoncé jusqu'à maintenant, vas-y à toi
C : donc milieu, euh ... et alors la droite (BE) deviendra une droite

(CD) parallèle à (BE)
Ce: et alors la droite (BE)
C : h, on appelle h, [BE] donnera [CD] du segment
Ce: d'accord, parallèle à (BE) .... l'homothétie conservant
C : les distances, les proportions
Ce: conservant les proportions, conservant les proportions
C : on aura
J : euh, I milieu de [BE]
Ce: ouais
C : I milieu de [BE] deviendra J milieu de [CD], le milieu de [BE] sera conservé pour [CD] donc
C : on aura I qui devient le milieu de [BE]
S : ça on le sait bien
Ce: mais on va avoir par la même occasion
C : pour montrer qu'on obtient le même triangle
Ce: par la même occasion on aura J milieu de [BD]
S : d'accord oui
C : en fait, ... on aura une autre figure qui sera la même en faisant .... et donc on aura AB/AC = AE/AD on obtient la même figure
Ce: et J milieu de [CD] donc J et J' sont confondus
C : c'est quoi ton J' ?
S : mais on l'a pas noté
Ce: c'était ton point qui était supposé couper ton axe (CD) lorsque ça passe par I
C : mmmmm
Ce: **c'est ça qu'on cherche à démontrer que J = J'**
S : mmmmm
Ce: **donc c'est ce qu'on a fait**
C : oui puisque c'est le milieu
Ce: puisque c'est le milieu
C : on a A, B, C alignés, A, D, E alignés
Ce: et J = J' le milieu de [CD]
C : **c'est pas besoin de faire ça, eh ! en faisant l'homothétie tu auras A, C, B alignés, A, D, E alignés , A, I, J alignés dans une homothétie c'est obligé que tu aies ça, tu auras $\vec{AJ}$ = (AC/AB)$\vec{AI}$, donc ils sont colinéaires donc A, I, J alignés**
Ce: **ouais**
J : **ouais**
Ce: alors t'as dit que $\vec{AJ}$, non
S : $\vec{AI}$
Ce : t'as fait que $\vec{AJ}$ = (AC/AB)$\vec{AI}$ donc $\vec{AJ}$ et $\vec{AI}$ sont colinéaires, d'où, donc A, I, J alignés
J : paf

.... (le groupe étudie le quatrième point) ....

Ce: maintenant
C : maintenant ça marche ..... toujours au même point
Ce: maintenant, maintenant
C : Ω, I, J
Ce: Ω
Ce: **Ω il peut pas s'utiliser comme symétrie, c'est ça ?**
J : ben non
S : ben non

C : *les losanges, non .....*
Ce: **les triangles ?**
C : *les parallélogrammes, non comment c'était déjà ?* les trapèzes, BIJC et IEDJ sont égaux
Ce: égaux ?
C : ouais
Ce: en aire ?
C : ouais
J : Ω
C : et pareil pour les triangles IBΩ et IΩ
Ce: d'accord, mais
C : tous les triangles ..... côtés .... IJ sont égaux
Ce: **qu'est-ce qu'il mesure lui ? .... de toute façon tes histoires d'aires ça sert à rien pour démontrer**
S : **oui**
C : ben c'est une idée que j'ai, c'est tout
Ce: ouais, ben quand même
C : je crois pas que ce soit si idiot que ça
Ce: les diagonales ne se coupent pas en leurs milieux
S : mmm, ça serait bien
C : **ça nous avance plus ça**
Ce: **par contre on peut recommencer à prendre l'angle**
J : **tu pourrais, je sais pas comment prouver, si tu passes une droite là par Ω parallèle**
Ce: **ouais, c'est ça que je pensais**
J : elle sera au milieu entre le truc
Ce: **mener**
C : de quoi ?
Ce: **la parallèle à (BE) ... (CD) ... passant par Ω**
J : **passant par Ω**
C : **pour avoir ton nouveau rapport machin**
J : **nouveau rapport, mais**
C : **montrer que I, ouais**
J : **le problème ça sera de prouver que Ω sera le milieu entre tes deux intersections là**
C : **t'as pas besoin**
J : **ça marche pas ..... si tu mesures c'est le milieu, ça l'est effectivement, mais pour le prouver !**
C : dans une homothétie de rapport autre chose tu aurais le milieu mais pour montrer que c'est Ω c'est plus dur
Ce: **mais seulement quand tu vas tracer ta droite ça va te donner deux points et ces deux points tu sais pas s'ils vont y ...**
C : **si les deux points ils sont bien l'un sur (AC) et l'autre sur (AD)**
Ce: oui ils le sont
C : c'est concourant vu que c'est parallèle à l'autre qui est
Ce: **à ce moment-là tu peux mener**
C : **ce qu'il faut montrer c'est que ce milieu-là ce sera Ω et** ça va être dur
C : *homothétie*

Pr: alors où en êtes-vous ?
C : on a fait autrement avec une homothétie
Pr: oui alors
C : on a pris le triangle ABE et on a pris une homothétie de rapport A, de centre A et de

rapport AC/AB
Pr: alors AC/AB c'est quoi ? AB et AC dans ce cas-là, parce que sans
C : c'est un rapport en distance
Pr: c'est un rapport en distance
Ce: en distance
Pr: bon, alors
C : alors, B donnera C, E donnera D et I milieu de [BE] donnera J le milieu de [CD]
Pr: oui
C : et on aura comme rapport AJ sur ... , sera égal à (AC/AB)$\vec{AI}$ donc $\vec{AI}$ et $\vec{AJ}$ seront colinéaires
Pr: oui, bien, ... euh, il y aurait peut-être une petite chose à perfectionner c'est que quand vous dites que B donne C, et E donne D il faudrait le justifier un peu, C'est peut-être écrit ?
C : non
Pr: c'est assez simple
C : ce segment-là a pour image l'autre segment
J : oui
C : donc ce point
Pr: un ensemble de points a pour image un ensemble de points c'est vrai, mais pourquoi c'est B qui a comme image C ?
C : A, B, C sont alignés
Pr: oui
C : l'intersection des deux droites
Pr: puisque le rapport c'est AC/AB euh, dire que B a comme image C, je suis d'accord
C : l'autre
Pr: E et D il faut une petite explication, vous comprenez ? c'est simple et c'est la bonne, enfin euh, c'est une méthode qui marche bien ; donc ça y est presque, et après vous vous occupez de Ω, puis de la réciproque

Ce: que E donne D, c'est ça ?
S : oui
C : c'est Thalès ce coup-ci, t'as bien A intersection de
Ce: de deux droites coupées par deux droites parallèles
C : segments parallèles, enfin (BE) parallèle à (CD)
Ce: donc à ce moment-là AD/AE = AC/AB
C : oui, parce que
Ce: donc on dit que par Thalès, on a
J : ouais
Ce: c'est AE/AD ou AD/AE
S : AD
C : AD/AE puisqu'on a pris le rapport
Ce: $\overline{AD}/\overline{AE} = \overline{AC}/\overline{AB}$ en mesure algébrique
C : il faut chercher le reste
Ce: Ω
J : autre homothétie dans l'autre sens, on aura Ω comme ça
C : tu prends quoi ?
Ce: tu prends quoi comme repère ?..... t'as rien ?
J : oui
Ce: absolument rien
J : sinon tu prends B comme centre, et puis Ω
Ce: oui, mais tu n'as pas de droites parallèles
C : t'as rien
J : je sais pas
Ce: on trace la parallèle à (BE), (CD) passant par Ω, à ce moment-là, si

on prend l'homothétie AK/AB , il va donner Ω tel que Ω centre de KL
C : **et une fois que tu as ça, tu fais quoi, après ? il faut démontrer que Ω c'est le bon**
J : **oui**
C : **tu trouveras le milieu de ce segment-là, mais il faudra démontrer que c'est Ω**
Ce: **milieu là, puis**
Ce: **ben si puisque tu pars de I à ce moment-là**
C : **oui**
Ce: **puisque tu sais que tu as A, I, J alignés**
C : **tu pars de I et tu obtiens un point qui est le milieu de ça mais démontre que ce point-là c'est le centre des diagonales là, l'intersection des diagonales**
Ce: la pagaille
J : **et si on faisait tout bonnement une symétrie ?**
C : **de quoi ? il y a un centre de rien**
Ce: **oui d'axe oblique**
C : **une symétrie de quoi ?**
Ce: **d'axe oblique**
C : Ω il est centre de rien du tout, et même pas
Ce: **tu veux faire une symétrie d'axe oblique ... !** on a pondu quelque chose **.... on va prendre le dessin dans l'autre sens, on va pas le prendre comme ça**
Ce: Ω c'est pas le barycentre de BEDC
C : non
Ce: affectés de coefficients 1 ,
C : non, puisque c'est pas le milieu de .... non, puisque le barycentre de C, E c'est I, celui de C, D c'est J et on devrait avoir Ω le milieu de [IJ] c'est pas le milieu, c'est le milieu pour un carré, pour
Ce: ouais
C : un rectangle, pour un parallélogramme
Ce: c'est bête ça, **parce que si c'était le barycentre ça nous aurait bien aidés**
C : **ouais, t'aurais le milieu dans ce sens**
J : **mais ça n'y est pas, ouais**
Ce: **faut montrer que les vecteurs $\vec{\Omega I}$**
C : **et $\vec{\Omega J}$ sont colinéaires**
S : **oui**
Ce: = $\alpha\ \vec{\Omega J}$
C : α réel
Ce: $\vec{\Omega J}$ c'est quoi ?
C : justement, on n'en sait rien du tout
Ce: c'est $\vec{\Omega D}$ + $\vec{\Omega J}$, +$\vec{DJ}$
C : **non ...... aucune simplification .... c'est pas du tout ..... t'as pas de milieu ni rien**
Ce: eh ! tu sais que $\vec{\Omega J}$ c'est bien $\vec{\Omega D} + \vec{DJ}$
C : **oui, mais tu simplifieras ça comment ?**
Ce: $\vec{DJ}$ c'est 1/2 de $\vec{CD}$
C : mmmmm
Ce: +1/2 de $\vec{CD}$ donc on va dire que $\vec{\Omega I}$ ça va être $\vec{\Omega E} + \vec{EI}$
C : **pourquoi $\vec{\Omega E}$? ouais, mais**
Ce: mais attends, laisse-moi finir que je m'amuse, I c'est 1/2 $\vec{BE}$
C : tu vas avoir $\vec{\Omega J} = \vec{\Omega J}$
Ce: non, j'ai $\vec{\Omega E}$ = , non c'est pas

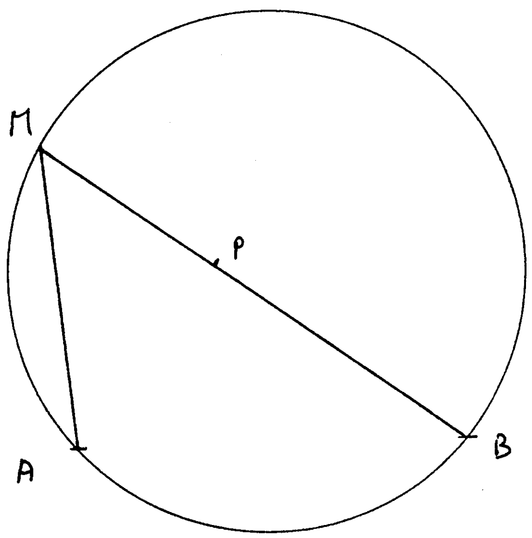
Pr: alors ? ça fait longtemps que je ne vous ai pas vus
C : oui
Pr: alors, soit le triangle
Ce: on n'a pas beaucoup avancé
Pr: ça a l'air très bien, alors, soit le triangle AEB et I le milieu de [BE] on trace (AI) qui coupe (CD) en un point J', on applique une homothétie h de centre A et de rapport AC/AB en distance, et la droite (BE) deviendra une droite (CD) parallèle à (BE) , l'homothétie conservant les proportions on aura I qui deviendra J le milieu de [CD] et donc $\vec{AJ} = AC/AB\ \vec{AI}$ ..... ouais, après, étant donné par Thalès, étant donné que par Thalès on a
J : c'est du français, c'est pas mal
Pr: mais vous avez déjà montré quelque chose
Ce: ouais, mais après Ω euh ...
Pr: il y a quand même ce qu'il y a dans la marge là, B donne C et E donne D et I donne J
J : on a voulu le faire par Thalès
S : oui
Pr: mais B donne C, c'est pas Thalès, c'est quoi ?
J : non, mais
Pr: c'est quoi, quand je dis B donne C ?
Ce: c'est une homothétie
Pr: c'est qu'on a appliqué une transformation qui transforme les points, donc là c'est une homothétie, donc tu prétends que ton homothétie transforme B en C, c'est ce que tu avais dit tout à l'heure, ensuite E en D, je voudrais bien savoir pourquoi ?
J : on essayait de le trouver par Thalès
Pr: ben, oui
Ce: on a puisqu'on a deux droites parallèles qui coupent deux droites sécantes
C : les mêmes rapports
Ce: d'aprés Thalès, on a AC/AB =AD/AE
C : même rapport
Pr: tout à fait
J : parle français
Pr: surtout ta conclusion est là en bas de la page, et la démonstration d'une partie est en haut de l'autre côté .... maintenant énoncez une réciproque et faites aussi avec Ω
S : on l'a fait Ω
Pr: tu l'as fait, toi ?
C : non, mais j'ai vu que les trapèzes IEDJ et IBCJ avaient même aire et pareil
Pr: pourquoi ?
C : la base est la même, la hauteur est la même
Pr: les deux bases
Ce: les deux bases sont les mêmes
C : les deux bases sont les mêmes
Pr: oui, et alors ?
C : euh, avec ça ces deux triangles-là et ces deux-là ont même surface
Pr: et alors ?
C : ben oui, c'est
Ce: on pourrait réappliquer ce qu'on avait vu, je sais pas moi avec les triangles
Pr: on avait fait des raisonnements sur les aires effectivement mais
Ce: c'est pas le plus simple
Pr: c'est pas ça, c'est qu'il faudrait avoir une idée de comment utiliser ces résultats sur les aires
C : oui
Pr: c'est bien d'avoit pensé à cet outil, mais il faudrait
C : concrétiser
Pr: avoir une idée de comment ça va nous aider pour montrer que des points sont alignés

J : Ω
Ce: on va réfléchir ...... Ω c'est pas le centre du cercle ?
J : ah ! tu n'es pas bête, toi
Ce: non, ça va pas

HS

Ce: parle plus fort .... *alors on va faire une construction, moi j'aime bien les vecteurs, je suis sûr que par les vecteurs tu peux y arriver*
C : j'ai trouvé, je crois, attends
Ce: t'as trouvé ? comment tu fais ?
C : attends, il faut que je réfléchisse
Ce: *par les aires ?*
C : non
......
J : on n'est pas doué
Ce: *t'essayes aussi les vecteurs, toi ?*
J : **ça marche pas**
C : *un truc avec les angles, je suppose Ω qui soit*
J : t'as toujours de bonnes idées, mais tu les pousses jamais à fond, alors
Ce: et toi tu dis rien
S : moi je cherche, mais
Ce: c'est quoi, ça ?
J : dès le départ ..... qu'est-ce que tu dis ?

ENONCE : A et B sont deux points fixes d'un cercle fixe C. M décrit ce cercle ; soit P le point de la demi-droite issue de B passant par M tel que BP = AM . Quel est le lieu de P ?



C : et c'est quoi le point de demi-droite ? le point de demi-droite, c'est quoi ? le point de demi-droite ?
Ce: le point de la demi-droite issue de B passant par M et ben c'est la deuxième relation là BP = AM, tu prends un point M de ton cercle tu trouves (BP) et il faut que AM = BP, c'est marrant ça
S : c'est quoi P ?
C : le point de demi-droite ?
S : le point de la demi-droite ?
C : d'accord, de la demi-droite
Ce: ben oui, de la demi-droite
C : j'avais lu " de demi-droite "
Ce: ah, d'accord ! .... AM ..... égale BP, voilà P
C : t'as tracé AM = BP ?
Ce: le lieu de P on cherche ?
C : cercle de centre B et de rayon
Ce: attends, ne sois pas si pressé
S : c'est quoi, P, alors ?
Ce: il suffit ..... P ? .... c'est le point tel que AM soit égal à BP
C : ben, c'est un cercle moins le point B
Ce: attends .... voir .... **tu sais il suffit d'en faire plusieurs**
S : (inaudible)
Ce: c'est pas un cercle
Sy: drôle de forme

C : j'ai du mal parce que ..... change ...
Ce: voilà, c'est bien ce qui me semblait, c'est une droite ..... c'est une droite
Sy: attends
Ce: enfin, en gros
Sy: non
C : hein ? en gros sûrement, mais c'est pas une droite
Ce: écoute, j'ai déjà trois points qui sont alignés, trois points .... soit tu le mets là, soit tu le mets là
C : non, tu les mets toujours du même côté
Ce: attends, c'est la demi-droite [BM) je me suis trompé, c'est du côté de BM, celui-là .... reporté là
S : un cercle
Ce: non, c'est pas un cercle
C : oui, c'est pas une droite
Ce: ben oui, mais
S : ça fait rien du tout
Ce: vous avez trouvé un truc ?
C : c'est très marrant, ça fait bzz, ça fait bzz
Ce: ça fait plusieurs cercles, plusieurs arcs de cercle
S : ça fait rien du tout
Ce: non, c'est marrant, c'est psychique, c'est mignon, c'est
C : on est enregistré
Ce: non, mais c'est vraiment déroutant .... ça fait des tas de bouts de trucs
S : ça fait rien
Ce: mais si ça fait quelque chose, que c'est beau !
Ce: c'est subtil, en fin de compte B semblerait être l'intersection de deux cercles .... les deux cercles que décrit P, regarde
S : ouais, c'est ça, c'est deux cercles
Ce: deux cercles .... et puis ça se voit bien maintenant, enfin deux demi-cercles
C : tangents en B
S : celui-là il va là
Ce: **je vais faire quand M est confondu avec B**
Sy: (inaudible)
S : c'est bizarre, tu as des points P
Sy: il s'amuse à quoi là ?
Ce: c'est ça, c'est ça, ouais c'est beau
S : vas-y trace
Ce: je sais pas, tu as un centre qui se trouve par là, crac, et tu en as un autre qui fait crac, tu as vu ?
C : mmmmm
Ce: c'est superbe, c'est un beau dessin
S : ce point-là, il va sur lequel des cercles ?
Ce: ce point-là ? il est sur celui-là, crac, voilà un autre, crac, et les deux cercles sont tangents au point B .... je crois .... tu as trouvé que les deux cercles étaient tangents en B ?
C : au point B
Ce: ouais
S : pas tellement
Ce: eh ben, maintenant pour trouver le centre *! le centre de ces cercles est en rapport avec quoi ? en tout cas, B, eh, regarde !*
C : (inaudible)

Ce: B est le centre de ce cercle-là
C : **mais ça sert à rien, c'est pas un cercle ça**
Ce: c'est pas un cercle ?
C : tu as un petit cercle là et un autre
Ce: je te dis que B est le milieu de
C : ben oui, heureusement
Ce: c'est-à-dire que ces deux cercles sont inscrits dans un cercle de centre B et de diamètre AB, de rayon AB
C : non, il va dépasser
Ce: ces deux cercles sont inscrits
C : il va dépasser, celui-là
Ce: ils peuvent pas aller plus loin, c'est deux demi-cercles
C : cette distance-là est supérieure à cette distance là, donc il est pas inscrit dedans, ben oui parce que le point, le point
Ce: c'est pas logique
C : le point M du diamètre c'est pas M = B
Ce: ouais, ben attends, attends, c'est pas logique normalement on doit avoir .... ah, ouais, c'est bon
S : diamètre ..... regarde .... B
Ce: si on a le point M ici, très bien, ... j'ai été trop rapide
S : ça marche pas ton truc
Ce: si, si, c'est deux demi-cercles, <u>mais il faut le prouver</u>
C : il y a pas deux demi-cercles, c'est deux portions
Ce: enfin, ouais, des portions .... elles forment un cercle
C : mmmm, ça fait un cercle
Ce: eh, en tout cas, t'as pas de droite là, parce que ça fait, regarde, d'un seul coup, boum ça revient, tu as vu ? ça fait
C : et alors ?
Ce: ça fait pas un vrai cercle
C : si c'est un cercle .... regarde tu traces ça
Ce: attends, je trace
C : regarde, ... eh .... là aussi ça revient le cercle
Ce: ouais, c'est vrai ... crac ... mais pourquoi on obtient ça ?
S : c'est bizarre parce que .... non, non, non
Ce: qu'est-ce que tu fais ?
C : je trace le cercle
Ce: lequel ?
C : le cercle
Ce: <u>**comment tu as trouvé son centre ?**</u>
C : <u>**comme d'habitude**</u>
Ce: <u>**en faisant quoi ?**</u>
C : <u>**en faisant les médiatrices machin**</u>
Ce: quel triangle ?
C : les médiatrices, c'est pas un triangle, c'est un segment
S : moi, je trouve pas le deuxième cercle
Ce: si, si, tu as deux cercles, enfin deux portions de cercle
S : (inaudible)
Ce: à partir du moment où tu dépasses AB t'as
S : oui
Ce: t'as une seconde portion de cercle
S : là je suis d'accord, là .... ah si d'accord comme ça
Ce: donc la médiatrice comme ça
S : ben ouais
Ce: la médiatrice de quoi tu prends ?

C : de n'importe quel
Ce: de n'importe quels points du triangle ?
C : sur le cercle ..... le rayon perpendiculaire à chaque
Ce: c'est vrai, il fallait me le dire .... au milieu les perpendiculaires .... voyons voir ..... bon
Sy: t'as beaucoup de points
S : comment ?
Sy: tu as que quatre points P
S : il est fixe B
Sy: tu as M, plein de points M et quatre points P
S : quoi ?
Sy: tu as sept points M et quatre points B
Ce: zut
Sy: tu as six points M
S : mais non
Sy: comment ça se fait ?
S : je trouve complètement dans l'autre sens, c'est pas normal
Ce: ils ont le même rayon ?
C : oui
Ce: oui, euh, normalement c'est ça tu les trouves de même rayon
C : c'est le rayon du cercle aussi, du cercle de départ
S : c'est bien AM qui est égal à BP ?
Sy: je comprends pas
C : j'ai trouvé le truc
Ce: **c'est vrai qu'en ayant les centres tu arrives à mieux voir**
S : c'est pas normal
C : regarde ce que j'ai trouvé
Ce: attends, j'arrive .... voilà ... ça y est ... c'est une rotation *y a pas une histoire de rotation ?*
C : diamètre
S : il y a un problème
Ce: t'as pris l'intersection avec le cercle ?
C : attends .... c'est normal
S : pourquoi ?
Ce: ça passe par O ?
Sy: tu les as toujours dans ce sens-là
S : mais non .....AM = BP
Ce: mais ici il y a O' et ici il y a O, mais si regarde il est translaté le diamètre
Sy: mais c'est la demi-droite issue de B passant par M, donc c'est par là
Ce: t'as vu ?
C : heureusement
Sy: le problème
C : regarde, ce qu'il y a ..... c'est pas translaté du tout, ce machin-là, ça c'est pas .... attends
Ce: ça ?
C : tu le tires de la perpendiculaire en B, la tangente en B
Ce: je ne parle pas de la tangente en B, c'est pas parallèle à ça, non je te parle de OO'
S : la demi-droite issue de B passant par M, c'est pas ça
Sy: eh ben
C : regarde le point-là, cette droite-là
Ce: mmm

C : le cercle, il passe par l'intersection des deux cercles, tu te rends compte que ça, c'est le côté de l'arc $\widehat{AB}$ qui est
S : (inaudible)
C : symétrique
Ce: ouais
C : pareil de l'autre côté, donc en fait ce machin
Ce: c'est deux symétries
Sy: oui, ben alors
S : qu'est-ce que tu racontes ?
Ce: <u>faut montrer ce que c'est aussi</u>
C : <u>faut montrer pourquoi et tout</u>
Ce: ouais ..... tu sais ce que je vais faire je vais ...
C : <u>il faut montrer aussi comment on trouve ces deux droites-là perpendiculaires</u>
Ce: hein ?
S : ben refais-le en recommençant
Sy: AM
Ce: ah, ça y est
Sy: B
S : tu prends un point M là
Ce: **mais pourquoi ces deux droites-là ?** et regarde
C : tu prends (AB), tu traces la perpendiculaire qui, le diamètre perpendiculaire à (AB)
Sy: oui
C : t'obtiens les deux points clac, clac et ça marche
Ce: tu traces
C : si c'est ça
Ce: tu dis que tu traces .... passe-moi du rouge .... le diamètre
C : et là B c'est l'image de A par rapport à .... c'est comique ça
Ce: c'est vrai que c'est perpendiculaire
C : **non, ça marche pas trop**
Ce: **ouais, mais c'est bien beau de démontrer tout ça**
C : oui
Ce: **mais seulement pourquoi les images de ce point M tel que AM =** BP **c'est deux cercles ?**
C : **oui, ben faudrait démontrer aussi .... voir ce qui marche**
Ce: parce que là je suis d'accord avec toi, il n'y a pas de problème, **<u>tu définis un triangle rectangle, tu peux faire des symétries,</u> mais le seul ennui c'est savoir pourquoi c'est ce point B particulièrement qui**
C : **je sais bien**
S : (inaudible)
C : regarde, ces points je vois pourquoi, tu prends M ici ..... puisque AM = AB
Ce: oui, d'accord
C : et puis c'est pareil aussi
Ce: ils sont isocèles
C : mais non, ils sont pas isocèles
Ce: si AM = MB si, si
C : ah, oui
S : si, c'est bon, c'est possible
C : attends, quand il s'éloigne de là
Sy: attends ... continue
S : on peut avoir comme ça
Ce: on peut déjà dire que lorsque M appartient

Sy: tangent là je crois
S : ouais .... on a un cercle ...
Sy: un peu raplati
S : légèrement raplati
Sy: vas-y fais-le que je rigole
Ce: la perpendiculaire passant par O
S : attends, c'est A, B
Ce: AM = MB
S : avec le compas
Sy: ah ben je fais pas le centre, on fait ce qu'on peut
Ce: c'est une rotation ..... une symétrie ou une rotation
C : attends, parce que regarde ça c'est égal à ça, donc ça peut être
Sy: c'est à peu près un cercle
C : rotation de centre O
Ce: attends, ça dépend
S : comme ça
Sy: si
S : un cercle
Sy: à peu près
Ce: une rotation de centre A de celui-là pour celui-là
C : ouais, et donc
Ce: pour les deux tu as deux isométries
C : n'empêche
S : question
C : ben heureusement parce que
Ce: **l'ensemble des points P tu ne peux pas l'avoir par une seule**
C : tu trouves des trucs ?
S : (inaudible)
Ce: qu'est-ce que tu as là ?
C : regarde
Ce: par rapport à O
C : je peux voir ton truc ? le dessin .... **voir si c'est commun ou si ça marche pas** .... c'est pas la même chose
Ce: c'est (inaudible)
C : oui .... tu as pris le diamètre ou presque .... non mais tu as pris presque le diamètre
Sy: quel diamètre ?
C : tu as pris AB qui est pratiquement le diamètre
Ce: regarde, n'empêche qu'on peut trouver le lieu de P, on a trouvé .... cercle, mais pourquoi c'est l'image de ça par rapport à cette symétrie ? **pourquoi ça, c'est l'image de ça ? l'ensemble des points P**
C : je sais pas .... je crois pas que ce soit
S : quoi ?
C : non ..... c'est mon ..... on appelle la prof et puis on lui dit, hein ?
Ce: mais moi ce qui m'énerve **c'est pourquoi ça fait ça ?**
C : oui, mais ..... on peut dire qu'on a trouvé ça
Ce: **on peut peut-être voir le rapport entre AM et MP ?**
C : **entre AM et MP ?**
Ce: **AM et BP, pardon**
C : AM = BP
Ce: ah, oui, d'accord
S : il y a un moment où
Ce: regarde, PB se trouve toujours sur BM

C : distance
Ce: et cette distance varie d'un maximum qui est AB jusqu'à un minimum qui est lorsque BM = PB
Sy: c'est au pif
Ce: regarde
C : je sais, je sais
Ce: tu vois ça fait ça
C : je sais
Ce: et après ça recommence pareil de l'autre côté crac
C : et pourquoi aussi les deux côtés ? il y a deux cas aussi
Ce: en tout cas, on sait que dès que tu passes de l'arc, du grand arc $\widehat{AB}$ tu as ça, l'arc $\widehat{AB}$ ça change , tu as un changement de cercle quand tu passes d'un petit arc au grand arc
C : celui-là il se change autant que l'autre
Ce: le grand arc il se change comme ça et le petit arc se change comme ça
C : ben oui, c'est
Ce: **<u>donc A, B jouent un rôle</u>**
C : c'est pas une rotation, c'est une symétrie
Ce: c'est forcément une symétrie, mais A, B jouent un rôle de .... de section
C : celui-là ... donc c'est bien ..... non c'est une rotation, c'est pas une symétrie .... l'image de ça c'est ça, donc c'est pas une symétrie, c'est une rotation ..... c'est deux rotations ; regarde l'image de ce point-là ce n'est pas ce point-là, c'est ce point-là, c'est ce point-là donc c'est une rotation
Ce: symétrie
C : **<u>il passerait de l'autre côté de la droite si c'était une symétrie</u>**
Ce: ça peut être une symétrie orthogonale
C : non, l'image de ce point-là .... il passe pas de l'autre côté de la droite donc c'est pas une symétrie, c'est une rotation
Ce: mais aussi tu peux dire que c'est une symétrie par rapport à cette droite ça te donne la même figure
C : la figure oui, mais pas de chaque point
Ce: oui, d'accord
C : attends, on explique aux autres ce qu'on trouve et puis on appelle la prof et puis elle nous donnera des idées
Ce: vous êtes prêts à nous écouter ?
S : oui
C : alors regarde, t'as pour la construction A, B qui est là
S : oui
C : tu prends un diamètre qui soit perpendiculaire à (AB), c'est donc la droite rouge là, après tu prends l'intersection .... du diamètre et on se rend compte qu'en faisant la rotation de ce ... par rapport à ce point-là tu .... ce morceau ce cercle-là on obtient celui-là
S : mmmmm
Ce: et le grand arc AB
C : et pareil pour l'autre, rotation
Ce: celui-là et le petit arc AB, on l'obtient ici
Sy: ah oui
S : oui
Sy: c'est pas bête
Ce: **<u>et pour une construction plus simple quand tu sais déjà que tu obtiens le petit et le grand arc, tu vois que tu as une symétrie par</u>**

rapport à ces droites-là, mais c'est
C : c'est pas la symétrie
Ce: **c'est pas la symétrie qui te permet d'obtenir**
Sy: **comment tu obtiens les centres ?**
Ce: **ben tu prends deux points images et la médiatrice**
C : **t'as deux points là, tu prends la médiatrice, deux autres points, tu prends la médiatrice, l'intersection des deux, de toutes les médiatrices du cercle, de toutes les cordes ......** bon, c'est bon, on appelle la prof, elle nous donnera des idées et puis on trouvera la démonstration
Ce: ouais
C : et puis on lui demande des idées pour la démonstration

HS

S : (inaudible)
Ce: (à un autre groupe : on a trouvé un truc ... tu prends deux points particuliers, tu prends ces deux points-là et tu déduis que quand M décrit cet arc-là ça fait celui-là et celui-là ça fait celui-là)
Sy: 2,5 ça fait à peu près ça
S : de quoi, du cercle ?
C : deux symétries, symétrie par rapport à la droite-là, clac
Ce: t'as les deux droites pour ta rotation
C : oui, celle-là et celle-là
Ce: oui
C : clac, clac
Ce: oui donc crac
C : et l'angle est constant
Ce: et regarde, symétrie par rapport à ça tu obtiens ça et crac et c'est exactement, bon
Sy: parce que regarde
S : ... quand même
Sy: ouais
Ce: c'est bien une rotation
C : on a l'angle aussi
Sy: effectivement ça fait
Ce: ouais, c'est bon .... ça y est on a trouvé
S : (inaudible)
Ce: regarde
C : tu fais la symétrie par rapport au diamètre tu obtiens le même arc de cercle, enfin, tu fais la composée
S : ah, oui, d'accord
Ce: voilà
C : comme ça, en même temps on a l'angle de la rotation
S : c'est deux symétries
Ce: voilà, deux rotations de même angle

C ; on a trouvé une construction et on a trouvé l'application
Pr; c'est parfait
C ; mais on sait pas trop comment le démontrer, On a pris comme point particulier, on a vu que les points du diamètre qui est perpendiculaire à(AB)étaient particuliers
Pr; très bien
Ce; oui
C ; on trace la
Pr; en quoi ils ont particuliers ?

C : parce que AM = MB
Ce: égale MB oui
Pr: autrement dit ?
C : l'image et l'antécédent c'est le même point
Pr: oui, il y a un mot pour ça
Ce: c'est un point invariant
C : mmmm
Pr: voilà, bien
C : et on s'est rendu compte, on a tracé une droite-là et ce point-là, les deux droites, le cercle était symétrique par rapport, enfin les portions de cercle
Pr: oui
C : symétrie par rapport à cette droite
Pr: d'accord
C : et on s'est rendu compte que l'image d'un point là n'allait pas ici mais ici
Ce: oui
Pr: ah, oui, d'accord, je vois ce que tu veux dire
C : donc c'est pas une seule symétrie, on a pensé à une rotation
Pr: c'est excellent
C : et comme une rotation c'est une symétrie par rapport à deux droites
Pr: composée de symétries
C : composée ...., on a pensé que le diamètre rendait invariant le cercle
Pr: ah! oui ....
C : ce cercle
Ce: crac
Pr: ah, oui, ça vous permet de récupérer votre cercle .... portion
C : et en plus on a l'angle de la rotation vaut deux fois ça
Ce: c'est le même angle en plus
Pr: c'est très séduisant, mais qu'est-ce qui reste à faire ?
C : à démontrer pourquoi ça marche
Pr: oui, effectivement, c'est bon, c'est ça, c'est déjà très bien d'en être arrivér là et .... euh .... alors vous avez le centre de ces rotations ?
Ce: c'est les points particuliers, ils sont invariants donc
Pr: pourquoi le lieu est en deux morceaux ?
C : ben ça ?
Ce: en fin de compte, on trouve que ça fait un rôle médiateur ici la droite AB, dès qu'on ... le grand arc .... je sais pas comment expliquer mais le grand arc on voit que c'est cette rotation-là et le petit
C : M et P appartiennent à la même droite, demi-droite
Ce: oui
C : donc, quand M se promène sur ce côté-là P est du même côté
Pr: il y a ça qui joue, c'est vrai, mais pourquoi est-ce que ... au départ c'est étonnant de trouver ce lieu qui est en deux morceaux, et comment après on peut expliquer de façon raisonnable que oui, c'est pas étonnant qu'il soit en deux morceaux
Ce: eh, mais ils se complètent les deux morceaux
Pr: et que en plus ils se complètent, tu as fait un superbe dessin Ce
Ce: ah, oui, ils se complètent
Pr: et qu'est-ce qui .... pourquoi est ce qu'il y a deux morceaux ? pourquoi c'est pas pareil d'un côté et de l'autre ? Alors il y a votre explication qu'en fait on est dans deux demi-plans, c'est vrai mais il y en a une autre
Ce: euh ...
Pr: donc un arc, le petit donne le petit, le grand donne le grand, donc le petit et le grand sont séparés, ça c'est pas étonnant qu'ils soient séparés parce que on connaît une différence entre eux
Ce: π, non ? avec les angles

Pr: les angles
Ce: ils diffèrent de π près
Pr: voilà
Ce: et là il y a π
C : c'est parce que, ah, oui, c'est normal, là on a un angle, là un autre, et on a π/2, donc
Ce: ils diffèrent de ...
Pr: attends, ton π/2 je comprends pas très bien
C : non il y a pas π/2
Pr: là on a un angle, c'est-à-dire quand M se promène sur cet arc-là, il y a un angle qui est fixe, quand le point M se promène là-dessus il y a un autre angle qui est fixe, mais ils ont des mesures égales à π près et ce sont des angles différents donc les deux arcs sont différents au niveau des angles
Ce: mmmm
Pr: bien, maintenant vous démontrez ce que vous m'avez proposé, c'est très bien. Vous cherchez une démonstration ...

Ce: eh, on trouve π parce que ... **on va parler des points invariants déjà**
C : les points invariants, ben c'est logique
Ce: ouais, ben on va l'écrire, vous êtes prêts à prendre en notes ?
C : sur .... tu as compris ?
Ce: si, il faut écrire la démonstration
C : l'écrire
Ce: le diamètre perpendiculaire à (AB), c'est ça ? on obtient deux points
C : hein ?
Ce: avec le diamètre perpendiculaire à (AB), on obtient deux points ?
C : ben oui
Ce: deux points tels que MA = MB, ces deux points sont invariants
C : ces deux points
Ce: ces deux points sont des points invariants
.....
Ce: analytique ..... tu te reposes .... démonstration .... on sait pourquoi il y a deux demi-cercles
C : c'est pas deux demi-cercles
Ce: enfin deux portions de cercle ... on sait pourquoi, on a trouvé la rotation, la composée des deux symétries
C : les rotations
Ce: les composées des deux symétries, on connaît l'angle .... **qu'est-ce qu'il faut démontrer ?**
C : **mais pourquoi on obtient ça ?**
Ce: ben ouais !
S : ouais
Ce: un cercle .. pourquoi on obtient ça ?
S : (inaudible)
Ce: symétrie
Sy: diamètre perpendiculaire
Ce: tac, tac il y a pas de problème on trouve bien ça
S : c'est déjà l'heure ?
Sy: ce point-là il était où ?
S : c'est mieux
Ce: ça y est

(sonnerie)

Ce: il y a aucun problème, c'est ça, ce point-là et ce point-là P est toujours compris entre B et M
C : c'est normal par la rotation A donne B

ENONCE : étudier la suite définie par :

$u_0 = 1/2$
$\forall\ n \in N,\ u_{n+1} = (1-u_n)^2$

P : ça va être si long que ça le premier exercice ?
Pr: ça dépend, si vous le faites en une demi-heure ...;
P : ça m'étonnerait !
Pr: comme je vous ai donné aucune indication ...

.....
JY: tu as une idée ? réfléchis
P : _non je voulais te ..... on fait d'abord $u_{n+1} - u_n$_
JY: _ben non_
P : _pourquoi ?_
JY: **tu fais u_0, u_1, u_2, u_3 pour voir ce que ça donne**
T : mmmmmm
P : **tu crois que c'est utile ?**
JY: **non, non**
T : u_0 =
JY: je fais le programme comme ça je vais pas me crever
T : u_0 = ... u_2 =
P : u_2 c'est pas ça ? si ?
T : u_2 c'est ....
P : 1 - 1/4 ça fait 3/4
T : 3/4 et au carré
P : si ça fait 3/4 au carré
T : ça fait ....
P : c'est pas 3/2 c'est 3/4
JY: j'arrive pas à la programmer
P : je sais pas
T : ça donne une suite décroissante
....
T : c'est une suite décroissante
P : apparemment elle est décroissante donc on n'a qu'à montrer que
JY: non elle est alternée
P : pourquoi elle est alternée ?
JY: (inaudible)
P : $(1/2)^2$, $(3/4)^2$, $(7/16)^2$ non t'es pas d'accord ?
JY: regarde ça fait 9/4, u_3 tu trouves combien ?
P : 1 - 9/16 ça fait 7/16
JY: pourquoi des seizièmes ?
P : (3/4) au carré là ça fait $(1/2)^2$ ça fait 1/4, 1 - 1/4 ça fait 3/4
JY: mmmmm
P : je t'ai dit que tu t'étais trompé tout à l'heure
JY: (inaudible) .... donc elle est décroissante
P : décroissante .... pourquoi ?
T : pourquoi ?
P : Δ est négatif
JY: donc c'est du signe de a
P : oui

JY: tu as pris ça ..... donc toujours positif donc u_{n+1} est inférieur à u_n non supérieur
T : supérieur à u_n
JY: toujours supérieur à 0 donc ça positif
T : tu vois c'est une suite décroissante
JY: non c'est une suite .....
P : **c'est pas logique**
JY: ben non c'est une suite croissante
T : ah bon ? pourquoi ? j'ai u_0 = 1/2, aprés 1/4, 7/16 c'est une suite décroissante .... 0,5 au carré .... c'est une suite ni croissante ni décroissante

HS

JY: je comprends pas, là tu trouves que c'est une suite croissante ?
T : ni croissante ni décroissante
P : **on va tracer la courbe**
T : attends je pose
P : **on fait un graphique**
T : une fonction f, $f(x) = (1 - x)^2$
P : donc ça veut dire que de - ∞ à 1 elle est décroissante et que de 1 à + ∞ elle est croissante donc il y a quelque chose qui ....
JY: mais non mais
T : c'est pas possible ça .... ni croissante ni décroissante f(x)
P : elle est croissante attends
T : attends ...... c'est pas possible ...... x^2
P : elle est croissante
JY: mmmmmm
T : qu'est-ce qu'il y a ?
JY: en 1, + ∞ elle est décroissante
T : **tu poses une fonction, oui c'est ça ?**
JY: fonction composée ..... il y a un problème avec ta machine
P : pourquoi ?
JY: parce que elle est croissante, décroissante de 1 à + ∞
P : elle est croissante

HS

JY: non décroissante
P : tu veux que je la recommence ? **je vais faire une échelle**
T : ah ! c'est 2x
JY: voilà t'as raison j'avais oublié que la dérivée c'était 2x - 1
T : x = 1 ...... x = 2
JY: ben alors on fait la courbe ?
T : la courbe ?
P : ce qui est bizarre
JY: **je vais agrandir**
P : qu'est-ce que tu dis ?
JY: **je dis que je vais agrandir l'échelle**
....
JY: comme ça on voit mieux, maintenant y = x
T : u_0
JY: u_0
P : u_0 = 1/2

JY: ben 0,5
P : tu articules quand tu parles
T : c'est quoi déjà ?
JY: voilà ça va 0,5
T : x
JY: regarde une fois que tu as u_o tu vas jusqu'à y = x, tu fais ça et puis tu redescends c'est ça ?
P : attends il faut que je le fasse ; pour l'instant je suis en train de voir ....
JY: t'es paumée ?
P : je suis en train de faire y = x
JY: (inaudible)
T : c'est pas possible ça
JY: ouais ni décroissante ni croissante
T : donc u ......
JY: ni croissante ni décroissante .... alors comment ?
P : vous pourriez venir ?

Pr: oh ! c'est la super machine ,,,, alors ?
P : quand on fait u_o, je crois que j'ai intérêt à agrandir le dessin, on va jusqu'à la courbe ou jusqu'à y = x ?
JY: la droite, réfléchis !
P : parce que j'ai pas compris vraiment
JY: t'as x tu sais que $f(u_o)$ va se reporter, là c'est y, donc tu vas jusqu'à la droite
P : mais $f(u_o)$ il appartient à la courbe si on va à la courbe on va jusque là
Pr: tu as très bien dit $f(u_o)$, mais $f(u_o)$ c'est l'ordonnée d'un point de la courbe
JY: mmmmm
Pr: donc c'est là
P : c'est là
JY: après on va jusqu'à la courbe on retrouve
Pr: après tu rebondis sur la première bissectrice pour le reprojeter sur l'axe des abscisses, voilà et là tu obtiens u_1
JY: ah bon c'est pas u_o jusqu'à y = x ?
Pr: non tu vas jusqu'à la courbe tu as le point de coordonnées u_o, $f(u_o)$ et l'ordonnée elle est là c'est u_1 et tu recommences
P : après u_1, c'est quoi ?
JY: d'accord
Pr: voilà tu recommences, tu montes jusqu'à la courbe
JY: ni croissante ni décroissante
Pr: voilà c'est déjà quelque chose
T : ça se confond non ?
JY: et pourtant quand on fait $u_{n+1} - u_n$ on trouve qu'elle est croissante
Pr: comment ça ?
T : u_2, u_3
P : non ça a pas de solution donc on peut pas, on peut pas dire
JY: mais si
Pr: s'il n'y avait pas de solution ça serait de signe constant, mais là vous vous êtes trompés parce qu'il y en a une de solution u_{n+1}
T : u_4
P : j'ai mal à la tête
JY: ça fait bien $1 - 2u_n + u_n^2 - u_n$
Pr: ça fait $1 - 3u_n$
JY: ah ben oui c'est ça
T : (inaudible) .... là là quelque chose qui est comme ça

Pr: maintenant que vous avez cette idée-là il faut le démontrer .... il faut aller un peu plus vite
T : oui
P : de toute façon il faut le refaire en grand le dessin
Pr: oui

JY: non, non mais
T : à peu près comme ça ..... ça va comme ça
JY: oui
T : j'ai f(x)
JY: mais j'avais tout inversé je pensais que comme j'avais x, avec y = x on trouvait ....

HS

T : donc tu auras u_n inférieur à 0
JY: il part aussi ?
P : regarde un peu j'ai agrandi la partie intéressante
JY: **c'est pas la peine**
P : ben si, j'ai pas besoin de calculer tous les points
T : les variations de u_n, est-ce qu'on peut, on étudie les variations de u_n ?
JY: mmmm
P : non on peut pas
JY: **non on fait ce qu'on a fait dans l'exo à la page 272 le numéro 20, tu dis que on sait que u_1 est inférieur à u_0**
T : mmmmmm
JY: **tu dis que u_{n+1} est inférieur à u_n et tu essaies de montrer que $f(u_{n+1})$ est inférieur à $f(u_n)$ si tu trouves l'inverse**
T : d'accord
JY: elle est donc ni croissante ni décroissante
T : ni croissante ni décroissante
......
JY: tu as mis celui-là
P : mmmmm ..... mmmm j'étudie la convergence de ..... la suite
JY: c'est pas comme ça que tu étudies : tu dis
P : oui
JY: **tu dis u_1 inférieur à u_0 hein t'admets que u_{n+1} inférieur à u_n**
P : **oui mais c'est pas vrai**
JY: **t'admets, t'admets et tu démontres que $f(u_{n+1})$ inférieur à $f(u_n)$**
P : tu sais pas qu'elle est décroissante ...... de toute façon sur 0, 1 elle est décroissante
JY: **mais non, d'accord tu le fais et tu t'aperçois que ça marche pas, tu le fais pour l'autre cas si u_1 était supérieur à u_0 tu vois que ça marche pas donc elle est ni croissante ni décroissante**
P : non mais si tu veux, mais pour l'instant j'étudie vers quoi, la convergence
JY: qu'est-ce que tu fais T. ?
T : mmmmm
JY: ce que je disais tout à l'heure ?
T : oui parce que j'ai u_0 supérieur à u_1 mais $u_1 = f(u_0)$
JY: non mais ça ça va pas tu dis que u_1 inférieur à u_0
T : oui
JY: t'acceptes que u_{n+1} inférieur à u_n t'essayes de démontrer que pour les

termes d'au-dessus donc tu fais u_{n+2} inférieur à u_{n+1}
T : oui
JY: et tu sais que $f(u_n) = u_{n+1}$
T : oui d'accord
JY: donc u_n ça fait $f(u_n)$, u_{n+1} c'est $f(u_n)$ et u_{n+1} c'est $f(u_{n+1})$ enfin u_{n+2} c'est $f(u_{n+1})$
T : oui d'accord
JY: et après tu remplaces
T : d'accord
JY: tu pars de là, tu mets un moins de chaque côté
T : oui
JY: tu changes le sens tu mets un moins , tu dis que c'est toujours positif puisque u_n est compris entre 0 et 1
T : oui
JY: donc tu peux élever au carré
T : mmmm
JY: et puis tu t'aperçois que ça marche pas, le signe est inversé
T : oui
JY: donc la réciproque ne marche pas, tu fais pareil pour le contraire
T : mmmm
JY: u_1 inférieur à u_2 tu vois que ça marche pas non plus donc elle est ni croissante ni décroissante
T : d'accord
JY: mais c'est après, tu connais après ? regarde <u>j'ai dit pour trouver la limite il faut faire</u>
T : d'accord
JY: **<u>et comment tu passes de x à *1* ?</u>**
P : je vais te dire la suite elle converge pas
T : attends
JY: ça on le sait
T : attends y = *1* .... le tout au carré attends **<u>c'est y = x c'est $u_{n+1} = (1-u_n)^2$ et quand u_n tend vers *1*</u>**
JY: **<u>u_n tend vers *1*</u>**
T : **<u>tu remplaces u_n et u_{n+1} par *1*</u>**
JY: O.K.
T : oh, oh, oh on suppose que $f(u_n)$
JY: oh, oh la honte ..... tu trouves que ça c'est une des solutions possibles ? donc ...
P : je vérifie si ce que j'ai fait c'est pareil que toi
JY: qu'est-ce qui est faux encore ? ...... non ça marche pas on peut pas conclure
T : ah bon ?
JY: je trouve la limite
T : oui
JY: $(1-\sqrt{5})/2$
P : il n'y a pas de limite
JY: mais si
T : si, si, si regarde la limite c'est là
P : ça s'écarte à chaque fois
JY: tu sais bien que la limite ... oui ça s'écarte à chaque fois, mais ça se rapproche de plus en plus
P : non
JY: si
P : ça va dans ce sens-là

T : si .... attends pourquoi ?
P : ça va pas vers l'intérieur ça va vers l'extérieur, si je viens de le faire, tu crois que je m'amusais ?
JY: ben ouais, mais tu sais que c'est l'intersection de la courbe et de la droite
P : pas forcément
JY: mais .... ben si on l'a fait
P : **à mon avis il faut considérer deux cas les n pairs et les n impairs tu vois tous les n pairs ils sont de ce côté-là et tous les n impairs ils sont de ce côté-là**
JY: faut voir si tu t'es pas trompée, u_o, tac, $f(u_o)$
T : mais ce que tu as dit est juste parce que
....
P : non
JY: u_1 il est là
P : non ça c'est u_2, $f(u_1)$ c'est u_2
JY: on se retrouve là-dedans .... vachement bien
P : tu as vu tous les ....
JY: quoi ?
P : tous les, tous les indices pairs ils sont de ce côté-là de l'intersection et tous les indices impairs ils sont de ce côté-ci
JY: **c'est pas le problème ça**
P : c'est quand même une remarque
JY: oui ça oui d'accord
T : oui
JY: moi je suis sûr que ça va venir par là
P : non puisque ça part comme ça
JY: on l'a fait !
P : c'est pas la même
JY: c'est pareil c'est décroissant, elle était décroissante
P : mais alors ! ça veut rien dire
T : elle est ni croissante ni décroissante
JY: **on le sait du cours, on sait que c'est point d'intersection**
P : **pas forcément**
JY: **de y = x et de la courbe**

Pr: qu'est-ce qu'on sait ? tu te souviens ?
JY: ben que u_n enfin la limite de u_n c'est l'intersection
Pr: alors là tu résumes
P : pas forcément
Pr: on dit " s'il y a une limite, u_{n+1} tend vers l, u_n tend vers l et $f(u_n)$ tend vers $f(l)$ et il y a une hypothèse sur f, ici elle est continue partout dans R donc ça marche
P : mais ici plus on le fait plus ça s'écarte, ça converge pas vers un centre
Pr: non mais s'il y a une limite
P : donc il n'y a pas forcément de limite
Pr: c'est ça et s'il y en a une l, elle vérifie $l = f(l)$, s'il y en a une
T : ah oui !
P : mais s'il y en a une, quelque chose, tous les u_n d'indice pair sont d'un côté et tous les u_n d'indice impair sont de l'autre
Pr: oui c'est vrai
T : oui
JY: mais ça peut nous intéresser ça ?
P : peut-être pour montrer, on considère une, des suites avec des indices pairs
Pr: voilà !

T : indice pair ...;
Pr: on prend deux sous-suites
T : impair et négatif
P : et on regarde si elles convergent vers une même limite
Pr: mmmmmm
T : oui c'est ça
Pr: alors à votre avis ? hein tu vérifies ça T.
T : oui tous les u d'indice pair
Pr: oui
T : la suite-là est décroissante
Pr: ben peut-être regardez sur le dessin
T : oui j'ai fait
JY: ah oui donc
Pr: tu l'as déjà fait ?
T : oui j'ai fait
JY: donc elle a pas de limite
Pr: donc ?
JY: elle a pas de limite
Pr: eh oui !
JY: parce que les impairs ils tendent vers 0 les autres ils tendent vers
P : parce que
T : décroissante
P : vers + ∞
Pr: ça vous le voyez sur le dessin maintenant confirmez-le par une démonstration, vous montrez que les termes pairs sont croissants et convergent vers 1, que les termes impairs sont décroissants et convergent vers 0
JY: comment j'ai fait moi pour trouver $(1-\sqrt{5})/2$?
Pr: ben si tu as dit " si u_n a une limite alors ....
T : ah oui
JY: ça serait
Pr: ça serait ça ou ça, mais pourquoi tu as enlevé celui-là ?
JY: ben parce que on sait que, on remarque à la fin u_n doit être compris entre 0 et 1
Pr: oui, ben alors, ça serait bien de le montrer aussi
JY: oui
Pr: ça c'est des remarques, il faut le montrer et effectivement ça élimine ça, donc s'il y a une limite ça peut être que celle-là et si tu montres que les pairs tendent vers 1 si la suite avait cette limite-là $(3-\sqrt{5})/2$ les pairs auraient la même
JY: mmmmmm
Pr: comme ils convergent vers 1 c'est pas possible
JY: mmmmm O.K.
Pr: tu comprends ?
JY: oui, oui

JY: *alors comment tu fais pour démontrer ça ?*
P : *tu prends*
JY: *tous les pairs, tous les impairs ?*
P : *les u indice 2p et les u indice 2p+1, les pairs et les impairs*
.... t'as posé $f(u_{n+1})$ par rapport à
JY: quoi ? ben parce que (inaudible)
P : ah ! tu as considéré f décroissante
JY: non, non c'est pas ça je me suis trompé, je me suis trompé, c'est $f(u_n)$ supérieur à $f(u_{n+1})$
T : (inaudible)
JY: on trouve l'inverse .... mais c'est pour montrer qu'elle est ni

croissante ni décroissante
P : bof ..... je laisse tomber
JY: comment on fait ?
P : tu considères la suite u indice u_{2p}
JY: **ça j'ai compris mais comment s'en servir ?**
T : donc
JY: **comment s'en servir c'est autre chose ça**
P : **comment s'en servir ? ben tu montres que cette suite-là est décroissante puisqu'elle part de u_0 vers 0, et après tu calcules la limite de cette suite tu montres qu'elle tend vers 0 tu fais pareil avec la suite d'indice impair**
T : (inaudible)
JY: ça marche pas
P : ça devrait marcher
JY: ah ouais elle est supérieure à u_{2p+1}
P : tu sautes de.....
JY: ah oui O.K., O.K. ouais c'est pas bête
P : c'est toujours moi qui fais tout le boulot

HS

JY: u_{2p} ...... **oui mais on fait ça par récurrence**
P : oui
JY: tu fais ..... nombres pairs .....u_0 supérieur à u_2
P : tu sais, de toute façon tu sais que sur 0, 1 f est décroissante donc quand tu vas faire deux fois f ça va faire d'un côté, de l'autre donc ça va revenir regarde u_2 plus grand que u_0
JY: c'est faux ça
P : mais si .... euh .....
JY: non, non je me suis trompé
P : décroissante ..... u_2 plus petit que u_0
JY: u_1 plus petit que u_3
P : u_2 c'est égal à 9/16, u_0 égale 1/2 ... (inaudible) ... alors u_{2p}
JY: u_{2p+2}
P : oui on a u_{2p+2} plus grand que u_{2p}
JY: et on le fait pour ...
P : hein ? .... est décroissante d'où $f(u_{2p+2})$ plus grand que $f(u_{2p})$ ça te fait u_{2p+3}
JY: non ça ne marche pas
P : si
JY: et après qu'est-ce que tu trouves ?
P : tu refais $f(u_{2p+3})$ plus petit que $f(u_{2p+1})$ ça te fait u_{2p+4} plus petit que u_{2p+2} donc pour tout n ..... donc vrai pour tout p
T : de même signe que ça
JY: O.K., non
P : si
JY: p égale 0, u_0 plus petit que u_3, u_0 plus petit que u
P : oh ! c'est pour les indices impairs qu'il faut faire ça, et moi je me suis trompée, remarque ça fait pareil, tu mets les indices impairs à la place
JY: donc $f(u_{2p})$
P : de toute façon tu composes deux fois par f et tu arrives
T : mais J.Y. ....
JY: oui

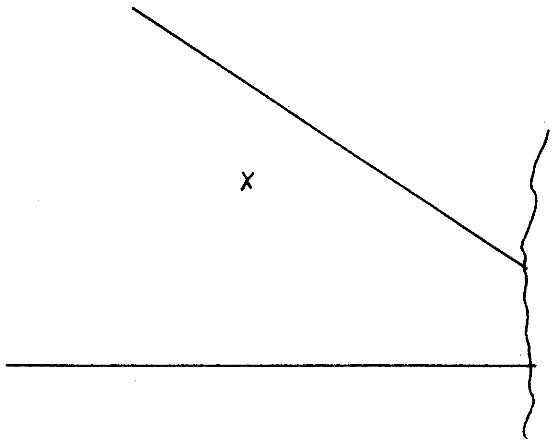
T : l'équation que tu as fait là quand tu remplaces l par u_n, l'équation n'a pas de solution
JY: si elle a une solution
T : pourquoi ? tu as $l = l^2 + 2l + 1$
JY: ouais
T : donc
JY: non c'est $- 2l$
T : $- 2l$?
JY: puisque c'est $1 - l$
T : où ?
JY: $(1 - l)^2$ c'est bien $l^2 - 2l + 1$
T : oui
JY: et le l passe de l'autre côté ça fait $l^2 - 3l + 1$
T : $- 3l$ oui
JY: donc 9 - 4
T : 9 - 4 d'accord
JY: donc $\sqrt{5}$ ..... oui j'ai compris .... voilà c'est ça !
P : oui mais ça y est j'ai fait
JY: regarde tu fais ça, comme tu sais que c'est croissant
P : mais tu travailles avec les indices impairs
JY: donc j'ai démontré, même méthode que pour .... il n'y a pas de limite
P : attends ...... après tu peux dire que tous les termes de la suite u madame ! attends, je vais demander si c'est valable comme démonstration
JY: c'est vrai pour les nombres impairs donc ils tendent vers une limite
P : non, c'est pas la même suite
T : une suite décroissante et une suite croissante
P : une suite u_{2p+1} minorée par 0 elle converge donc, madame !
T : <u>faut montrer que tous les v_n supérieurs à u_n</u>
JY: alors on a fini
P : attends c'est pas fini du tout

P : c'est valable comme démonstration pour la suite des termes pairs ?
Pr: ben c'est très bien oui
P : après on dit qu'elle est minorée par 0 parce que tous les termes sont positifs
Pr: mmmmmmmmmmmm
P : donc elle converge vers l positive ou nulle
Pr: très bien, vous êtes d'accord avec P, ?
JY: oui, oui
Pr: c'est très bien
JY: et on fait la même méthode pour euh ....
Pr: mais c'est pas fini, maintenant il faut savoir quelles sont les limites des deux suites que vous avez hein parce que tu as très bien dit que la limite-là est supérieure ou égale à 0, ça serait bien de la donner de dire que c'est vraiment 0
T : d'indice impair
P : de toute façon euh .....
JY: ben ...... et puis euh ... pour les termes pairs c'est $+ \infty$
P : c'est pas évident de la donner cette limite
Pr: $+ \infty$? tu crois ?
P : ah oui, parce que ça s'écarte de l'autre côté les u_n ils vont par là, ça continue
Pr: ils vont loin ?
P : ben je sais pas, j'ai calculé u_{24} ça faisait euh .....
Pr: oui ?
P : ça faisait .... ah non parce que j'ai pas pris à partir de u_{22}
JY: mais u_{24}, il faut aller jusqu'à u_{24}

P : mais fais u_6
Pr: mais programme ! ... tu la fais tourner jusqu'à n égale 100 et tu regardes, elle est programmable ?
JY: mmmmm
P : moi je sais pas programmer la mienne, j'ai un manuel en anglais
Pr: essayez d'apprendre tout seul car chacun a sa machine
T : ah
JY: j'ai juste ... 10
Pr: 10 ?
JY: non je veux dire 1
Pr: alors c'est l'infini ça ?
JY: non
Pr: c'était u combien ?
JY: je sais pas
Pr: tu l'as fait plusieurs fois ?
P : ah oui, ça fait vers 1
JY: vers 0, vers 1
Pr: voilà, et ça vous le montrez aussi

Sonnerie

ENONCE : soit deux droites qui se coupent en dehors de la feuille et un point quelconque sur la feuille. Construire à la règle et au compas la droite qui joint le point qui est sur la feuille au point d'intersection des deux droites qui n'est pas sur la feuille.



Pr: tu as compris P, ?
P : à la règle et au compas, ah d'accord

JY: qu'est-ce qu'il faut faire ?
P : construire à la règle et au compas la droite , ça y est je sais plus
T : qui joint
P : la droite qui quoi ? .... construire à la règle et au compas
JY: il faut tracer la droite

Pr: voilà c'est ça !

T : ah, qui joint
JY: bon
P : ah bon, on va s'amuser
T : l'intersection
P : il y a une solution ? .... tu le prends au milieu ? ouais entre les deux droites c'est peut-être mieux
JY: <u>il faut prendre la perpendiculaire</u>
P : <u>quoi ?</u>
T : le point M, la perpendiculaire avec ça
P : la projection orthogonale, non ?
JY: tu fais ça comme ça, regarde clac, la perpendiculaire, perpendiculaire, le point d'intersection, ça va être le même
P : ça va être la bissectrice ouais
T : ouais c'est la bissectrice
JY: oui, alors comment tu fais la bissectrice avec le compas ?
P : la bissectrice ? comme ça .... tu prends là, tu prends au même niveau là
T : ah non, c'est pas la bissectrice parce que si M est au milieu des deux droites

P : tu fais comme ça
T : c'est pas la bissectrice parce que
JY: ah oui tu as raison
P : qu'est-ce qu'il y a ?
T : la bissectrice c'est quand les deux segments-là sont égaux
JY: **pourquoi tu as pris le point M comme ça ? faut pas, c'est quelconque**
T : **oui quelconque**
P : **quelconque**
JY: mais là tu l'as pris perpendiculaire
P : non, il est bien son point M
T : c'est pas la bissectrice
P : non, non, mais si on essaye de ...... il doit y avoir un angle-là comme ça ...... on triche ...... ce point-là faudrait réussir à reproduire ah ben non ça va pas
T : oh là ! oh là là !
P : et si on trace regarde la perpendiculaire à cette droite comme ça et la perpendiculaire comme ça ..... ça mène à rien .... la géométrie et moi !
JY: (inaudible)
P : c'est peut-être pas bien de prendre M dedans, il vaut peut-être mieux le mettre à l'extérieur
JY: ça revient au même
P : c'est mieux peut-être .... et si .... et quand tu traces les deux perpendiculaires cet angle-là c'est peut-être celui-là non ?
JY: qui c'est qui a une grande règle ? ...... alors ?
P : je veux te demander, l'angle quand tu traces les deux perpendiculaires quand M est pas, quand M est à l'extérieur, cet angle-là c'est pas cet angle-là ?
T : *c'est à peu près la même chose que Ma. a fait sur le tableau je crois*
P : *avec une homothétie ?*
T : *oui avec la ligne de niveau de $\overrightarrow{MA}$ vectoriel $\overrightarrow{MB}$ je crois c'est la même chose*

P : on voulait vous demander de nous aider un peu parce que ....., vous pourriez nous lancer un peu
Pr: pourquoi ? vous n'avez pas d'idées ?
P : pas trop
Pr: personne de vous trois ?
JY: ben non, on avait fait la bissectrice mais c'est pas ça
Pr: c'est pas ça ?
T : non
P : cet angle-là c'est pas le même que celui-là ? non, non, c'est perpendiculaire
Pr: ah ben si c'est le même
T : si
P : oui mais ça nous apporte rien
Pr: si c'est le théorème sur les angles à côtés perpendiculaires
P : mmmmmmmmm
Pr: c'est le même
P : mais ça nous apporte pas grand chose
Pr: bon qu'est-ce que vous pourriez utiliser, qu'est-ce que vous connaissez ....., alors quand vous séchez comme ça vous vous demandez quel genre de problème c'est, Alors c'est un problème qui va porter sur quoi ?
P : c'est un problème qui porte sur ....
JY: sur la géométrie !
Pr: oui, on vous demande de construire une droite mais il y a un point que vous ne pouvez pas

avoir donc qu'est-ce que vous cherchez ?
P : peut-être .... de toute façon ce point-là il se trouve sur la bissectrice des deux droites-là mais ça nous aide pas
Pr: oui ça c'est sûr .... c'est l'intersection des deux droites ; je répète ; vous voulez tracer la droite qui passe par le point d'intersection et par ce point-là, Celui-là vous le connaissez pas donc qu'est-ce que vous allez chercher ?
T : la droite qui joint M et ce point
Pr: oui mais comme vous ne pouvez pas la tracer en passant par ce point-là et par ce point-là, qu'est-ce qui vous arrangerait bien de connaître ?
JY: un point intermédiaire
Pr: un point intermédiaire qui soit sur cette droite autrement dit vous devez chercher trois points alignés
P : oui
Pr: donc on peut dire que c'est un problème d'alignement ; bon maintenant dans tout ce que vous connaissez en géométrie où est-ce qu'il est question de points alignés ?
P : points alignés ....
T : points alignés ....
Pr: vous comprenez comment on fait pour trouver des idées ?
P : oui
JY: mmmmmmmmm
P : points alignés ....
Pr: je vous laisse avec ça et vous m'appelez en cas de besoin

JY: mmmmmmmmmmm
P : *qu'est-ce qu'on peut dire sur des points alignés ?*
T : *points alignés ....*
JY: ça va ? le milieu il passe comme ça
P : c'est pas ça, peut-être que .... il nous manque un point donc ça on peut pas l'utiliser
JY: il m'inspire pas celui-là
P : (inaudible) .... un point intermédiaire ...... tu as trouvé quelque chose ? .... et si ton point est à l'extérieur ça marche pas
JY: mmmmm, non mais
P : et de toute façon il y a le compas dont il faut se servir aussi .... un point intermédiaire ...
JY: regarde maintenant j'ai trouvé la droite qui joint, joignait .... j'ai trouvé la bissectrice
T : ça te .... *doit il y avoir un problème de distance à cause du compas*
JY: projection peut-être
P : *oui j'y ai réfléchi mais les projections je vois pas comment on peut s'en sortir*
T : pas la bissectrice .... ça marche pas .... ça marche
P : c'est chouette
JY: *bon ..... les alignements*
P : voilà alors ça .... comme ça tu reproduis la perpendiculaire comme ça un peu plus loin je sais pas très bien .... ça y est je sais plus comment on fait tu sais pour faire des (inaudible)
JY: tu as trouvé quelque chose ?
P : j'ai trouvé un point intermédiaire .... il est faux mon point ! un point M' .... on va voir si ça marche .... où il est mon (inaudible)
JY: ça marche superbe !
P : c'est pas un point intermédiaire
JY: c'était obligé qu'ils allaient être parallèles

P : elle est pas parallèle
JY: on prend
P : on a vachement avancé .... tu as trouvé quelque chose ?
T : je crois pas
JY: il faut bien rédiger et on n'a qu'une feuille
P : pour l'instant j'essaye, j'ai rien rédigé du tout
JY: ouais mais on rendra ta feuille
P : et on .... c'est pas au point notre technique .... c'est pas au point notre technique .... c'est pas évident .... tu as trouvé quelque chose ?
JY: peut-être .... non c'est pas ça
P : *on doit se servir d'un compas pourquoi d'abord ? il doit y avoir une distance ou quelque chose*
JY: *bien sûr des distances* .... faut qu'on parle, sans ça on va rien proposer
P : c'est une histoire d'angles sans doute, de longueurs
JY: *distances, longueurs puisqu'il y a un compas*
P : une histoire de parallèles et de perpendiculaires à tous les coups ..... mais J.Y. ta méthode marche pas quand M est à l'extérieur
JY: ouais mais non c'est pas ça
P : je crois qu'on va lui ......
JY: on trouve rien
P : tu as trouvé quelque chose T. ? ...... on demande à la prof de venir nous aider
JY: moi je suis soûlé
P : j'ai essayé avec toutes les distances possibles de faire quelque chose
JY: bon

P ; c'est un appel au secours
Pr; oui bon, ça existe des appels au secours ; alors ? est-ce que vous avez eu des idées de théorèmes, où il y a des points alignés ? Parce que je vous avais laissés sur cette idée-là
JY; il y avait l'histoire du trapèze
T ;oui
Pr; oui il y a l'histoire du trapèze
JY; là on trouve la bissectrice comme ça je veux dire
Pr; la bissectrice ? tu es sûr ?
JY; enfin non, comme ça on trouve ....
Pr; je sais pas bien ce qu'on trouve mais je crois pas que ce soit la bissectrice euh est-ce que vous avez eu d'autres idées pendant que j'étais pas là ?
T ; mmmmmmm
P ; ben on a essayé de faire avec un rapport de distance ou quelque chose et puis ça mène à rien
Pr; j'ai entendu P. que tu disais qu'il y avait une histoire d'angles, de longueurs, de parallèles et de perpendiculaires, il me semble que tu as dit ça
P ; oui parce que c'est tout ce qu'on peut utiliser
Pr; enfin il y a d'autres choses qu'on peut utiliser, enfin, déjà c'est pas mal de trucs, bon et tu parles de rapports, par rapport à tout ce que tu as dit là est-ce que tu vois déjà deux choses qui vont aller ensemble ? je répète ce qu'a dit P. " il y a une histoire d'angles, de longueurs, de parallèles et de perpendiculaires " maintenant elle parle de rapports, est-ce que vous pouvez pas associer deux de ces choses ?
P ; les perpendiculaires ça va peut-être avec les parallèles, ça va faire un rapport de ...... je ne sais pas
Pr; euh, c'était pas ça que je cherchais ......, parmi les trucs fondamentaux que vous connaissez en géométrie, écris ; longueur, angle, perpendiculaire, parallèle ; bon maintenant tu écris rapport, bon tu essayes d'associer rapport avec un de ces quatre noms qu'il y a avant

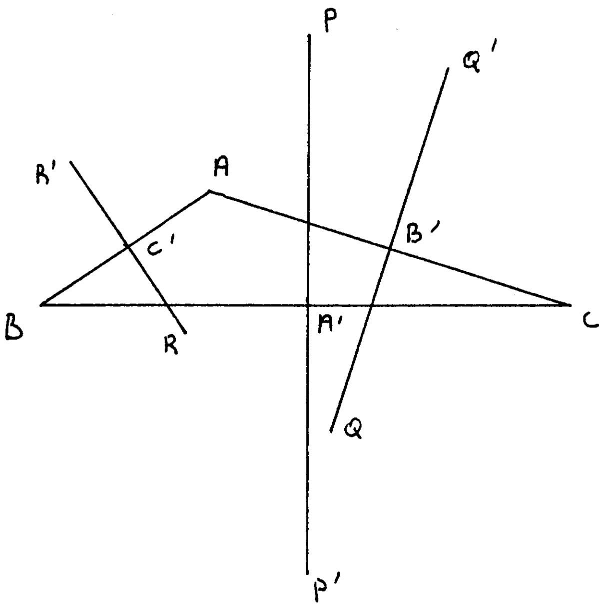
P ; rapport et longueur
Pr; il va y avoir des rapports de longueurs .... alors essaye, rapport et angle, qu'est-ce que tu en penses ?
P ; rapport et angle , si c'est .... M qui est comme ça l'angle il va toujours être le même
Pr; donc c'est une égalité, c'est pas une histoire de rapport
P ; **mmmmmmm**
Pr; rapport et perpendiculaire ?
T ; rapport et perpendiculaire ....
P ; je vois pas trop
Pr; bof on voit pas trop .... rapport et parallèle ?
P ; parallèle ?
T ; Thalès
Pr; Thalès bien sûr
P ; ouais Thalès
Pr; pourquoi " ouais Thalès " ....Thalès bien sûr, et puis qui, et puis quoi encore ?
T ; parallèle ...., Thalès
Pr; et puis quoi encore ?
JY; les homothéties
Pr; voilà
T ; homothétie oui
Pr; maintenant qu'est-ce qui est aligné dans des homothéties ?
P ; le point
Pr; oui ......
P ; le point Ω, le point antécédent et le point image
Pr; voilà
JY; **mmmmmmmmm**
Pr; le centre de l'homothétie, un point et son image ; alors qu'est-ce que vous allez choisir comme centre ?
P ; euh ......, M
Pr; bon vous choisissez M, Quel va être le point dont on va prendre l'image ?
P ; le point d'intersection
T ; intersection
Pr; voilà et vous cherchez son image par une homothétie et il y aura un alignement

P : voilà ...... d'ici qu'on y arrive !
JY: mais comme on le connaît pas comment on peut faire son image ?
T : (inaudible) dessus dessous
P : **non .... pour M' ça va être l'antécédent du point d'intersection** ...... on est bien avancé .....
JY: on n'a pas eu le déclic, bon
P : **une homothétie de centre M, de rapport k quelconque, enfin rapport k**
JY: conserve les distances
P : *ça c'est sûr, cette distance-là elle va être divisée enfin multipliée par le rapport k et celle-là aussi je vois pas comment on peut se servir de Thalès ici, si, tu crois ? tu triches là le point d'intersection il est sur la feuille*
T : oui .... il faut tricher un peu pour voir ce qui se passe
P : **homothétie de centre M**
T : oui
P : **et ça c'est l'image du point qui sera là, qui sera aligné donc il faut trouver ce point-là tel que ce point-là par une homothétie ça donne ce point-là**
T : oui
P : et voilà

JY: t'as trouvé ?
P : non
T : on voit pas trop
P : j'explique ce qui se passe
T : je suis pas très forte sur les homothéties .... on n'a rien trouvé
P : t'as vu si on prend là cette longueur-là elle a rapetissé alors que cette longueur-là elle a rallongé
T : ça marche pas
P : **une homothétie de centre M**
T : de rapport .... de rapport .... c'est pas évident
P : **et si on traçait cette droite-là telle que celle-ci soit la bissectrice on aurait obligatoirement ... ah non c'est M qui est là ça va pas j'ai rien dit**
JY: c'est pas ça
P : c'était joli .... bon
JY: (inaudible)
P : il y a forcément là, cet angle-là qui va se répéter, cet angle-là il ne bouge pas ..... c'est dingue de sécher comme ça hein !
JY: ouais !
T : ils ont tous trouvé
JY: sauf nous
P : ils ont tous trouvé
JY: je ne suis pas en forme
P : du nerf, il faudrait peut-être trouver quelque chose
JY: c'est à rendre en plus !
P : je rends pas .... si on fait comme ça, tu traces là
T : (inaudible)
P : là on a l'angle d'intersection

(A cause d'un problème technique au moment du retournement de la cassette, il n'y a rien sur la deuxième face. Il restait très peu de temps, Dans ces dernières minutes, le professeur est venue expliquer une construction par les homothéties).

ENONCE : Soit un triangle ABC. On appelle A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. P et P' sont les images de B et C par la rotation de centre A' et d'angle de mesure $-\Pi/2$, Q et Q' sont les images de C et A par la rotation de centre B' et d'angle de mesure $-\Pi/2$, et R et R' sont les images de A et B par la rotation de centre C' et d'angle de mesure $-\Pi/2$. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{QR}$ sont orthogonaux et de même norme. Même question pour les vecteurs $\overrightarrow{AP'}$ et $\overrightarrow{Q'R'}$.



P : eh mais les vecteurs $\overrightarrow{PP'}$, $\overrightarrow{QQ'}$, $\overrightarrow{RR'}$ ils sont pas forcément accolés au triangle .... si ?

JY: c'est Q je crois et AB

P : ton P il est où ? il est confondu avec B ?

JY: ben oui

P : pas forcément

JY: ben si

P : puisque ce sont des vecteurs ils peuvent être dans le même plan mais pas dans le triangle

....

P : elles se coupent pas ces trois droites-là, (PP'), (QQ'), (RR'), elles se coupent pas au même endroit ? elles se coupent ?

JY: elles sont perpendiculaires

P : elles sont perpendiculaires toi tes droites ?
JY: mmmm
P : en fait ..... ce sont les médiatrices
T : oui
JY: mmmm
....
P : ça marche
....
P : tu as des idées ?
....
P : **<u>eh ! si $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{QR}$ sont de même norme et perpendiculaires c'est qu'il y en a un qui donne l'autre par une rotation de Π/2</u>**
T : oui
JY: mmmm ?
P : **<u>il faut trouver la rotation quoi c'est ça.</u>** Tout le monde est d'accord avec ça ?
JY: mmmm
T : rotation de - Π/2 ....r de A .... c'est ça ? on aurait ça
P : ça veut dire quoi ça ? r de ? il y a un rond là ?
T : je sais pas ..... quand tu as un vecteur
P : ils ont pas le même centre
T : Q et R
P : Q, R
T : oui
P : Q c'est l'image
T : de A
P : dans
T : dans la rotation de centre B'
P : et R c'est l'image de A dans la rotation de centre C'
JY: je sais pas moi ... rien
P : tu as une idée ? on va demander à la prof de nous aider
JY: non, non il faut trouver
P : tu es marrant toi
JY: *<u>par les complexes peut-être</u>*
P : **<u>ben dis donc bonjour le repère, ça va pas non, tu te rends compte les coordonnées que ça va faire</u>**
JY: <u>on en a fait du même genre</u>
P : <u>pas du même genre, c'était quand même beaucoup plus simple</u>
JY: ah ! la géométrie !
P : déjà c'est une rotation de - Π/2
JY: ça y est ! .... non .... le triangle ABC c'est le même que le triangle
P : R'Q'P' ... non
T : si, si, si c'est ça
P : R'Q'P'
T : R'Q'P'
JY: R'R et Q
T : non comment ça se fait ... mais non
JY: si c'est le même par une autre similitude non ?
T : c'est ça
JY: non c'est le même que RQQ' ... c'est ça ?
T : non je trouve R'Q'P'
JY: regarde .... ça y est on a trouvé .... celui-là c'est celui-là
T : oui
JY: tu vois

T : oui
JY: il y a la même distance .... cette distance-là, tu vois ... c'est le même, tu es d'accord ?
T : oui
JY: *après il faut dire, il faut trouver le centre de la similitude qui donne ce triangle, comme ça ils ont même norme et ils sont perpendiculaires il faut dire que c'est une similitude*
T : oui
JY: et l'angle, enfin le rapport de l'homothétie est égal à 1
T : oui
JY: et voilà ... bon il faut trouver
P : qu'est-ce que tu racontes ? je suis pas au courant moi
JY: tu vois ce triangle et ce triangle c'est le même
P : mmmm
JY: tu es d'accord ? parce que c'est le milieu ... tout ça ... c'est le même donc il suffit ... c'est une similitude de celui-là à celui-là c'est une similitude dont l'angle ... non le rapport de l'homothétie est égal à 1, c'est comme si c'était une rotation
P : **comment on sait que ce sont les mêmes ?**
JY: de quoi ?
P : tu dis que QRR'
JY: tu dis que la rotation
P : non mais quel triangle est le même que ABC ?
JY: non pas ABC, RQQ' c'est ACP
P : R ..... attends
JY: QQ'
P : Q'
JY: tu vois pas que tu t'es trompée ?
P : ouais RQQ', voilà comme ça
JY: mais non c'est pas ça .... RQQ' et ACP tu vois c'est le même
T : ACP ...
P : oui
JY: ACP et R' ... attends on va lui demander ...

JY: madame ? on s'aperçoit que le triangle APC par une rotation donne le triangle RQ'Q
Pr: vous vous êtes mis d'accord là dessus ?
P : oui
Pr: tu dis ... le triangle
JY: APC
Pr: APC ... oui
JY: c'est le même que RQ'Q
Pr: oui par une rotation, laquelle ?
JY: à trouver .... oui mais l'idée ?
Pr: d'accord, et tu en déduiras quoi ?
JY: eh ben si ... une rotation d'angle $\pi/2$
Pr: oui
P : - $\pi/2$
JY: oui - $\pi/2$, eh ben on en déduit que les droites (RQ) et (AP) sont perpendiculaires
P : perpendiculaires
Pr: oui
P : et les vecteurs ont même norme
JY: et les mêmes distances puisque une rotation conserve
Pr: oui d'accord

JY: donc il suffit de trouver la rotation
Pr: oui

JY: le centre ..... bon ben
P : j'aime bien ton "il suffit"
JY: ça y est j'ai trouvé ! P'
P : quand même
JY: P'
P : P' ? pourquoi P' ?
JY: ben P'
P : tu trouves comme ça toi, P' !
T : qu'est-ce qu'il y a ?
JY: B' tu regardes B'
P : il est là P'
JY: tu vois Q donne C ou
P : B' ...... C ..... on a A qui donne Q' et C qui donne Q
JY: ouais, A donne Q
P : non A donne pas Q
T : A donne Q si c'est ça
JY: si, A donne Q, C donne Q' et
T : A donne Q
JY: et le dernier attends il est où ?
T : si, si, A donne Q et A donne R, eh regarde
JY: c'est ça
T : A donne Q et A donne R
JY: quoi ?
T : A donne Q et A donne R
P : oui
JY: c'est P'

Pr: B', c'est B' que tu montres
JY: oui B' ...... attendez, Q donne C, Q' donne A, on l'a vu tout à l'heure puisque les distances
P : P donne R
Pr: attends les deux premiers .... tu m'as dit parce que ?
P : Q donne C, ben c'est euh .....
JY: c'est
P : c'est dans les hypothèses
JY: c'est dans les hypothèses puisque c'est la médiatrice c'est la même distance
Pr: oui d'accord, c'est ça, c'est bien
JY: donc voilà
Pr: et puis on te parle de rotation aussi dans l'énoncé
JY: rotation donc .... $-\pi/2$ donc B', $-\pi/2$
Pr: donc
JY: donc
Pr: ça c'est vrai pour les deux premiers points c'est dans les hypothèses et le troisième ?
JY: Q donne C
T : A donne
JY: attendez, Q donne C, Q' donne A
Pr: bon
JY: et il reste P donne ....
T : P donne R
JY: P donne .....
T : P donne R
JY: Q

T : P donne R
Pr: oui c'est ça T., P donne R
JY: P donne R, ah voilà c'est ça
T : il faut le démontrer
JY: c'est ça qui me manquait
Pr: mets bien les flèches là, Q donne C ...., voilà
P : donc il faut prouver que P donne R
Pr: P donne R
JY: P donne R

JY: bon .... P donne R
T : P donne R
P : donc c'est que B'P égale B'R
JY: *AC'R'B' cocycliques*
T : quoi ? c'est lequel ?
P : quels points ? A
JY: AB'R'C'
T : AB'
P : C'
T : AB' et quoi encore ?
JY: B'C'R', les deux angles droits
T : AB' .... non
JY: non, j'ai dit AB'C'R'
T : C'R'
P : R' .... il est où R' ?
T : oui .... ah non
P : B'C'R' .... attends j'ai un problème .... non
T : B'C'
P : tu es sûr que c'est R' ?
JY: mmmm
T : non, comment ça se fait ?
P : non, c'est pas R', c'est pas possible, c'est R, R si tu veux mais pas R', R' il est complètement
JY: **non, non, c'est faux là ..... c'est faux, non, non, c'est faux .... donc .... faut voir où on a des angles droits**
P : on a aussi donc (AB), (AC) qui est perpendiculaire à (QQ') donc on a aussi (PC) qui est perpendiculaire à (RQ') en utilisant ça (PC) qui est perpendiculaire à (RQ')
JY: quoi ? (PC)
P : perpendiculaire à (RQ')
JY: attends, attends
T : à quoi ? (PC)
P : (PC) perpendiculaire à (RQ')
T : (RQ') .... euh oui
P : **en utilisant ça on peut montrer que P donne R par la rotation**
JY: *peut-être cocycliques* ... regarde cocycliques, ça y est j'ai trouvé
P : P' ? non B'
JY: B'
P : C'A'
JY: non B'A'C
P : B'A'C ....
T : B'A'C ....
P : c'est sûr ! trois points !
T : trois points

P : il y a un triangle
JY: non il y a un point d'intersection qui n'a pas de .... nom
P : attends
T : c'est le point d'intersection là
P : quel point d'intersection ?
T : ça, c'est là (PP') avec (QQ'), c'est ça, ah non
P : quel point d'intersection qui n'a pas de nom ?
T : non, non, avec
JY: non, non, j'en ai marre ... c'est faux
T : c'est ça que tu veux dire J.Y. ?
JY: quoi ?
T : c'est ça que tu veux dire ?
JY: oui c'est ça puisqu'il y a deux angles droits
T : deux angles droits, oui
JY: non celui-là, ça et ça
T : ça .... oui
JY: oui tu vois bien ... puisque là il y a deux angles droits donc ils sont cocycliques
P : je ne suis plus sur la même longueur d'onde là
JY: **mais .... ça nous apportera pas que**
T : **ça sert à rien, ça sert à rien, faut montrer que .....** **ah oui il faut montrer que celui-là égale celui-là**
JY: peut-être qu'on
P : **on est complètement perdu là**, moi j'ai mal à la tête
JY: **rotation angle**
P : **donc il faut montrer que (B'P) et (B'R) sont perpendiculaires**
T : oui
P : **on a ça à faire**
JY: quoi ? (B'R) ?
P : **(B'P) et (B'R) perpendiculaires**
JY: ben oui c'est obligé, bon ben c'est pas ça
T : on peut montrer que BB'A
JY: *on pourrait peut-être faire la somme de deux rotations*
T : oui
P : la composée
T : la composée
JY: oui de deux rotations C'B'C'R, enfin la rotation de centre C'
T : de centre C'
JY: qui donne B' et R et l'autre qui donne, A'C ... donne A'P ou le contraire ... non A'C donne A'P ça on l'a on sait que c'est des rotations ces deux là ... et celui-là et **il faudrait dire que la composée des deux rotations c'est d'angle Π/2**
P : **il faut le montrer ..... d'angle Π/2**
T : **- Π/2**
JY: **- Π/2 et de point invariant B' donc il faudrait démontrer ça et après on aurait démontré que B'P donne B'R .... donc on a déjà deux rotations d'angles**
P : j'ai absolument pas suivi mais c'est pas grave
JY: non C donne P .... C' qui fait B' donne
P : de quelle rotation tu parles ?
JY: **B donne R il faudrait donc démontrer que cette rotation**
P : de centre A'
JY: Q donne C, C donne P
P : oui

JY: <u>et la rotation qui donne</u>
P : de centre
JY: attends où elle est ? .... c'est là
P : C' donc
JY: mmmm c'est là C' qui donne B donne R
P : oui
JY: <u>hein ..... eh ben la composée de deux rotations donne une rotation , d'accord , d'angle Π/2 puisque c'est deux rotations .... - Π/2 puisque c'est deux rotations d'angle -Π/2 ..... et donne que le centre c'est B'</u>
P : oui mais la composée ... les angles ils s'ajoutent non ?
T : oui ils s'ajoutent
P : J.Y. les angles ils s'ajoutent ! donc
T : donc tu as
P : tu auras une symétrie
T : tu auras Π
JY: même centre
T : oui de même centre mais deux fois
JY: les rotations de même centre s'ajoutent
T : mais non les centres différents ça s'ajoute aussi
P : la composée de deux rotations les angles ils s'ajoutent
JY: similitude
P : mais non
T : mais non
P (à un autre groupe) : la composée de deux rotations les angles ils s'ajoutent quels que soient les centres ?
T : mais oui
P : donc en fait ça fait une symétrie hein ? .... de toute façon c'est pas C qui donne P, c'est B qui donne P
JY: quoi ?
P : c'est pas C qui donne P, c'est B qui donne P
JY: mais non
P : si
JY: ça fait + Π/2 le sens trigo il est comme ça B donne P ... c'est faux, c'est C qui donne P
P : ouais tu l'as pas mis dans le même sens .... ben si
JY: le sens trigonométrique c'est comme ça B donne P c'est positif, le sens négatif c'est bien C donne P
P : oui mais ton P, ça c'est P' hein !
JY: non c'est P
P : ah oui .... moi j'ai pas mis .... mais qu'est-ce que tu as fait ?
JY: c'est P ça
P : moi je sais pas, ça va comme ça .... ça va comme ça, P il est là
JY: fais voir, il est où ton P ?
T : P c'est là, c'est entre A et C
JY: donc c'est ...
P : c'est B qui donne P
JY: c'est C donne P
P : non B donne P
JY: P donne C
P : c'est B qui donne P
T : mais de quoi vous parlez ?
P : dans la rotation de centre euh ... A' c'est B qui donne P
T : oui
P : et pas C

JY: j'ai mis à l'envers alors .... j'ai tout mis à l'envers, c'est pas grave ça .... j'ai pris un autre triangle
T : c'est pas grave
JY: ça revient au même .... bon
P : donc on a B qui donne P oui mais ça aide parce que t'as B qui donne P et t'as B qui donne R dans une autre rotation
JY: mais non
P : mais si ...... B il donne R, ah non B donne R'
T : B ..... B
JY: c'est pareil
P : donc c'est A qui donne R
T : oui
P : on trouve pas .... regarde si tu fais la rotation de centre A' .... la composée et celle de centre B' tu fais d'abord celle de centre A' .... ça fait P, tu fais d'abord celle de centre A'..... *on aurait peut-être dû faire par l'analytique*
JY: *ou avec les complexes*
P : oui ils ont réussi avec les complexes
JY: il nous manque pas grand chose
P : oui il nous manque l'essentiel ...... ça marche

SONNERIE

JY: ben voilà il faut dire que le triangle B'PC donne B'Q'R
T : BPC donne ......
P : attends B'PC
JY: non B'CP
P : B'CP
JY: donne B'Q'R
T : B'Q'R oui
P : B'Q'R oui
JY: alors B'Q', B'C c'est la même chose
P : attends va plus lentement ..... B'P' ....
JY: ça on le sait pas et ça
T : toujours P et Q à démontrer
JY: faudrait montrer que CP et RQ' sont ...... ben ça revient au même
T : P et R .... oui ça revient au même
JY: oui c'est le même genre, ah ben alors
P : on sèche

ANALYSE DE CHAQUE

TRANSCRIPTION

ANALYSE DE B1

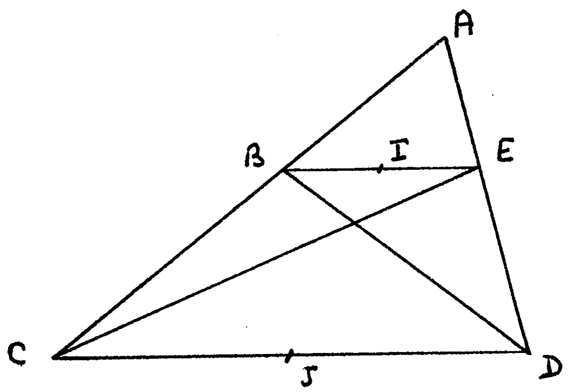
* Le contrat.

Il s'agit du deuxième enregistrement de l'année, le premier contrat (cf page) étant alors en vigueur. Le professeur passe donc de groupe en groupe en tournant dans la classe. Nous retrouverons ce contrat une autre fois seulement (parmi toutes les bandes que nous étudions), dans la bande B3.

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

On considère un trapèze, que peut-on dire d'après la figure de l'intersection des diagonales, de l'intersection des côtés non parallèles et des milieux des côtés parallèles ? Démontrer la propriété observée, énoncer une réciproque et démontrer cette réciproque.



Cette séance de travail en petits groupes a eu lieu au début de l'année. Il n'y a eu aucun enseignement de géométrie depuis la rentrée scolaire. Il n'y a aucune indication et les élèves peuvent résoudre cet exercice de différentes manières : calcul vectoriel, théorème de Thalès et sa réciproque, homothétie, géométrie analytique etc.

Les élèves doivent donc faire une conjecture, l'alignement des quatre points (ce qui est très facile avec la figure), puis choisir une méthode à partir de leurs connaissances de Première et la mettre en oeuvre.

* Hors-sujet.

C'est un des enregistrements où il y a le plus de hors-sujet, à une dizaine de moments. Ils n'ont pas été transcrits, mais à l'écoute des bandes nous pouvons préciser que ce sont de vraies conversations entre les trois élèves et que les mathématiques semblent alors complètement oubliées.

* Perturbations dues à l'enregistrement.

Dans cette bande nous pouvons citer ces quelques phrases à différents instants :

N : ça enregistre ? ... bonjour !
M : j'aime pas ce micro, ça m'énerve ...
N (pour le micro): on est des nuls
M : j'ai envie d'arrêter ce micro
M : bon, la prochaine fois ils le prennent
M : c'est les micros on va les arrêter

De plus certaines intonations de N ne semblent pas naturelles, sa tendance à parler pour parler est probablement accentuée par la présence des micros.

Les élèves ont beaucoup de difficultés à se concentrer, comme le montrent les nombreux hors-sujet. On peut l'expliquer par différentes raisons : par exemple le contrat, le manque d'habitude à travailler en groupe, mais aussi la présence des micros.

Ainsi dans cette bande l'enregistrement semble perturber le groupe, cependant ces élèves continueront à accepter d'être enregistrés, contrairement à ce qu'indiquent les réflexions de M, et dans les bandes suivantes nous ne noterons plus de telles remarques.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

Dans cette bande, on entend quelques réflexions qui montrent qu'à ce moment-là, le groupe est plutôt considéré par ses membres comme une juxtaposition d'élèves qui doivent apporter chacun successivement leur contribution au travail commun. Par exemple, on entend :

"*M : non c'est à N, on a trouvé des trucs tous les deux, maintenant on se repose sur toi*
N : je vais pas vous faire défaut ...
N : je vous repasse le flambeau".

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Ce contrat ne donne aucune responsabilité aux élèves, il est respecté par eux, ils subissent la situation.

Le professeur passe plusieurs fois en interpellant le groupe par "*et alors ?*". Ces interventions lui permettent d'une part de voir où en est le groupe, d'autre part d'intervenir dans le travail du groupe pour essayer de le faire avancer et contrôler ses résultats.

Mais, en observant ses interventions, on constate que le professeur dialogue souvent avec un seul élève, elle est obligée de solliciter les autres. Nous retrouvons ce que nous avons dit au paragraphe précédent : le groupe ne travaille pas "en groupe".

Quant à l'efficacité de ces interventions pour le travail du groupe, on peut en douter. Ainsi dans sa dernière intervention, le professeur contrôle la résolution de la première question alors que les élèves sont en train de chercher la seconde. Cette intervention est complètement à contre-temps de l'activité du groupe.

Il y a aussi des instants où le passage du professeur a une influence, mais très passagère, sur le travail du groupe. Ainsi on peut citer :

V : tout à l'heure on a parlé de la réciproque de Thalès, ça veut peut-être dire qu'on peut l'utiliser ... t'en as parlé, elle a dit moi tout ça, ça peut peut-être marcher.

Ou encore, après le départ du professeur qui a parlé de milieux et de parallèles :

N : dans les parallélogrammes, ah les parallélogrammes ! avec les parallélogrammes on peut pas faire quelque chose ?

Mais ceci ne correspond plus à la démarche du groupe dans les instants qui suivent.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 228.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
96(42%)	77(34%)	55(24%)

On constate que les trois élèves n'ont pas le même comportement, l'élève M prend la parole plus souvent que N, et c'est V qui prend le moins souvent la parole.

D'autre part, sur ces 228 interventions, il y a 18% d'interventions méthodologiques, 4% d'interventions de contrôle et 15% de questions. Il y a donc déjà en ce début d'année un certain nombre d'interventions méthodologiques, et il s'agit de l'une des bandes où la proportion d'interventions de contrôle est la plus importante.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 40, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
8(20%)	10(30%)	20(50%)

Les interventions se répartissent dans les trois types, la moitié sont précises et avec un rapport direct avec le problème, les autres sont sans rapport avec le problème, précises ou imprécises.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
21(52%)	10(25%)	9(23%)

On constate ici que M, qui prend la parole le plus souvent, est aussi l'élève qui fait le plus d'interventions méthodologiques, mais N, qui prend la parole plus que V, fait autant d'interventions méthodologiques que V.

Les questions sont au nombre de 34, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
12(35%)	15(44%)	7(20%)

Par rapport à la répartition du total des interventions on peut constater que c'est V qui pose le moins de questions comme c'est elle qui prend aussi le moins souvent la parole.

Enfin voici pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
13%(12/96)	19%(15/78)	13%(7/54)

On constate ainsi que la part des questions posées par chaque élève au sein de son propre discours est à peu près la même pour chaque élève.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Comme prévu, la figure permet aux élèves de deviner rapidement qu'il faut démontrer que les quatre points sont alignés. Au début, il y a deux propositions de méthodes : M propose d'utiliser des triangles et N le théorème de Thalès. M et N reprennent ensemble l'idée du théorème de Thalès pour l'adapter, puis ils essaient d'utiliser des triangles. "*A quoi ça va nous mener ?*" dit V, et à la suite de cette phrase de contrôle tous les élèves arrivent à se mettre d'accord sur le fait qu'on ne peut pas utiliser le théorème de Thalès. Ils pensent alors à la réciproque, le professeur qui passe leur en demande l'énoncé, et, après une discussion qui n'aboutit pas, ils font tous les trois une tentative pour utiliser les médianes d'un triangle, puis M propose de démontrer l'alignement de A, I et J en montrant que le point I est égal au point I_1 défini par l'intersection de la médiane (AJ) du triangle ACD avec le côté (BE) du trapèze. Le professeur passe et dit que c'est un bon projet. Mais V propose d'utiliser les médianes et M trouve que c'est mieux que la méthode qu'il a proposée car on évite d'introduire un nouveau point, M et V cherchent donc dans cette direction, et les trois élèves se mettent d'accord pour utiliser de plus un raisonnement par l'absurde. Le professeur passe et fait la démonstration avec le point I_1. A son départ ils ont (peut-être) compris, rédigent et cherchent ensuite à montrer que le quatrième point est lui aussi sur la même droite, mais ils ne s'inspirent pas du tout de ce qu'ils ont déjà

B1

Qu'est ce qu'il faut montrer ?	Comment le montrer ?	Thalès, réciproque de Thalès	Triangles.
M, N : ils sont alignés V conteste puis acquiesce	M, N: comment le montrer ? N propose Thalès M propose les triangles	N, M: discussion mathématique sur le th. de Thalès et son adaptation au problème V : "à quoi ça sert ?" N, puis V, puis M : il n'est pas possible d'utiliser le th. de Thalès M propose d'utiliser la réciproque du th. de Thalès	M, N: tentative avec les médianes (et Thalès)
Passage du professeur: discussion sans conclusion sur les méthodes			
		M, N, V : discussion sur le th. de Thalès et sa réciproque.	M, N, V : nouvel essai avec les médianes M propose de montrer que $I_1 = I$
Passage du professeur: confirme qu'on peut travailler avec $I_1 = I$			
		M : par des rapports	V : essai avec les médianes V : "faut falloir raisonner par l'absurde
Passage du professeur: aide à terminer			
		M, N, V : conclusion : il y a alignement car $I_1 = I$	

fait. Le professeur passe une dernière fois et contrôle la rédaction de la démonstration précédente.

Il y a donc plusieurs propositions de méthodes.

Un élève (que ce soit M, N ou V) adopte souvent la proposition d'un autre, les trois élèves se mettent d'accord à plusieurs reprises sur des éléments de stratégie.

Le groupe conclut qu'on ne peut pas utiliser le théorème de Thalès ; mais, pour les autres méthodes, les élèves vont aller de l'une à l'autre sans les adapter vraiment au problème (on a l'impression qu'ils n'arrivent pas à se donner une stratégie précise) et ils ne pourront jamais conclure. C'est le professeur qui élaborera avec eux la démonstration de l'alignement des points A, I et J.

ANALYSE DE H1

* Le contrat.

C'est le troisième contrat qui est en vigueur dans cette séance comme dans toutes les suivantes jusqu'à la fin de l'année. Dans ce contrat le professeur vient à l'appel du groupe, et un groupe doit appeler lorsqu'il a trouvé quelque chose, lorsqu'il est resté bloqué dix minutes ou encore s'il a une question à poser.

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

Etudier la suite définie par :
$u_0 = 1/2$ *et pour tout* n *de* N, $u_{n+1} = (1 - u_n)^2$

C'est une tâche d'analyse. Nous étudions cet enregistrement pour le comparer à ceux qui correspondent à des tâches de géométrie. Mais en analyse, il n'y a pas eu d'enseignement analogue à celui de géométrie sur les méthodes.

Cette séance a lieu alors que les élèves ont déjà rencontré plusieurs suites récurrentes aussi bien en cours qu'en exercice.

Dans cet énoncé il n'y a aucune indication, et ainsi il peut être comparable aux exercices de géométrie habituellement donnés dans ces séances de travail en groupe. Les élèves sont donc amenés à se demander ce que signifie "étudier la suite", à faire des conjectures, à trouver des méthodes de démonstration et à les mettre en oeuvre. Par exemple pour utiliser le fait que la fonction définie par $f(x) = (1 - x)^2$ est décroissante sur $]-\infty, 1]$, ils doivent décider de démontrer que la suite est majorée par 1. Dans les exercices dont ils ont l'habitude, ce genre de résultat est toujours demandé explicitement.

* Hors-sujet.

Dans cette bande on rencontre huit moments hors-sujet :

* un très bref au début de la séance dans lequel les élèves du groupe ne sont pas tous impliqués,

* un autre dans lequel on entend tous les élèves, le groupe attend le professeur qu'il a appelée, mais elle n'a pas pu venir immédiatement,

* un autre après son départ,

* et enfin cinq moments hors-sujet auquels participent chaque fois les trois élèves dans les derniers moments de la séance, dont un quand le professeur est attendue.

On peut constater que les élèves ont travaillé intensément et que ces interventions hors-sujet interviennent à des moments significatifs, c'est-à-dire quand les élèves n'ont pas encore commencé à travailler, quand ils attendent le professeur, et à la fin de la séance quand ils sont saturés et fatigués comme le montre peut-être cette réflexion, que l'on entend à la fin : "j'ai un mal de tête épouvantable", la recherche d'ailleurs est bloquée à ce moment-là et les élèves appellent le professeur.

* Perturbations dues à l'enregistrement.

On trouve quatre fois dans cette bande des réflexions concernant l'enregistrement de ce groupe, au moment des hors-sujet et à la fin de la séance.

Dans le premier hors-sujet de la fin, la conversation, d'ailleurs assez brève, a lieu lorsque les élèves aperçoivent leurs noms écrits sur la boîte de la cassette. Le second se termine par "*vous croyez pas qu'on est* *enregistré là* ". Après le troisième, M remarque "*il est devant moi le micro, j'ai toujours un micro à moi tout seul !*" et dans le dernier hors-sujet on entend : *"eh! la prof va écouter!"*.

On ne retrouve pas la gêne exprimée dans l'enregistrement B1, et on note ici la première trace de la seule perturbation qui semble subsister et que nous retrouverons ; elle est due au fait que nous allons entendre les hors-sujet. Il est vrai que leurs conversations personnelles ne nous concernent pas. Remarquons par ailleurs qu'ils ne semblent pas du tout dérangés par le fait que nous allons les entendre faire des mathématiques, faire des erreurs, ne pas trouver etc.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

Signalons cette intervention de V lorsque M veut chercher un exercice qui se trouve sur la même feuille polycopiée : *"non, on commence ensemble*". Remarquons aussi par exemple que M propose une valeur pour la limite, cette proposition n'a pas d'écho, il n'insiste pas et coopère à l'étude des variations ; il ne reprendra sa proposition qu'au moment où le groupe aura conclu que la suite n'est pas monotone.

Les élèves de ce groupe ne sont pas individualistes, ils cherchent à collaborer et le font effectivement.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Dans cette bande le professeur vient quatre fois, et toujours à la suite d'un appel du groupe. Instauré depuis quelques séances, le troisième contrat fonctionne. Les élèves qui doivent prendre la décision d'appeler le professeur le font et à de bons moments.

Au début, après une période de recherche les élèves ne savent pas trop quoi faire, il n'y a pas d'idées dans le groupe et on entend :

"M : t'as une idée N, non ? t'as une idée V ? j'ai pas d'idée on appelle la prof".

Les élèves sont conscients d'être sur une mauvaise piste, ils l'abandonnent d'ailleurs à la suite du passage du professeur et ils proposent ensuite une bonne méthode qu'ils mettent en oeuvre.

Plus loin, les élèves ne savent pas s'il faut faire une démonstration au rang n ou non, ils n'arrivent pas à se mettre d'accord, aucun n'est vraiment très sûr. On entend :

"V : je sais pas si ça suffit, s'il faut le faire au rang n
M : non à mon avis c'est bon .....
V : ça suffit
M : du moment que tu as un contre exemple
V : ouais donc euh ...
M : enfin je sais pas
V : on lui demande si ça suffit ?
M : demande"

Ce deuxième appel a lieu pour savoir s'il faut faire une démonstration, le professeur répond affirmativement et le groupe cherche ensuite cette démonstration.

Plus loin on trouve encore une discussion, mais là il n'y a pas d'appel une seule élève hésitant sur le résultat :

"N : appelle la prof et demande-lui si c'est bon
V : pourquoi ça serait faux ?
N : non mais ça me paraît fumeux ".

Au troisième appel le groupe est bloqué, le professeur donne une idée mais le groupe n'arrive pas à l'exploiter ensuite.

La quatrième fois, le professeur précise cette idée mais les élèves n'auront pas le temps de l'exploiter.

Le contrat fonctionne bien, les élèves appellent aux moments voulus par ce contrat, gèrent leur travail comme ils le feront dans les tâches de géométrie. Les interventions du professeur sont efficaces au début. Les dernières le sont moins, elles correspondent à des démonstrations plus difficiles que le groupe n'arrive pas à élaborer seul, même avec les indications du professeur.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 406.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
162(40%)	85(21%)	159(39%)

Ici, les deux élèves M et V prennent autant la parole l'un que l'autre, et N intervient moins.

D'autre part, sur ces 406 interventions, il y a 8% d'interventions méthodologiques, 2% d'interventions de contrôle et 16% de questions. Dans cette séance d'analyse il y a des interventions méthodologiques mais elles sont peu nombreuses, et il en est de même pour les interventions de contrôle.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 34, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
11(32%)	6(18%)	17(50%)

La moitié de ces interventions sont précises et en un rapport direct avec le problème, mais parmi celles qui n'ont pas de rapport direct avec le problème il y en a davantage qui en plus sont imprécises et vagues.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
10(29%)	8(24%)	16(47%)

Dans cette tâche d'analyse c'est V qui fait la moitié des interventions méthodologiques, N et M en font autant chacun.

Les questions sont au nombre de 63, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
24(38%)	12(19%)	27(43%)

L'élève N pose ici seulement un cinquième des questions, M et V en posant autant l'un que l'autre.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
15%(24/162)	14%(12/85)	17%(27/159)

La proportion des questions dans le discours de chaque élève est la même.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Comme prévu il y a au début une discussion pour savoir ce qu'il faut faire. V propose d'étudier le sens de variation, N propose d'étudier la limite, mais aussi de voir s'il s'agit d'une suite géométrique ou non, elle propose des outils : la différence ou le quotient de deux termes consécutifs. Pendant qu'elle en discute avec M, V calcule les premiers termes de la suite. Les trois élèves restent perplexes devant les valeurs des premiers termes et M propose de calculer le discriminant Δ (il a obtenu une expression du second degré en calculant la différence de deux termes consécutifs). De nouveau, après avoir obtenu le signe de cette différence en fonction de la position de u_n par rapport aux racines de l'équation du second degré, les trois élèves n'arrivent pas à avancer, et ils appellent alors le professeur.

Le professeur les renvoie aux premiers termes, ils les observent et V propose de faire intervenir la fonction définie par $f(x) = (1-x)^2$ et d'étudier son sens de variation. N et V font cette étude pendant que M recherche la limite en résolvant l'équation $f(l) = l$. M a "l'impression" que la limite est $(3-\sqrt{5})/2$, N affirme que tous les termes sont positifs, et V utilise la décroissance de la fonction f pour montrer que $u_0 > u_1$ entraîne que $u_1 < u_2$ (c'est une démonstration qu'un autre élève de la classe lui a fait comprendre auparavant). Il y a ensuite une discussion entre les trois élèves pour passer au rang n : faut-il faire une démonstration et quelle doit être alors l'hypothèse ? Le groupe appelle le professeur.

Le professeur affirme la nécessité d'une démonstration pour le rang n, et au cours de la discussion, V dit qu'il faut montrer que tous les termes sont plus petits que 1 pour pouvoir utiliser la décroissance de la fonction f. Après le départ du professeur, les trois élèves cherchent mais très vite V trouve les deux démonstrations qu'elle explique longuement à M et N.

Le groupe passe alors à l'étude de la limite et M reprend le résultat qu'il a trouvé auparavant. V lui dit que ça ne prouve rien, le groupe voisin leur dit que les valeurs vont être alternativement 0 et 1, M se demande comment on peut montrer que la suite converge puisqu'elle n'est ni croissante ni décroissante et V se demande comment montrer qu'il n'y a pas de limite. Les élèves appellent le professeur et lui expriment leur

H1 ①

<table>
<tr><th>Que faut-il étudier ?</th><th>Termes de la suite</th><th>Sens de variation</th><th>Fonction f : $u_{n+1} = f(u_n)$</th><th>Convergence de la suite.</th></tr>
<tr><td>V: déterminer la limite
V: déterminer si elle est croissante
V: déterminer si elle est géométrique
J: calculer $u_{n+1} - u_n$
J: calculer u_{n+1} / u_n</td><td>V calcule les premiers termes
V: "apparemment c'est décroissant".</td><td>N: elle est croissante et converge vers 1
N: elle est décroissante
M, N, V essaient de trouver le signe de $u_{n+1} - u_n$ mais ne comprennent pas ce qui se passe</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Pr est appelé : Les élèves expliquent leur étude de $u_{n+1} - u_n$ et qu'ils ne savent plus quoi faire. Pr les renvoie aux premiers termes</td></tr>
<tr><td></td><td>V: "à mon avis, elle n'est pas monotone"
N: conclut : tous les u_n sont positifs
V: il faut montrer que tous les u_n sont inférieurs à 1</td><td>V explique à M et N que $u_0 < u_1$ implique $u_1 > u_2$
V demande s'il faut faire la démonstration du rang n</td><td>V: il faut utiliser f
V: il faut étudier les variations de f.</td><td>M: "tu supposes que tu as une limite"
M: "j'ai l'impression que $l = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$"</td></tr>
<tr><td colspan="5">Pr est appelée. La question est posée. Pr dit qu'il faut faire la démonstration au rang n. V dit qu'il faut aussi montrer que $u_n < 1$. Pr répond oui</td></tr>
<tr><td></td><td>V démontre que $u_n < 1$
explique à M et N</td><td>V fait la démonstration au rang n et conclut : la suite n'est pas monotone.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Que faut-il étudier ?	Termes de la suite	Sens de variation	Fonction f : $u_{n+1} = f(u_n)$	Convergence de la suite
V : "on cherche la limite éventuelle"	M : est-ce que les valeurs se rapprochent de $(3+\sqrt{5})/2$? réponse d'un autre groupe : 0, 1, 0, 1 V, M : il n'y a pas de limite		M : s'il y a une limite, alors $f(\ell) = \ell$	N : on cherche où elle converge V : mais ~~se~~ prouve rien
Pr est appelée. Les élèves disent que les racines de $f(\ell) = \ell$ ne conviennent pas mais ils ne savent pas le montrer. Ils disent aussi que les termes s'approchent de 0 et de 1. Pr les renvoit aux premiers termes et demande de les placer sur un axe.				
			V : on aurait dû dessiner la fonction M demande des explications sur le dessin V explique	V : "comment on montre qu'elle n'a pas de limite ?" V : dans le livre il y a un exemple
Pr est appelée. Les élèves disent qu'ils sont bloqués. Pr leur fait dire que les termes d'indices impairs tendent vers 0 et ceux d'indice pair vers 1. Pr leur dit de le démontrer en étudiant $u_{n+2} - u_n$				
				M et V commentent le calcul.

embarras. Le professeur les renvoie de nouveau aux premiers termes et leur demande de les placer sur un axe.

Après son départ, M et V représentent la fonction f et discutent du dessin à faire pour obtenir les termes de la suite ; pendant ce temps N semble calculer des termes. V réclame le livre, ce qu'elle a déjà fait, car il s'y trouve un exemple d'exercice analogue à celui-là. Le groupe ne sait plus comment continuer, il y a plusieurs hors-sujets, et finalement les élèves appellent le professeur. Elle les aide à voir qu'il faut maintenant démontrer que la sous-suite des termes d'indices pairs a une limite et que la sous-suite des termes d'indices impairs a une autre limite.

Ils commencent à le faire et c'est la fin de la séance.

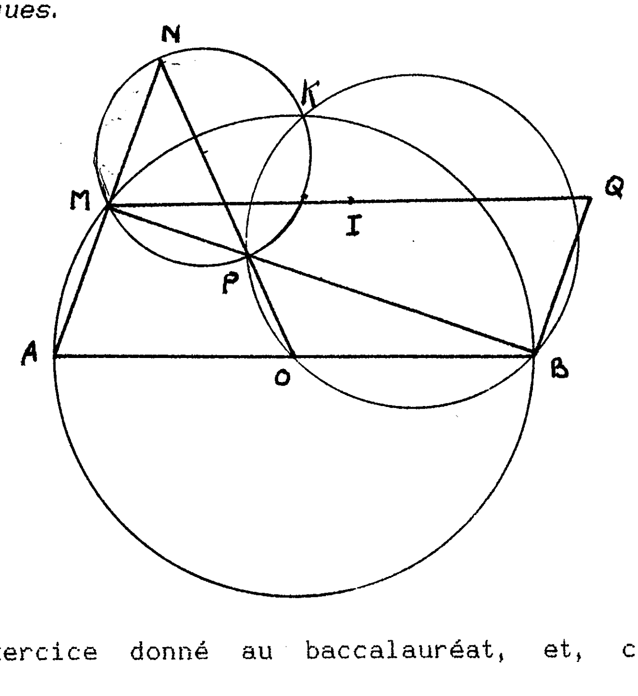
N fait des propositions au début, puis elle suit ce que font M et V. Les deux propositions de M mènent à des impasses. Dans cette séance c'est V qui guide la recherche et le groupe la suit. A plusieurs reprises, V dit que c'est un autre élève (très bon) qui lui a expliqué ou qui lui a donné le conseil de réviser dans le livre, ce qu'elle a fait. Les deux autres élèves ne sont pas à son niveau pour cette séance, ils reprennent ce qu'elle fait et lui demandent des explications.

ANALYSE DE J1

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

Soit C le cercle de centre O et de rayon R (R>0), et soit A et B deux points diamétralement opposés sur C.
1°) Pour tout point M de C, distinct de A et B , on construit le point Q tel que MABQ soit un parallélogramme. Déterminer l'ensemble décrit par le milieu I du segment [MQ] puis par le centre de gravité G du triangle BQM lorsque M décrit C privé de A et B.
2°) On note N le symétrique de A par rapport à M et P le point d'intersection des droites (ON) et (BM). Quel rôle joue P relativement au triangle ANB ?
Trouver une homothétie de centre B transformant M en P et déterminer l'ensemble décrit par le point P lorsque M décrit C privé de A et B.
3°) On considère les cercles circonscrits aux triangles OBP et MNP
a) pourquoi ces cercles ne sont-ils pas tangents ?
b) on note K l'autre point commun à ces deux cercles. En utilisant des angles orientés de vecteurs dont les mesures sont respectivement égales, modulo 2Π, à celles de $(\overrightarrow{KB}, \overrightarrow{KP})$ *et* $(\overrightarrow{KP}, \overrightarrow{KM})$*, montrer que les points K, A, B, M sont cocycliques.*



C'est un exercice donné au baccalauréat, et, comme on peut le constater, il comporte beaucoup d'indications.

Nous étudions cette bande pour voir s'il y a des différences entre les exercices donnés habituellement à chercher en groupes, c'est-à-dire sans indications, et les exercices où il y en a beaucoup.

Les élèves ont tous les outils pour résoudre cet exercice depuis la classe de Première et on peut s'attendre à ce qu'ils suivent les questions.

* Hors-sujet.

On trouve ici de très nombreux hors-sujet plus ou moins longs. A certains moments, les élèves semblent dessiner tout en parlant d'autre chose.

* Perturbations dues à l'enregistrement.

Comme dans la bande H1 c'est dans les hors-sujet que les élèves montrent leur conscience de l'enregistrement. Ainsi dans une intervention non mathématique, on entend :

"N : oui ça va s'entendre, j'espère que ça va s'entendre !"

Et plus loin, il y a une petite discussion car une élève veut prendre la boîte de la cassette pour tirer des traits, et on trouve les réponses : *"pourquoi pas"* et *"quand même pas!"*.

* Fonctionnement du groupe.

Signalons ici le rôle de N qui trouve beaucoup de résultats et prend beaucoup d'initiatives.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

On peut remarquer que le professeur rappelle en début de séance une partie du contrat :

"Pr (à tous les groupes) : bon quand vous vous êtes mis tous d'accord sur un résultat vous m'appelez."

Les élèves respectent immédiatement ce que le professeur vient de rappeler, il y a deux appels pour donner un résultat. Le professeur contrôle le résultat et le groupe passe à la question suivante.

Le troisième passage correspond à une rupture du contrat par le professeur qui vient pour deux raisons : c'est la fin de l'heure et il faut retourner la cassette. Etant là, le professeur veut faire le point et dit "*alors ?*". Les élèves suivront ensuite le conseil du professeur et ils referont une figure.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 248.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
101(41%)	78(31%)	69(28%)

Les deux élèves N et V interviennent autant l'une que l'autre, et M intervient davantage.

D'autre part, sur ces 248 interventions, il y a 5% d'interventions méthodologiques, 0% d'interventions de contrôle et 17% de questions. Il y a donc très peu d'interventions méthodologiques et aucune intervention de contrôle, ce qui s'explique par la nature de l'exercice où sont données beaucoup d'indications.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 14, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
4(29%)	3(21%)	7(50%)

On a vu qu'il y a peu d'interventions méthodologiques et leur répartition montre de plus que seulement la moitié sont précises et en rapport direct avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
5(36%)	8(57%)	1(7%)

La répartition par élève montre une très grande inégalité : du point de vue méthodologique V n'intervient quasiment pas.

Les questions sont au nombre de 43, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
15(35%)	8(19%)	20(46%)

Pour cette répartition nous avons encore une très grande inégalité mais ici c'est V qui pose le plus de questions et N qui en pose le moins.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
15%(15/101)	10%(8/78)	29%(20/69)

C'est le discours de V qui apparaît le plus interrogatif avec presque une question sur trois prises de parole, M et surtout N posent proportionnellement moins de questions.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Les élèves suivent pas à pas l'énoncé, aussi nous n'avons pas fait de tableau pour cette séance.

Quand ils ne trouvent pas tout de suite, la figure les aide à deviner, et ensuite ils donnent des justifications.

REMARQUES.

Il n'y a pas de discussion de méthode.

Nous trouvons par contre beaucoup de hors-sujet, cet exercice a laissé les élèves libres de parler d'autre chose.

Dans cette séance il n'existe pas d'enjeu dans la recherche, l'exercice est prédécoupé, les résultats sont donnés, il n'y a pas d'initiative à prendre. Les élèves ne se sont pas investis et il nous semble peu probable que ce soit l'effet du hasard.

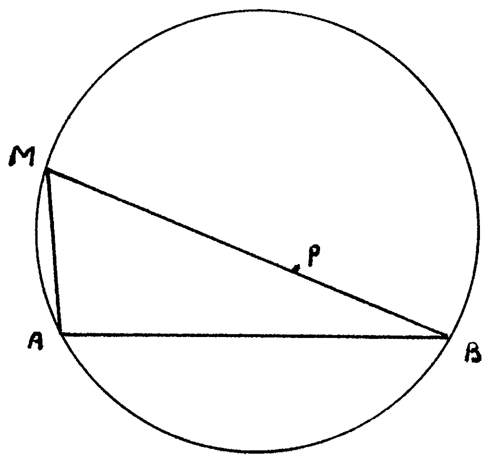
Cet exercice est en rupture avec le contrat habituel sur le type d'exercices proposés en groupe. Il est plus facile et les élèves ne sont pas habitués à ne faire que vérifier. Peut-être que le travail en groupe, la collaboration, du moins tels qu'il les conçoivent à cette époque de l'année ne sont pas utiles aux élèves dans ce cas ; il n'y a pas besoin d'être trois pour faire cet exercice (peut-être même cela peut les gêner). Enfin ces deux éléments (tâche facile et de vérification) se renforcent probablement et cela explique d'autant plus nos observations.

ANALYSE DE M1

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

A et B sont deux points fixes d'un cercle fixe C. M décrit ce cercle ; soit P le point de la demi-droite issue de B passant par M tel que BP = AM. Quel est le lieu de P ?



C'est donc une étude de lieu. Il faut avoir des connaissances sur les rotations pour résoudre cet exercice. Cette séance se situe au moment de l'étude des rotations (on entend "*dans le cours de ce matin*") ; mais, les autres isométries planes ayant aussi été étudiées, les élèves doivent faire un choix pour construire une démonstration, même si l'égalité des longueurs leur a donné l'idée d'utiliser une isométrie, d'autant plus qu'ils sont habitués à ce que les exercices donnés en travaux pratiques ne soient pas en rapport direct avec le cours.

Connaître le lieu est une aide pour la plupart des élèves dans la construction de la démonstration. Aussi on peut s'attendre à une phase d'expérimentation plus ou moins longue pour deviner cet ensemble. Et ensuite les élèves doivent chercher un outil, et élaborer la démonstration.

* Hors-sujet.

Il y en a quatre : un bref avec un groupe voisin lors de l'emprunt d'un compas, deux assez courts qui n'interrompent pas le travail, et un quatrième en attendant le professeur qui a été appelé.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Le groupe appelle une première fois pour faire confirmer sa conjecture sur le lieu. Le professeur la confirme et conclut en disant que maintenant il faut démontrer.

Les élèves appellent une deuxième fois pour faire contrôler un résultat. Le professeur confirme qu'un arc de cercle est l'image d'un autre par une symétrie, mais les élèves n'ont pas demandé si M avait pour image P par cette même symétrie (c'était la question qui avait motivé l'appel). Un élève, M, propose d'utiliser les rotations, ce que le professeur approuve. Après son départ, le groupe hésite sur la transformation à utiliser.

Un dernier appel a lieu alors que le groupe a une dernière idée d'outil. Le professessur confirme que l'outil proposé peut permettre aussi de conclure, mais c'est la fin de l'heure.

La première intervention est efficace. La deuxième l'est beaucoup moins. Les élèves ne posent pas la question qui a motivé l'appel (cette question va d'ailleurs continuer à les gêner), un élève fait une nouvelle proposition qui n'a pas été discutée dans le groupe, le contrat n'est pas vraiment respecté ici.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 280.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
117(42%)	70(25%)	93(33%)

M intervient plus que les autres, V fait un tiers des interventions et N en fait le quart.

D'autre part, sur ces 280 interventions, il y a 17% d'interventions méthodologiques, 5% d'interventions de contrôle et 20% de questions.

Il y a donc un sixième d'interventions méthodologiques et c'est une des bandes où on trouve le plus d'interventions de contrôle.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 48, en voici la répartition par type d'intervention :

méta 1 imprécises et sans rapport direct	méta 2 précises et sans rapport direct	méta 3 précises et avec un rapport direct
5(10%)	12(25%)	31(65%)

Il y a peu d'interventions méthodologiques imprécises et les deux tiers de ces interventions sont précises et en rapport direct avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
20(42%)	14(29%)	14(29%)

N et V interviennent de la même façon sur le plan méthodologique, M intervient davantage.

Les questions sont au nombre de 55, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
23(42%)	8(14%)	24(44%)

N pose très peu de questions, M et V en posent chacun près de la moitié.

Enfin voici pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
20%(23/117)	11%(8/70)	26%(24/93)

Les élèves ont des discours différents par rapport aux questions : celui de V et celui de M contiennent proportionnellement deux fois plus de questions que celui de N.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Les trois élèves commencent par faire des figures et essaient de faire des conjectures. V déclare que le lieu cherché est un cercle, puis N annonce qu'il y a un deuxième cercle. M propose de trouver une transformation pour faire la démonstration, et V demande comment on peut trouver un lieu quand ce n'est pas un lieu simple. Les élèves continuent à travailler à partir des figures. M étudie des points particuliers, ceux pour lesquels M = P. Les élèves se mettent tous d'accord sur le fait que le lieu n'est pas un cercle.

N observe qu'il semble y avoir une différence entre les deux arcs AB. M comprend qu'il y a une différence entre les deux demi-plans définis par la médiatrice de [AB], il s'ensuit une discussion avec N. V étudie ce qui se passe si le point M est en B, quant à M, il étudie ce qui se passe si le point M est en A. Pour démontrer, N propose d'utiliser un triangle, M suggère d'utiliser le cours sur les rotations et de raisonner avec la méthode, N propose alors de faire intervenir un barycentre et V demande où cela va mener. Le groupe se met d'accord sur la nature du lieu : il s'agit de demi-cercles. V propose d'appeler le professeur pour qu'elle contrôle la conjecture sur le lieu avant que le groupe ne cherche une démonstration.

Le professeur confirme qu'il s'agit bien de deux morceaux de cercles.

Figure- Conjecture sur le lieu	PoTransformation	Points Particuliers M1
V: il faut faire plusieurs points M: ça pourrait être un cercle. V: c'est un cercle N: je ne sais pas pour l'instant, peut-être N: il y a un deuxième cercle.		
	M: faut essayer de trouver une transformation.	
V: "comment on peut trouver un lieu quand c'est pas un lieu simple?"		
M: ça doit pas faire un cercle		
		M: "j'ai trouvé un truc particulier quand M=P.
M: "vous êtes sûres que ça fait pas un cercle!" N: "c'est pas la même chose quand M est sur un arc $\widehat{AB}$ ou sur l'autre		
		M: si M est sur la médiatrice de [A... alors M=P
M reprend l'idée de N: il y a deux demi-cercles différents		
		V: si M=B, il y a deux possibilité pour ... M: si M=A, il n'y a pas de solution V: si M=A, P=B
	M: il faut appliquer le cours sur les rotations	
M,N,V: discussion sur le lieu. N: tentative de recollement.		
Pr est appelée. Les élèves lui demandent: est-ce que le lieu est fait de 2 demi-cercles, de 2 arcs de cercle qui se recollent? Pr. dit: "oui, c'est une bonne idée, il faut le prouver"		
N: il faut refaire un dessin V: c'est inutile M,N et V comparent les deux arcs V: le petit arc correspond au petit, le grand arc au grand.		
	N: il y a une symétrie axiale M: reprend l'idée de N, l'axe est (M_0B) M,N,V: discussion V: que vient faire le point P?	M: l'axe passe par le point M qui est sur la médiatrice (M_0)
Pr est appelée. Les élèves demandent si les 2 arcs du lieu s'obtiennent par symétrie à partir des arcs $\widehat{AB}$. Pr dit que ça a l'air quand M propose d'utiliser les rotations		
	M: ça doit être par les compositions de rotations	M et V: discussion sur M_0 et M_1 invariant par construction ou par tranformation
	V et N discussion sur les symétries d'axe (M_0B) et (M_1B) V propose une rotation M propose de nouveau une composée V propose la configuration de base des rotations M: "oui, c'est mieux"	
Pr est appelé et V propose la configuration		

Après son départ, V observe qu'il semble y avoir une correspondance entre chacun des arcs de cercle du lieu et chaque arc $\widehat{AB}$, ce qui obtient rapidement l'accord de N et M. M observe que les arcs semblent être symétriques par rapport à deux axes perpendiculaires, V et N sont d'accord. M propose encore l'idée que P est l'image de M par la symétrie précédente ce que V ne comprend pas bien. M suggère d'appeler le professeur pour lui énoncer ce résultat.

Le professeur est appelée, le groupe fait intervenir une symétrie, mais de façon globale, pour un arc, et le groupe ne reprend pas l'idée que le point M a pour image le point P par la symétrie proposée et ainsi le professeur ne pourra pas corriger cette idée. Avant son départ, M propose une nouvelle méthode, utiliser une rotation ou une composée de rotations.

N continue à travailler sur la figure, en cherchant le centre d'un des cercles. M et V ont une longue discussion sur la définition d'une transformation pour étudier ce lieu ; V rappelant que l'énoncé donne une construction et non pas une transformation, M précise alors son idée ; N pense que dire "on s'aperçoit" suffit, ce que V conteste. Mais le groupe ne persévère pas dans cette idée d'utiliser une symétrie sans même constater qu'elle ne permet pas de conclure. V propose d'utiliser une configuration du cours (cf) liée à une rotation, M pense que c'est une meilleure idée, que c'est peut-être plus facile que la méthode précédente. Le groupe essaye ce nouvel outil et appelle le professeur pour demander si cette configuration permet d'aboutir, ce que le professeur confirme.

Comme prévu l'expérimentation a été longue, et les élèves n'ont pas eu le temps en cinquante-cinq minutes d'aller jusqu'au bout de la démonstration. Le groupe leur a cependantpermis de savoir à quel ensemble est égal le lieu cherché et d'avoir une méthode de démonstration.

ANALYSE DE Q1

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

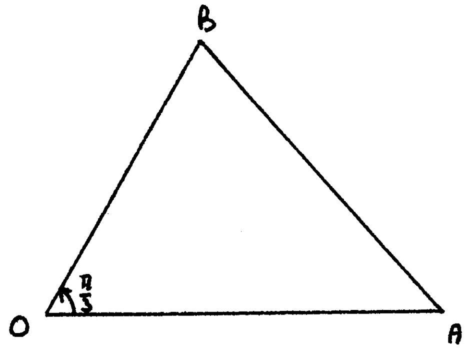
Enoncé :

Soit un triangle OAB, tel que l'angle $(\vec{OA}, \vec{OB})$ *mesure* $\Pi/3$. *Soit S une simlilitude transformant A en B et la droite (OA) en la droite (OB).*

1) Montrer que S a un centre Ω *qui appartient au cercle C circonscrit au triangle OAB.*

2) Réciproquement montrer que tout point de C différent de A et B est le centre d'une telle similitude. Déterminer l'ensemble des centres des similitudes S.

3) Donner une construction géométrique du centre lorsque le rapport de S est 2.



Cet énoncé n'est pas satisfaisant, comme on va le voir, et sera transformé les années suivantes. Il deviendra :

Soit un triangle OAB, tel que l'angle $(\vec{OA}, \vec{OB})$ *mesure* $\Pi/3$. *Déterminer le lieu des centres des similitudes transformant A en B et la droite (OA) en la droite (OB).*

Cet exercice est donné pendant que les similitudes sont étudiées en cours, les élèves ne sont pas sûrs de leurs connaissances. Ils vont se poser des questions sur le centre, et même sur ce qu'est une similitude, ils demanderont le cours pour s'y référer, cet exercice permettra de fixer certaines connaissances.

* Hors-sujet.

Il y a un hors-sujet au début, auquel les trois élèves participent, assez bref ; puis au retournement de la cassette, qui est d'ailleurs probablement fait par les élèves, on entend un hors-sujet entre V et M ; il y en a un troisième assez court entre les trois élèves concernant un devoir de physique, et enfin un quatrième à la fin de la séance ; dans ces deux derniers cas ils sont un peu perdus, et ils vont très vite appeler le professeur.

* Perturbations provoquées par le magnétophone.

Au retournement de la cassette, et comme si ce retournement leur avait rappelé la présence du magnétophone, on entend : "*ils sont tombés sur le groupe des bons, ils vont apprécier !*" (il s'agit d'un groupe qui est aussi enregistré et qui a l'air de trouver, N les a entendus). C'est la seule intervention à propos de l'enregistrement.

* Fonctionnement du groupe.

Le groupe a l'air ici de fonctionner de façon assez satisfaisante. Tout le groupe reprend les idées d'un élève, par exemple la remarque de V sur ce qu'on peut déduire de la lecture de l'énoncé de la deuxième question. Il y a des discussions où les trois élèves interviennent, par exemple lorsqu'ils se posent des questions sur le centre d'une similitude. A d'autres moments, un élève cherche seul et les deux autres (M et V, ou bien M et N) travaillent ensemble. Le dernier appel semble émaner d'un seul élève. Notons aussi que les élèves se stimulent pour continuer à cherher, N et plus loin V encouragent M.

Mais ce bon fonctionnement ne suffit pas, le groupe n'avance guère.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Au début, les élèves sont perdus et n'arrivent pas à progresser ; après une discussion entre eux, comme ils ne trouvent toujours pas, ils appellent le professeur pour la première fois.

Un deuxième passage du professeur a lieu sans appel oral, peut-être est-ce qu'il y a eu un signe de M qui demande une explication.

Le troisième appel est précédé de la réflexion "*je lui demande parce que là on arrive à rien*" et le quatrième appel est décidé par M pour poser une question sur ce qu'il a compris personnellement.

Globalement, dans cette séance, les élèves appellent de façon satisfaisante par rapport au contrat, mais les interventions du professeur n'ont pas réussi à débloquer le groupe.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 294.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
134(46%)	82(28%)	78(26%)

N et V font chacune à peu près le quart des interventions et M la moitié.

D'autre part, sur ces 294 interventions, il y a 19% d'interventions méthodologiques, 2% d'interventions de contrôle et 24% de questions. Une intervention sur cinq est méthodologique, une sur quatre contient une question.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 52, en voici la répartition par type d'intervention :

Analyse de Q1 - 4 -

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
6(12%)	4(8%)	42(80%)

La plupart des interventions méthodologiques, quatre sur cinq, sont précises et en rapport direct avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
26(50%)	15(29%)	11(21%)

On retrouve la même répartition que pour les interventions en général, la moitié des interventions méthodologiques sont faites par M, les autres se répartissent entre N et V.

Les questions sont au nombre de 71, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
34(48%)	16(22%)	21(30%)

On retrouve encore une répartition semblable entre les élèves, c'est M qui pose la moitié des questions.

Enfin voici pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
25%(34/134)	20%(16/82)	27%(21/78)

Ici nous trouvons à peu près la même proportion de questions dans le discours de chaque élève, on ne retrouve pas de différence comme dans les résultats numériques précédents.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Dès le début, M déclare ne pas comprendre pourquoi l'image de O n'est pas nécessairement O, et pourquoi O n'est pas le centre de la similitude. Il propose ensuite de décomposer la similitude, ce qui entraîne une petite discussion avec N sur la construction du centre d'une rotation. Pendant ce temps, V a lu la suite de l'énoncé et s'appuie sur la deuxième question pour affirmer que d'autres points que O peuvent convenir. M semble convaincu ; quant à N, elle dit que le point invariant n'est pas le centre, M et V essayent de corriger cette erreur. La situation est très confuse, M pense que le groupe a démontré quelque chose, V n'est pas d'accord, le groupe appelle le professeur.

Dans son intervention, le professeur tente de faire mieux comprendre l'énoncé aux élèves. Les interventions, qui suivent son départ, montrent que son passage n'a guère servi, mais, n'étant pas loin, elle s'en rend compte et transforme l'énoncé en remplaçant "soit" par "quel que soit", ce qui semble beaucoup plus éclairer les élèves que toutes ses explications précédentes.

Les élèves discutent ensuite à propos du centre d'une similitude : quelle est sa définition, existe-t-il toujours, quelles sont ses propriétés. V raisonne en partant de l'hypothèse que la droite (OA) a pour image la droite (OB), elle parle avec M, arrive à la conclusion que l'image de O doit être sur (OB). Mais M reprend sa remarque du début, il ne comprend toujours pas pourquoi l'image de O peut être un point différent. N intervient alors pour demander quel est ce centre dont parle l'énoncé, celui de la rotation, de l'homothétie ou bien des deux à la fois. Le professeur intervient alors (l'enregistrement ne permet pas de savoir si les élèves l'ont appelée ou non) et confirme le raisonnement de V.

Un hors-sujet et la réflexion "*on n'a pas su ce qu'il faut faire*"

Image de O	Centre	Similitude	Autres Q1 ①
M: apparemment $S(O) \neq O$, pourquoi ? je ne comprends pas V: moi non plus N: $S(O) = O$			
		M: il faut décomposer N: comment ? M: le rapport de l'homothétie est OB/OA	
	M: apparemment O c'est pas le centre; si, c'est O N: on a vu la construction du centre d'une rotation		
M: $S(O) = O$ c'est la seule possibilité V: non, à cause de l'énoncé de la réciproque M: oui ; d'accord			
	N: le centre c'est pas O, ça serait trop simple		
N: $S(O) = O$ M: non (M reprend l'argument de V)			
	N: le centre c'est pas le point invariant M: on prend O pour centre, un exemple suffit V: oui N: est ce que le point invariant, c'est le centre? M, V: oui		
		M (discussion avec V qui reste sceptique) : il y a plusieurs similitudes qui conviennent, de même angle, et de rapports différents, mais un exemple suffit, on prend O comme centre	

Pr est appelé. Discussion avec M. Pr finit par le convaincre, ainsi que N, en remplaçant "une" par "quelle que soit" dans l'énoncé

Image de O	Centre	Similitude	Autres
		V demande le cours sur les similitudes	
	V: il y a des similitudes qui n'ont pas de centre V: c'est quoi les propriétés du centre ? M: il est invariant		
		N: le rapport, il est toujours positif	

V: je vois pas où il faut aller

V: O est sur (OA) donc S(O) est sur (OB)	V,M : discussion sur les centres de h, r, S M : je comprends pas comment le centre peut être ailleurs qu'en O N : de quel centre s'agit-il (r, h) ?		
Passage de Pr : M reprend sa question : comment le centre peut-il être différent de O ? Pr : "la seule chose que dit l'énoncé c'est que S(O) est sur (OB)			
	V : on sait pas où est le centre, on n'a pas su ce qu'il faut faire N reprend sa question : de quel centre s'agit-il ? M, N, V : discussion sur la question de N	N prend une homothétie puis une rotation d'angle $\pi/2$ pour expérimenter M : S est une composé d'une homothétie et d'une rotation V : tu vas où là ?	M relit l'énoncé N propose de faire d'abord la réciproque M : pour la 1ère question, il faut aussi utiliser que (OA) se transforme en (OB) N : je fais des exemples
Passage de Pr – Elaboration de la demonstration de la 1ère question avec les élèves			
M, N, V commencent la 2ème question (réciproque). Discussion sur le début du raisonnement à partir d'égalités d'angles dues à la cocyclicité, mais il n'y a rien de précis. V : on veut arriver à quoi ? Situation confuse			
Pr est appelé par M qui veut poser une question sur ce qu'il a compris. Mais Pr demande si la réciproque est faite, comme ce n'est pas le cas et que c'est la fin de la séance, Pr fait la démonstration avec les élèves.			

suivent son départ. Une discussion a lieu dans le groupe sur le centre d'une similitude, le groupe reconnaît qu'il patauge. Les élèves essaient de trouver des indices, pouvant les aider, dans chacune des questions. N fait une expérience avec une autre similitude, d'angle de mesure $\Pi/2$; trouvant deux droites perpendiculaires, elle conjecture alors que pour l'exercice l'angle de la (des) similitude(s) est de mesure $\Pi/3$. Le groupe n'avance pas et appelle le professeur.

La démonstration de la première question est alors élaborée avec le professeur. Après son départ le groupe passe à la deuxième question. N remarque que l'angle de la similitude dépendra de la position du point choisi sur l'un ou l'autre des arcs $\overset{\frown}{AB}$. V et surtout M lui expliquent que les mesures seront les mêmes à Π près. M propose alors une démarche pour construire une démonstration, mais ses hypothèses de départ sont fausses, V les corrige et ensuite M explique à N ce qu'il faudrait faire. Mais rapidement les élèves du groupe se rendent compte qu'ils ne savent pas vraiment où ils veulent en arriver. M affirme soudain qu'il a compris et décide d'appeler le professeur, sans expliquer ce qu'il a compris aux deux autres élèves. C'est la fin de la séance, M appelle le professeur mais n'a pas la possibilité de poser sa question, le professeur construit la démonstration en dialoguant avec tous les élèves du groupe.

Ici M bute longtemps sur l'idée a priori que O est le point invariant, parce qu'il est sur une droite et aussi sur la droite image. Le groupe entier se pose des questions sur les définitions et les propriétés relatives aux similitudes. Globalement deux interventions nous paraissent résumer la confusion qui règne dans toute cette séance : "*on patauge*" et "*on veut arriver à quoi ?*".

REMARQUES

Malgré le respect du contrat, le bon fonctionnement du groupe, l'enseignement de méthodes, ce groupe ne réussit pas à répondre aux questions de cet exercice.

* Les questions sont mal posées, les élèves ne les comprennent pas ; l'énoncé, tel qu'il sera transformé, ne donnera aucune indication et les élèves élaboreront leurs propres questions, elles auront alors du sens.

* Au-delà de ce problème de l'énoncé , on constate que les élèves ont très peu de connaissances sur les similitudes (sauf V peut-être) et cela va aussi les empêcher de comprendre de quoi il s'agit et ce qu'il faut faire.

On peut alors, dans une telle situation, se poser la question de l'utilité du travail en groupe aussi bien que de l'enseignement de méthodes. Les connaissances des élèves étant trop fragiles, les élèves n'arrivent pas à s'aider entre eux et au contraire, le groupe accroît peut-être la confusion. Quant à l'enseignement de méthodes, est-il utile si les élèves ne connaissent pas les outils dont ils sont supposés disposer ?

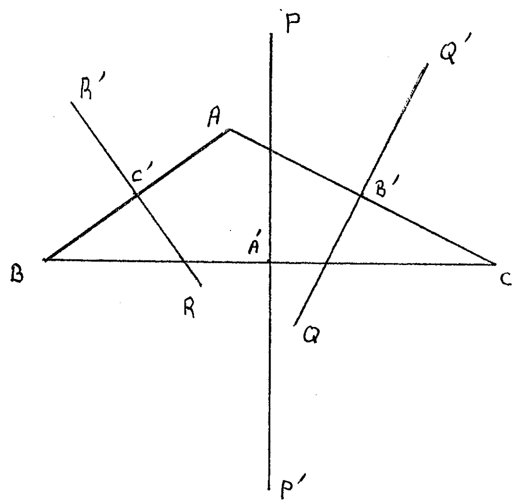
Les années suivantes, l'énoncé sera donc changé, il sera donné un peu plus tard par rapport au cours sur les similitudes et enfin un autre exercice aura été donné auparavant, où un point situé à la fois sur une droite et sur la droite image n'est pas le centre de la rotation. Et nous constaterons une plus grande réussite.

ANALYSE DE S1

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

Soit un triangle ABC. On appelle A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. P et P' sont les images de B et C par la rotation de centre A' et d'angle de mesure −Π/2, Q et Q' sont les images de C et A par la rotation de centre B' et d'angle de mesure −Π/2, et R et R' sont les images de A et B par la rotation de centre C' et d'angle de mesure −Π/2. Montrer que les vecteurs $\vec{AP}$ *et* $\vec{QR}$ *sont orthogonaux et de même norme. Même question pour les vecteurs* $\vec{A'P'}$ *et* $\vec{Q'R'}$.



A ce moment de l'année les élèves disposent de toutes les transformations planes du programme ainsi que des nombres complexes. Il n'y a aucune indication, ils peuvent être aidés par des exercices déjà faits en classe.

* Hors-sujet.

Il y a un seul moment hors-sujet très bref au début.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

Notons qu'il y a un très long silence au début de l'enregistrement. Dans les autres bandes on trouve aussi des moments de silence au début des séances. Les élèves ont besoin de temps pour commencer à chercher en groupe et/ou à chercher tout simplement.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Au début, au bout d'un certain temps les élèves n'ont pas trouvé. N dit "*on l'appelle, on lui dit qu'on trouve pas*" puis rajoute "*oui, mais personne n'a l'air d'avoir trouvé, personne l'a appelée, ça va faire ...*". Et le groupe n'appelle pas.

Peu de temps après, le professeur rappelle à la classe qu'un groupe doit l'appeler quand il a une idée de la démonstration. L'effet est immédiat, M évoque les rotations, mais en réalité le groupe n'a pas très bien compris comment s'en servir et saisit l'occasion pour appeler le professeur. Les élèves en sont conscients et N rajoute " *il vaut mieux plutôt l'appeler que de rien trouver*".

Le professeur est appelée, les élèves disent à quels outils ils ont pensé, le professeur confirme que les rotations ou les nombres complexes peuvent être utilisés.

Après son départ, les élèves cherchent avec plus de conviction et trouvent en choisissant petit à petit parmi les deux méthodes. Le professeur passe à la fin de la séance et V explique quelle méthode a été choisie.

Le professeur a donc été appelée une fois pendant la recherche et son intervention a servi à recentrer les idées, à donner confiance, le groupe a pu alors construire une démonstration. Le contrat ici a bien fonctionné de part et d'autre.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 203 .

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
84(41%)	59(29%)	60(30%)

C'est M qui fait le plus d'interventions, quatre sur dix, les autres se répartissent également entre N et V.

D'autre part, sur ces 203 interventions, il y a 30% d'interventions méthodologiques, 2% d'interventions de contrôle et 25% de questions. Près du tiers des interventions sont des interventions méthodologiques et le quart contiennent des questions.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 61, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1	méth 2	méth 3
imprécises et sans rapport direct	précises et sans rapport direct	précises et avec un rapport direct
3(5%)	7(11%)	51(84%)

La plupart des interventions méthodologiques sont précises et en rapport direct avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
27(44%)	16(26%)	18(30%)

On retrouve à peu près la même répartition que pour les interventions en général.

Les questions sont au nombre de 49, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
21(43%)	10(20%)	18(37%)

M et V posent presque le même nombre de questions, et N en pose moins.

Enfin voici pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
25%(21/84)	17%(10/59)	30%(18/60)

Le discours de V contient proportionnellement deux fois plus de questions que celui de N, le discours de M est intermédiaire, avec une question pour quatre interventions.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Les élèves commencent par faire le dessin, puis M propose deux méthodes, les nombres complexes et les rotations. V souligne qu'il y a peu de données, ce qui lui semble peu propice pour utiliser les nombres complexes ; M se réfère à un exercice déjà fait qui comportait peu de données, mais il n'insiste pas. N propose d'utiliser des angles à cause des triangles isocèles, mais V observe qu'elle ne voit pas le rapport avec les angles. M reprend sa deuxième proposition et tente d'utiliser les rotations. Il y a alors une discussion entre les trois élèves autour du dessin. N propose d'appeler le professeur, puis renonce car aucun groupe n'a appelé. M fait alors le point : on peut résoudre l'exercice soit par les complexes, mais cela paraît trop difficile, soit par les rotations, le groupe continue donc à chercher par les rotations. Le professeur rappelle groupe continue donc à chercher par les rotations. Le professeur rappelle que les élèves doivent appeler quand ils ont une idée, et les élèves l'appellent.

Le professeur confirme que les deux méthodes proposées conviennent et leur demande de choisir en se demandant ce qu'il reste à faire pour chacune des méthodes. Après le départ du professeur, son approbation les ayant stimulés, les élèves choisissent les nombres complexes et cherchent. Ils évoquent un exercice analogue, V déclare que, bien que ce soit fastidieux, ils sont sûrs de réussir. Les trois élèves discutent du meilleur repère à faire intervenir, au bout d'un moment M rappelle que dans l'exercice déjà évoqué ils n'avaient pas utilisé de repère, V s'en souvient aussi, mais N déclare qu'il est nécessaire de prendre un repère. Le groupe continue alors de chercher un repère mais n'aboutit pas. V cherche dans son cahier l'exercice précédent, N abandonne les nombres complexes et essaie les rotations, M rappelle qu'il faudrait utiliser les milieux des côtés car ils interviennent dans l'énoncé et le groupe ne les a pas encore utilisés. V affirme, en se référant à son cahier qu'il ne faut pas prendre de repère, M est d'accord (il l'avait déjà dit mais cela n'avait pas eu d'effet), N est toujours sceptique mais cette fois-ci V est complètement convaincue et se lance dans les calculs en s'inspirant de son cahier. Elle est sûre que sa méthode va aboutir et elle explique aux deux autres ce qu'elle a fait et leur montre le "modèle". Le professeur passe et V explique qu'ils n'ont pas abouti en utilisant un repère et qu'elle a repris la méthode de l'exercice déjà fait. Le professeur approuve et c'est la fin de l'heure.

Le groupe propose donc deux méthodes les rotations et les nombres complexes, puis renonce aux nombres complexes à cause des calculs.

<table>
<tr><th>Rotations</th><th>Nombres Complexes</th><th>Référence à un exercice déjà fait</th><th>Angles S1</th></tr>
<tr><td>M : propose d'utiliser les rotations ou les nombres complexes
V : mais on n'a pas tellement de données

M cherche à montrer que A → Q et P → R par une même rotation
M, V : discussion
M, N, V : discussion, "c'est le gros trou noir", N propose d'appeler Pr, V et M préfèrent continuer à chercher
M : on passe soit par les rotations, soit par les complexes mais ça a l'air trop dur

M, N : discussion</td><td>V : tu veux absolument faire par ℂ?
M : non</td><td>M évoque un exercice précédent</td><td>N : peut-être par les angles, à cause des triangles isocèles
M : ouais
V : je vois pas le rapport</td></tr>
<tr><td colspan="4">Pr rappelle qu'un groupe doit l'appeler quand il a une idée de démonstration. Pr est aussitôt appelé. Les élèves proposent leurs trois idées : les rotations, les nombres complexes, les angles. Pour choisir entre les deux premières, Pr demande de réfléchir à ce qui reste à faire, N parle de repère pour ℂ.</td></tr>
<tr><td>M : à partir des rotations, on arrivait à calculer les affixes.

M reprend l'idée des rotations
M, V discussion

M moi je n'y arrive pas</td><td>M, N, V essaient de travailler avec ℂ
M, N, V : discussion à propos du repère
V : "on n'avait pas pris de repère dans l'exercice qu'on avait fait, mais un repère ça simplifie
M, N, V : discussion à propos du repère
N : avec ℂ je vois pas</td><td>M cite l'exercice déjà fait

V : comment on avait fait ?

V reprend l'exercice précédent

V je crois que j'ai trouvé
V explique à M et N</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Passage de Pr. V explique qu'elle a repris la méthode d'un exercice précédent parce qu'ils n'avaient pas trouvé en cherchant un repère</td></tr>
</table>

Le professeur les ayant encouragés, les élèves reviennent aux nombres complexes, s'égarent dans la recherche d'un repère, mais un ancien exercice va permettre à V d'engager le groupe dans des calculs sans repère qui permettent de conclure. Néanmoins, on a l'impression que les élèves n'ont pas bien compris, n'ont pas pris de recul pour analyser la méthode proposée et son efficacité.

REMARQUES

Comme nous le verrons dans l'enregistrement U1, les propositions de méthodes sont ici immédiatement justifiées.

Mais finalement l'exercice est résolu, ici plus grâce au "modèle" d'un exercice précédent que grâce à une démarche vraiment organisée ; au début de la séance les élèves ont des arguments pour l'utilisation des nombres complexes mais ne savent pas comment adapter cette méthode, à la fin ils ne savent pas très bien pourquoi ça marche.

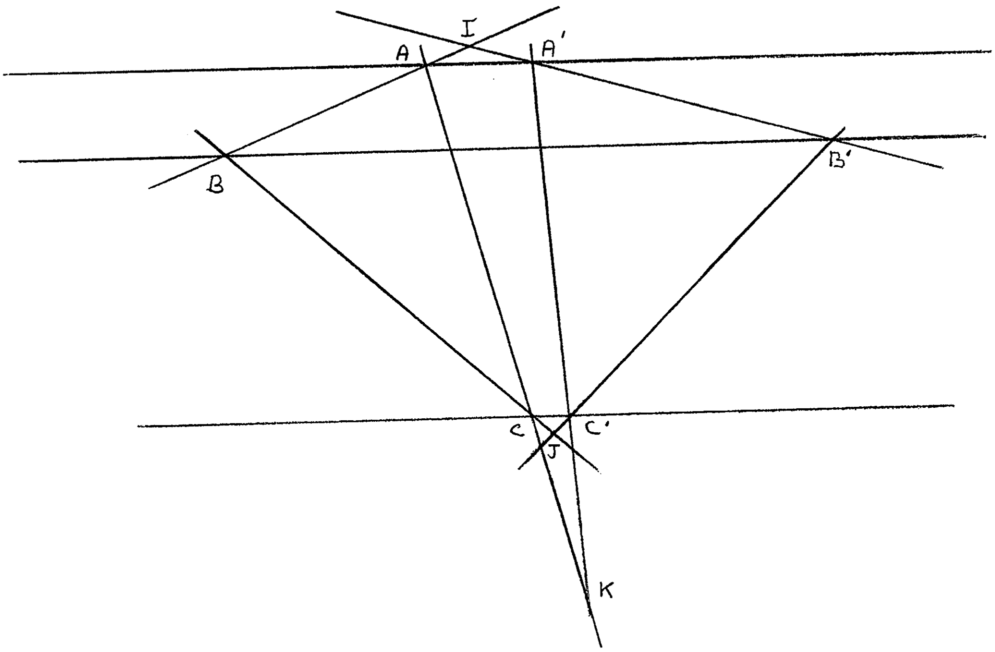
Remarquons cependant que l'idée, qui est exprimée, de réutiliser une méthode est déjà une méthode.

ANALYSE DE U1

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

On considère six points A, A', B, B', C et C' tels que les droites (AA'), (BB') et (CC') soient parallèles et que les droites (AB) et (A'B') soient sécantes en un point I, les droites (BC) et (B'C') soient sécantes en un point J et les droites (AC) et (A'C') en un point K. Que peut-on dire des points I, J et K ?



C'est une des dernières séances de l'année. Les élèves disposent de tous les outils du programme de terminale C. Ils doivent faire une conjecture, ce qui est facile quand on a réalisé la figure. Ils doivent ensuite choisir une méthode et l'utiliser.

* Hors-sujet.

Il y a quatre moments hors-sujet : un au début pendant que les élèves dessinent, deux très brefs, enfin un quatrième plus long quand ils attendent le professeur pour qu'elle vérifie leur démonstration ; à ce moment-là ils ont fini, et le sujet de leur conversation montre qu'ils ont vraiment oublié le micro.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

On a ici l'impression que le groupe pousse les élèves à expliciter leurs démarches, à aller plus loin et plus vite ; ils coopèrent beaucoup plus qu'au début de l'année.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Il y a un premier appel lorsque les élèves constatent une incohérence entre leur idée de démonstration par une homothétie et la figure. Le professeur approuve le choix de cette transformation mais la propriété utilisée n'étant pas adaptée à cet exercice, elle demande aux élèves de chercher une autre propriété d'alignement liée aux homothéties et leur conseille d'utiliser aussi deux autres homothéties.

Après son départ, on entend N dire "*le problème reste entier*", mais cependant les élèves essaient immédiatement d'utiliser trois homothéties de centre I, J, K respectivement, et finissent par trouver. Il y a alors un deuxième appel pour proposer leur démonstration.

Là encore le contrat a très bien fonctionné.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 128.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
59(46%)	39(31%)	30(23%)

Les élèves n'interviennent pas dans les mêmes proportions. La moitié des interventions sont des interventions de M, qui intervient deux fois plus que V, le nombre des interventions de N se situant entre les deux.

D'autre part, sur ces 128 interventions, il y a 28% d'interventions méthodologiques, 2% d'interventions de contrôle et 22% de questions. Plus du quart. des interventions sont des interventions méthodologiques, il y a très peu d'interventions de contrôle et un cinquième des interventions contiennent des questions.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 36, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
3(8%)	17(47%)	16(45%)

Presque toutes les interventions méthodologiques sont précises, et parmi celles-ci la moitié sont en rapport direct avec l'exercice.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
16(44%)	9(25%)	11(31%)

On retrouve à peu près la même répartition entre les élèves que pour les interventions en général ; c'est M qui fait la moitié des interventions méthodologiques.

Les questions sont au nombre de 28, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

M	N	V
11(39%)	9(32%)	8(29%)

L'effectif total est très faible, les élèves posent tous autant de questions.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

M	N	V
19%(11/59)	23%(9/39)	27%(8/30)

Là encore la proportion des questions dans le discours de chaque élève est à peu près la même.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Les élèves commencent par faire la figure, certaines droites se coupent en dehors de la feuille mais la conjecture de l'alignement est faite très rapidement sans refaire les figures.

Ils cherchent ensuite une méthode de démonstration. N constate qu'il faut utiliser le parallélisme, M et V que c'est un problème d'alignement. Plusieurs méthodes sont évoquées explicitement par M et V, et leur adaptation au problème est discutée : les barycentres, les angles, les transformations, les nombres complexes, les homothéties. C'est M qui propose les homothéties en rappelant qu'il faut utiliser le parallélisme des droites. N demande comment on montre que trois points sont alignés en utilisant les homothéties. M propose l'alignement d'un point, de son image et du centre de l'homothétie. N contrôle cette idée en mesurant sur la figure, le groupe conclut que cette idée ne convient pas et décide d'appeler le professeur pour qu'elle contrôle leur idée.

Le professeur approuve le choix d'utiliser les homothéties, et suggère d'ene faire intervenir plusieurs. Après son départ il y a encore des propositions de méthodes faites par M ou V et discutées avec N : faire des calculs avec les rapports des trois homothéties, utiliser des vecteurs colinéaires, introduire la configuration du trapèze de la tâche B. Enfin M propose de composer deux homothéties pour en obtenir une troisième, et

U1

<table>
<tr><th>Figure</th><th>Discussion sur la méthode à employer</th><th>Homothéties</th></tr>
<tr>
<td>M et N discutent et concluent : les points sont alignés

M, N et V discutent à propos de la figure

N contrôle l'idée de M sur le dessin
M, N et V concluent : ça ne marche pas</td>
<td>N propose d'utiliser le parallélisme
M fait référence à un exercice précédent
V cherche toutes les méthodes pour démontrer un alignement.
V propose les barycentres
M critique la proposition de V
M propose les angles
M critique sa proposition
M propose les transformations
V propose les nombres complexes
M critique la proposition de V
M propose les homothéties

M rappelle qu'il faut utiliser le parallélisme</td>
<td>N demande : comment montrer l'alignement avec les homothéties ?

N reprend sa question
M explique l'alignement par J = h(K), I étant le centre de h</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">Pr est appelé ; M explique sa proposition, reconnait que ça ne marche pas.
Pr confirme l'idée des homothéties, et rappelle l'existence d'un autre alignement prouvé par les homothéties</td></tr>
<tr>
<td>M et N : ça ne marche pas</td>
<td>V propose d'utiliser la configuration du trapèze</td>
<td>M, N discutent sur les trois homothéties

M propose d'utiliser la composition de homothéties et l'alignement des centres
M explique à N et à V</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">Pr est appelé, Pr confirme et fait préciser la démonstration.</td></tr>
</table>

d'utiliser l'alignement des centres. V puis N sont convaincues par sa démonstration et le groupe appelle le professeur.

Les deux premières interventions méthodologiques concernent l'hypothèse qu'il faut absolument utiliser et le type du problème. L'enseignement de méthodes est cité explicitement. Pour ce problème d'alignement les élèves reprennent beaucoup de méthodes qu'ils connaissent et qui font partie de la classification du cours. Ils argumentent sur les inconvénients de chacune en fonction du problème précis qui est posé.

Le passage du professeur leur donne une piste qu'ils utilisent pour trouver la démonstration.

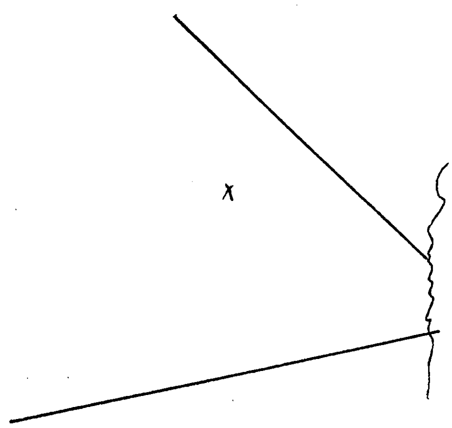
Les propositions de méthodes sont faites par deux élèves, M et V, mais la troisième, N, est très impliquée dans le travail du groupe : elle a fait la remarque du début sur l'utilisation indispensable du parallèlisme, elle contrôle et argumente à propos des méthodes proposées par les autres.

ANALYSE DE I2

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu.

Enoncé :

Soit deux droites qui se coupent en dehors de la feuille et un point quelconque sur la feuille. Construire, à la règle et au compas, la droite qui joint le point qui est sur la feuille au point d'intersection des deux droites qui n'est pas sur la feuille.



C'est un exercice de construction classique.

Cet exercice peut être donné à des niveaux de classe différents. Ce qui est attendu ici, c'est que les élèves donnent plusieurs constructions. En effet, le début de la recherche, souvent hasardeux, les engage sur des pistes différentes (cf chapitre II, page). Les élèves peuvent alors mettre en jeu des outils très variés et sont amenés ainsi à constater qu'ils sont capables d'utiliser les diverses connaissances qu'ils possèdent pour résoudre un problème.

* Hors-sujet.

Il y a une intervention de Pi hors-sujet au début à propos de l'enregistrement, une autre de P un peu plus tard, et une autre en attendant le professeur qui a été appelée ; enfin on trouve une discussion hors-sujet quand la cassette vient d'être retournée, qui est relative à un contrôle du lendemain en histoire-géographie, matière qui demande beaucoup de travail en terminale C et on comprend que cela préoccupe les élèves.

* Remarques sur la présence du magnétophone.

Avant que le groupe ne commence à travailler, on entend P et Pi qui parlent de l'enregistrement en disant par exemple " 4, 3, 2, 1, 0 ", puis au milieu de la séance ils retournent eux-mêmes la cassette. On n'entend pas de perturbations. Remarquons que les deux élèves redoublants sont déjà rodés au travail de groupe, ceci contribue sans doute à ce que le magnétophone ne les gêne pas. Quant au troisième élève, il parle très peu mais ceci correspond à son comportement habituel aussi bien en cours de mathématiques que dans les autres cours, ce n'est donc vraisemblablement pas la présence du magnétophone qui est la cause du faible nombre de ses interventions.

* Fonctionnement du groupe.

Un élève, D, cherche seul ; quand il a trouvé une construction, il la propose aux deux autres. P et Pi travaillent ensemble pendant toute la séance et reprennent le résultat proposé par D.

* Fonctionnement du contrat.

Le contrat est rappelé à tous les groupes au début de la séance.

Le professeur intervient dans ce groupe dès le début, sans être appelée, pour parler aux redoublants. En fait cette intervention exprime sa gêne par rapport à l'expérimentation et à l'enregistrement, car ici le jeu est faussé par cette présence des deux redoublants. Elle a entendu leurs réflexions et essaye par cette intervention que les élèves cherchent vraiment et n'essaient pas d'utiliser d'éventuels souvenirs. On retrouvera cela au début de son deuxième passage.

Les élèves appellent l'enseignante pour contrôler une proposition de construction "*on va peut-être lui demander si c'est ça ... , bon, on lui demande*". Puis une seconde fois pour contrôler une autre proposition.

Dans ces deux interventions, le professeur évalue la proposition et demande d'aller plus loin en construisant une démonstration, ce qui est fait plus ou moins en sa présence. Après son passage, les élèves essayent de mettre au point la construction proposée et rédigent. Ils tiennent compte de ce qu'elle a dit ; à la fin de la bande, on entend "*tu n'as pas fait le cas où O n'appartient pas à la partie visible*", ceci fait suite à la discussion avec le professeur.

On peut dire ici que les appels ont été faits à de bons moments et que les interventions du professeur se sont bien inscrites dans le travail du groupe.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 215.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	Pi	D
101(47%)	102(47%)	12(6%)

P et Pi se partagent également la presque totalité des interventions, l'élève D parlant très peu.

D'autre part, sur ces 215 interventions, il y a 34% d'interventions méthodologiques, 0,5% d'interventions de contrôle et 19% de questions. Le tiers des interventions sont méthodologiques, il y a très peu de contrôle.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 71, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
5(7%)	7(10%)	59(83%)

Ces interventions sont, pour les quatre cinquièmes, précises et en rapport direct avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	Pi	D
26(37%)	38(53%)	7(10%)

P et Pi font la plupart des interventions méthodologiques, Pi plus que P, et D en fait peu.

Les questions sont au nombre de 41, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	Pi	D
13(32%)	28(68%)	0

D ne pose pas de questions, Pi en pose les deux tiers et P le tiers.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

P	Pi	D
13%(13/101)	27%(28/102)	0%

P et Pi prenant la parole aussi fréquemment, on trouve ici que le discours de Pi contient proportionnellement deux fois plus de questions que celui de P.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Au début P et Pi se souviennent qu'ils ont vu plusieurs méthodes pour résoudre cet exercice l'année précédente. Ils en évoquent certaines et se lancent dans la recherche. Ils suggèrent de tracer une droite passant par le point donné, puis une parallèle à cette droite, mais ils ne savent pas reporter des proportions à la règle et au compas. Ils font aussi intervenir les deux projetés orthogonaux, H et H', du point donné, M , sur les deux droites, puis une droite parallèle à (HH'). Mais ils ne trouvent pas de justifications, ils s'appuient beaucoup sur leurs souvenirs des dessins seulement, et pas des justifications, Pi dira au professeur " *c'est l'ensemble, dans ma tête on mélange tout et ça donne ça*". Ils appellent le professeur, expliquent leurs deux constructions, le professeur leur dit qu'elles sont correctes et leur demande de justifier. Les élèves proposent d'utiliser le théorème de Thalès, puis des homothéties.

Après son départ, P et Pi essaient d'élaborer une démonstration en utilisant effectivement des homothéties ; D, qui n'a pas pris la parole depuis le début de la séance, intervient soudain pour proposer une construction basée sur la cocyclicité, il l'explique à P et Pi et le groupe appelle le professeur pour lui exposer cette nouvelle construction et lui demander si elle s'applique aussi à la figure dessinée par P. Le professeur fait justifier la construction, ce qui permet de répondre à la question de P, mais elle demande ce qui se passe si un point auxiliaire, qui est intervenu, est lui aussi en dehors de la feuille. Après son départ, P et Pi cherchent à rédiger les démonstrations de ces différentes constructions, tout en les élaborant (les élèves devaient, ce jour-là, rendre une copie par groupe à la fin de cette séance).

I2

Souvenirs	Construction par projection orthogonale et parallélisme	Justification de la construction par projection et parallélisme	Construction par cocyclicité
P et Pi essaient de se souvenir Pi, puis P : proposent d'utiliser une symétrie et de construire la droite image Pi : propose de tracer une droite passant par M, coupant les 2 droites, de tracer une parallèle et de reporter la proportion Pi : explique à P P : on ne peut pas reporter les proportions	Pi propose une construction par projection de M et par tracé d'une parallèle à la droite des projetés Pi et P : discussion	P : maintenant il faut montrer que ça marche Pi : par Thalès Pi reprend le procédé de construction en affirmant la conservation du rapport	
Pr est appelé. P et Pi expliquent leur construction et leur début de justification. Pr les amène à utiliser une homothétie			
		P et Pi essaient de justifier leur construction avec une homothétie	D propose d'utiliser la cocyclité de M, I et des projetés orthogonaux de M. D explique à P et Pi
Pr est appelée. Le groupe explique la proposition de D. Pr fait préciser qu'il faut tracer le centre du cercle. Pr reprend une remarque de P et demande de réfléchir au cas où ce centre n'est pas sur la feuille.			
		P et Pi commencent à rédiger leur construction	Pi : "comment on construit le centre" D répond à Pi P et Pi commencent à rédiger cette construction

Remarques.

Signalons ici une difficulté dans cet exercice et peut-être dans les exercices de construction en général. Il y a des ambiguïtés, pour les élèves, à propos des méthodes, entre les méthodes de construction, les méthodes de recherche et les méthodes de démonstration. La consigne "construire" peut signifier faire le dessin, donner la suite des opérations à faire pour obtenir la droite demandée, ou encore démontrer que ces opérations déterminent bien la droite voulue.

De plus, pour nous, il n'a pas été facile de distinguer ce qui est méthodologique de ce qui ne l'est pas, et aussi de faire la distinction entre les trois niveaux méthodologiques que nous avons caractérisés.

ANALYSE DE B3

* Le contrat.

Rappelons que c'est la seule bande avec B1 où le premier contrat est en vigueur.

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu : voir B1.

* Hors-sujet.

Tout ce qui est audible a été retranscrit (il y a quelques mots inaudibles mais très peu). Il y a une seule prise de parole hors-sujet à la fin de la séance.

* Perturbations dues à l'enregistrement.

Les seuls effets de la présence du magnétophone sont peut-être quelques rires, des intonations et des interventions à voix basse qui sont inaudibles.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Dans ce contrat, les élèves n'ont pas de responsabilité par rapport au contrat, de leur part il est donc respecté (et ils n'appellent pas).

Le professeur intervient quatre fois.

- Pour vérifier la conjecture, et elle demande alors un énoncé du théorème de Thalès. Après son départ, les élèves cherchent effectivement cet énoncé.
- Pour vérifier l'énoncé du théorème de Thalès. Après ce passage, les élèves disent tout de suite que c'est la réciproque qu'il faut plutôt

utiliser.

- Pour faire le point. Le professeur contrôle la démonstration du groupe pour la première question, alors que le groupe l'a terminée depuis un moment et cherche la deuxième. Le professeur demande des justifications de détail sur cette première démonstration et ne s'intéresse pas du tout à la suite du travail des élèves. Après son départ, le groupe donne rapidement des justifications et poursuit sa recherche sur le point Ω. L'intervention du professeur ne les a pas aidés mais les a détournés de leur recherche, ils donnent très rapidement la justification qu'on leur demande et continuent ensuite comme si le professeur n'était pas intervenue. On peut se demander quelle est l'utilité d'une telle intervention pour le travail du groupe par rapport à l'objectif recherché. C'est ainsi que l'étude des enregistrements nous a amenée à changer de contrat dans l'expérimentation.

- Pour faire le point. Cette dernière intervention commence par : "*alors ? ça fait longtemps que je ne vous ai pas vus*". Le professeur s'inquiète des justifications demandées lors de sa précédente intervention, puis elle est prête à partir, mais un élève heureusement déclare "*on l'a fait Ω*". Le professeur est pour la première fois au diapason de la recherche des élèves et c'est alors seulement que cette intervention est davantage méthodologique. Le professeur est amenée à dire : "*il faudrait avoir une idée de comment utiliser ces résultats*" et encore "*avoir une idée de comment ça va nous aider pour montrer que des points sont alignés*". Ceci montre peut-être que le discours méthodologique n'est possible, naturel, efficace que dans le cas où il est nécessaire, que les élèves sont prêts à l'entendre, que le professeur est prêt à avoir ce type de discours, parce que les élèves et le professeur sont ensemble dans la même situation, devant le même problème. C'est le contrat suivant qui va optimiser la fréquence de ces situations, et aussi optimiser les moments où le professeur fera le point.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

Il y a surtout deux élèves qui parlent, C et Ce, mais on a l'impression que le groupe fonctionne, il n'y a pas de sous-groupe ou d'élève complètement en décalage. Ils rédigent ensemble.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 266.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

J	C	Ce	S
45(17%)	94(35%)	105(40%)	22(8%)

Deux élèves, C et Ce, interviennent davantage, J intervient moitié moins et S encore moins.

D'autre part, sur ces 266 interventions, il y a 38% d'interventions méthodologiques, 3% d'interventions de contrôle et 19% de questions. C'est le début de l'année et on observe ici qu'il y a beaucoup d'interventions méthodologiques, deux sur cinq.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 101, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
3(3%)	12(12%)	86(85%)

Cette répartition montre que les interventions méthodologiques précises et en rapport direct avec le problème sont très nombreuses par rapport aux autres.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

J	C	Ce	S
22(22%)	38(37%)	37(37%)	4(4%)

On retrouve la répartition générale, le pourcentage relatif à S s'écartant encore davantage de celui des trois autres élèves.

Les questions sont au nombre de 50, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

J	C	Ce	S
8(16%)	11(22%)	29(58%)	2(4%)

Ces pourcentages s'ordonnent comme ceux relatifs à toutes les interventions, le plus grand pourcentage étant encore plus important, Ce pose plus de la moitié des questions.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

J	C	Ce	S
18%(8/45)	12%(11/94)	28%(29/205)	9%(2/22)

Ces pourcentages sont plus proches entre eux que les précédents, notamment le discours de Ce s'éloigne moins de celui des autres.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Les élèves font rapidement la conjecture sur l'alignement des quatre points. Ce propose d'utiliser Thalès et C les aires, C se référant à un

B3 1

Conjecture	Comment le montrer ?	Th. de Thalès - réciproque, rapports	Homothéties	Calcul vectoriel
J : ils sont alignés	C : mais il faut le montrer Ce : Thalès C : aires égales de triangles "mais je ne vois pas le rapprochement" C : pour le 4e point, Ω, propose une homothétie Ce : propose de tracer une droite passant par Ω	C (repris par Ce, J) : mais il y a 4 points C : on les prend 3 par 3 Ce, J demandent des explications à C C : c'est le théorème ou la réciproque C, Ce, J, S : discussion vague C, Ce affirment " donc A, I, J alignés " J, S : pourquoi ?		

Passage de Pr. Pr demande quelle est la conjecture. Le groupe affirme l'avoir démontrée par le th. de Thalès. Pr part en demandant un énoncé du th.

		C, Ce, J, S cherchent et ne trouvent pas cet énoncé.		

Passage de Pr. Les questions de Pr font dire aux élèves que leur adaptation du théorème suppose l'alignement de A, I, J

	J propose de démontrer que J' = J C propose une homothétie pour J' = J	C, Ce proposent la réciproque C, Ce, J, S ne s'en souviennent plus Ce : ça marche pas J explique à C et Ce qu'avec le th. de Thalès et des rapports on pourrait montrer J' = J Ce, J continuent avec le th. de Thalès Ce : c'est bon ton truc	C propose de nouveau une homothétie J : je m'en souviens plus C : J' = J on peut le faire avec une hom.	

B3 ②

		Ce: bon alors on applique Thalès ou les homothéties ?	C: les homothéties je suis sûr que ça va Ce, J demandent des explications C énonce la démonstration de l'alignement de A, I, J. Ce, J, S y participent	
Le groupe passe à l'étude de l'alignement avec le 4e point Ω				
	Ce: propose une symétrie C: des losanges Ce: des triangles C: des parallélogramme, des trapèzes de même aire Ce: ça sert à rien Ce: un angle J: droite passant par Ω pour avoir des rapports	Ce, C, J: discussion sur la droite et les rapports	C: homothétie	
Passage de Pr. Pr fait énoncer la démonstration du 1er alignement et demande des compléments				
	J propose une symétrie Ce: un barycentre Ce (repris par C, S): il faut montrer que deux vecteurs sont colinéaires	C, Ce, J, S tentent de terminer la 1re démonstration avec des rapports	J: pour Ω c'est une autre homothétie Ce, C, J discussion	C, Ce font du calcul vectoriel
Passage de Pr. Pr fait reprendre la 1re démonstration, puis C et Ce expliquent pour Ω leurs idées sur les aires				
	C propose d'utiliser les angles			Ce reprend son idée sur les vecteurs J: ça marche pas

exercice déjà fait. C reprend l'idée de Thalès sans savoir s'il utilise le théorème ou sa réciproque, il persuade les autres élèves que l'alignement est démontré. Ils sont déjà passés à l'étude du quatrième point quand le professeur passe et en partant, elle demande au groupe de chercher l'énoncé du théorème de Thalès. Les quatre élèves en discutent quand le professeur revient, les élèves énoncent le théorème, le professeur fait préciser les hypothèses et montre que l'alignement que l'on doit montrer est ici utilisé comme point de départ. Après son départ, C et Ce évoquent la réciproque mais ils ne la connaissent pas, S écrit des égalités de rapport, puis J propose une méthode, qui est d'appeler J' le point d'intersection de la droite (AI) avec la droite (CD) et montrer que J' est égal à J, et C propose alors d'utiliser une homothétie. Ce demande quelle méthode le groupe va appliquer, C répond que les homothéties marchent sûrement, il est moins sûr pour l'autre méthode. Les homothéties sont donc choisies par le groupe et C est chargé par Ce d'énoncer la démonstration, ce qu'il commence à faire et, par une discussion à laquelle participent les quatre élèves, la démonstration est complètement élaborée.

Le groupe aborde le quatrième point Ω. Il y a une discussion confuse dans le groupe sur les méthodes qu'on peut employer ici, les élèves citent une symétrie, les losanges, les parallélogrammes, les triangles, les aires, les angles, des rapports. C parle d'homothétie mais il ne donne pas de précision. Le professeur arrive alors pour voir où en est le groupe. C lui expose la démonstration de l'alignement de A, I, J. Il manque une petite explication et le professeur part en demandant de la donner et de passer ensuite à l'étude du point Ω. Les quatre élèves font rapidement ce qu'a demandé le professeur et reviennent à ce qu'ils étaient en train de faire avant son arrivée. L'idée de l'homothétie est reprise, mais J propose de choisir B comme centre, et les élèves veulent montrer que Ω est le milieu d'un segment, ce qui doit sembler vrai sur leurs dessins. Leur recherche n'aboutit pas. J propose alors d'utiliser une symétrie, ce qui est repris immédiatement par Ce qui précise même une symétrie d'axe oblique, puis Ce pense à utiliser les barycentres, mais C et J lui montrent qu'ici cette méthode ne convient pas. Ce propose enfin de montrer que des vecteurs sont colinéaires, ce qui est repris par C qui lui pose beaucoup de questions sur l'adaptation de cette méthode.

Le professeur arrive alors, elle reprend la démonstration du début sur les points A, I, J ; au moment où elle part S dit " *on l'a fait Ω*" et Ce lui dit alors qu'ils ont pensé aux aires, aux triangles, et le professeur part en disant qu'il faut voir comment ces méthodes peuvent aider à montrer un alignement. Il y a alors de nouveau des propositions de méthodes, les élèves évoquent un cercle, les vecteurs, les angles, et c'est la fin de la séance.

Il y a donc plusieurs propositions de méthodes.

Un élève adopte souvent la proposition d'un autre, les élèves se mettent d'accord à plusieurs reprises sur des éléments de stratégie.

Le groupe démontre l'alignement de A, I, J, mais, pour le quatrième point, ils vont aller d'une méthode à l'autre sans les adapter vraiment au problème (on a l'impression qu'ils n'arrivent pas à se donner une stratégie précise) et ils ne pourront pas conclure.

ANALYSE DE M3

* La composition du groupe.

C'est le groupe 3 mais un élève a changé : J a été remplacé par Sy.

* La tâche : voir M1.

* Hors-sujet.

Il y a un seul moment hors-sujet audible et très bref d'ailleurs, quand le groupe attend le professeur qui a été appelée.

Il y a aussi des interventions à voix très basse et inaudibles, on ne peut pas savoir leur nature. Quoi qu'il en soit, il n'y a aucune interruption du travail, aucune conversation hors-sujet entre plusieurs élèves. Le travail est très intense, à la fin de l'enregistrement une élève dit d'ailleurs : *"c'est déjà l'heure ?"*.

* Perturbations dues à l'enregistrement.

On entend la réflexion *"on est enregistré"* à un moment où un élève fait beaucoup de commentaires esthétiques et autres sur son dessin.

Il y a aussi des interventions à voix basse qui sont probablement dues en partie à la présence du magnétophone, comme dans l'enregistrement B3.

Le travail du groupe en semble peu gêné.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

Les deux élèves C et Ce sont les plus actifs. Il y a à plusieurs moments deux sous-groupes : C et Ce, et S et Sy. Ceci ne peut pas arriver dans un groupe de trois.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

C propose d'appeler le professeur à un moment où la recherche est encore un peu confuse, mais ce n'est repris par personne et il n'y a pas d'appel. Il y a un seul appel dans cette séance. Avant cet appel, deux élèves, qui ont trouvé ensemble, expliquent aux deux autres leurs résultats, la situation n'est pas du tout la même qu'au moment de la première proposition d'appel. Les élèves ont bien respecté le contrat.

Quand le professeur arrive, les élèves exposent très bien à quel endroit ils en sont. Le professeur évalue leur résultat, leur fait trouver pourquoi il y a deux arcs de cercle, et leur dit de chercher une démonstration.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 361.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

Sy	C	Ce	S
40(11%)	113(31%)	145(40%)	63(18%)

Les quatre élèves interviennent très différemment : Sy fait une intervention sur dix, Ce en fait quatre sur dix, les élèves C et S interviennent de façon intermédiaire.

D'autre part, sur ces 361 interventions, il y a 8% d'interventions méthodologiques, 3% d'interventions de contrôle et 18% de questions. Il y a peu d'interventions méthodologiques.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 29, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1	méth 2	méth 3
imprécises et sans rapport direct	précises et sans rapport direct	précises et avec un rapport direct
5(17%)	3(10%)	21(72%)

Les trois quarts de ces interventions méthodologiques sont précises et en rapport direct avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

Sy	C	Ce	S
1(3%)	8(28%)	20(69%)	0

Ces interventions se trouvent dans les discours de seulement deux des quatre élèves, deux tiers dans le discours de Ce et un tiers dans le discours de C.

Les questions sont au nombre de 66, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

Sy	C	Ce	S
5(8%)	15(23%)	34(51%)	12(18%)

Ce pose la moitié des questions, C et S en posent chacun un cinquième et Sy presque pas.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

Sy	C	Ce	S
13%(5/40)	13%(15/113)	23%(34/145)	19%(12/63)

La répartition ici est moins inégale : le pourcentage relatif à Ce est encore le plus grand mais les trois autres en sont proches.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Les élèves commencent par faire des figures avec plusieurs points P pour deviner le lieu. Ils proposent une droite, puis un cercle, enfin Ce et

C constatent qu'il semble y avoir deux demi-cercles tangents en B, Ce considère le cas particulier où M est confondu avec B. Trois élèves, C, Ce et S, précisent ensuite que ce sont deux arcs de cercles, Sy ne participe pas à cette discussion. C et Ce placent les centres des cercles correspondant à ces arcs. Ce propose d'utiliser une rotation.

S et Sy vont chercher toutes les deux assez silencieusement et indépendamment des deux autres élèves pendant assez longtemps. C et Ce discutent ensemble, trouvent que les deux arcs de cercles peuvent s'obtenir par des symétries à partir des arcs AB, les axes des deux symétries étant perpendiculaires. Ce demande souvent pourquoi le lieu est fait ainsi en deux morceaux, puis les deux élèves s'intéressent aux points M tels que AM = MB. C, repris par Ce, propose d'utiliser une rotation ; Ce remarque qu'on ne peut pas obtenir l'ensemble des points P avec une seule isométrie et de plus pour chaque arc de cercle il y a deux isométries possibles. C et Ce observent alors le dessin de Sy pour voir si les propriétés observées restent vraies sur son dessin. C propose d'appeler le professeur mais personne ne reprend cette suggestion et le groupe n'appelle pas.

C et Ce constatent que le petit arc du lieu correspond au petit arc AB et qu'il en est de même pour les grands. Ils hésitent toujours entre l'utilisation des symétries et des rotations, mais C observe un point P qui ne peut pas être l'image du point M correspondant par une symétrie. Ce remarque que les arcs se correspondent globalement par les symétries, puis il est d'accord avec C pour reconnaître que ce n'est pas vrai pour les points. C et Ce décident d'expliquer cela à S et Sy, puis d'appeler le professeur. En attendant le professeur, la discussion entre les élèves montre encore des imprécisions dans leurs propositions et des confusions dans les rotations, symétries et composées de symétries susceptibles d'être utilisées.

Figure - Conjecture	Points particuliers	Centres et rayons des cercles	Rotations	Symétries M3 (1)
C, Ce, S, Sy dessinent C : c'est un cercle Ce : il suffit d'en faire plusieurs Ce : c'est pas un cercle Ce : c'est une droite S : c'est un cercle Ce : c'est pas un cercle C : c'est pas une droite Ce : ça fait plusieurs cercles S : oui, c'est deux cercles Ce : deux demi-cercles C : tangents en B				
	Ce : je vais faire quand $M = B$			
Ce : les 2 cercles sont tangents en B ? C : oui , S : pas tellement				
		Ce : le centre est en rapport avec quoi ?		
C : il y a un petit arc C, Ce : discussion - Ce (repris par C) les deux portions forment un cercle				
		Ce (à C) : comment tu trouves son centre C : avec les médiatrices		
S : moi je n'ai pas de 2e cercle Ce lui explique S : "là je suis d'accord" S et Sy : discussion sur les points M et P		C et Ce : discussion sur les cercles Ce : ils ont le même rayon C : et c'est celui du cercle initial		
			Ce : il y a pas une histoire de rotation ?	
C, Ce, S, Sy : discussion à propos de la figure			Ce : c'est deux symétries C : les 2 axes sont perpendiculaires Ce : mais pourquoi ?	
S et Sy dessinent le lieu	Ce : si $AM = BM$, le triangle est isocèle C : ah oui			

M3 ②

C, Ce contrôlent leurs idées sur les dessins de S et Sy C, Ce: il y a un changement quand on passe d'un arc $\widehat{AB}$ à l'autre Ce: donc A, B jouent un rôle			Ce: c'est une symétrie ou une rotation. C: rotation de centre O Ce: de centre A Ce: pour les deux tu as deux isométries C: l'ensemble des points P tu peux pas l'avoir par une seule	
			C: c'est pas une symétrie, c'est une rotation, deux rotations	C: c'est une symétrie Ce: oui, forcément Ce: symétrie C: pour la figure oui, mais pas pour chaque point
		C et Ce expliquent à S et Sy qu'on peut faire une rotation, que la figure s'obtient aussi par symétrie et que les centres des cercles sont construits avec les médiatrices		
			C, Ce, S, Sy: discussion sur la composition de deux symétries	

Pr est appelé. Les élèves résument ce qu'ils ont trouvé. Pr essaie de leur faire dire que les 2 arcs correspondent à 2 angles différents. Pr part en demandant une démonstration

Les élèves commencent à écrire la démonstration en commençant par les centres des rotations (points invariants, MA = MB) et c'est la fin de la séance.

Le professeur arrive, C et Ce expliquent tout ce qu'ils ont trouvé, en donnant des arguments. Le professeur approuve et essaie de leur faire comprendre d'où vient la différence entre les deux arcs AB. Elle part en leur disant de démontrer leurs propositions. Ce propose d'écrire la démonstration mais le groupe est rapidement bloqué, les élèves ont tendance encore à faire des observations et ne savent pas exactement ce qu'il faut démontrer pour conclure, et c'est la fin de l'heure.

Comme prévu, l'expérimentation a été longue, et les élèves n'ont pas eu le temps en cinquante-cinq minutes d'aller jusqu'au bout de la démonstration. Le travail en petits groupes leur a permis de savoir à quel ensemble est égal le lieu cherché et quelles transformations utiliser pour construire une démonstration.

ANALYSE DE H4

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu : voir H1 (c'est l'exercice d'analyse).

* Hors-sujet.

On entend dans cet enregistrement des interventions hors-sujet à quatre moments très courts, qui ne concernent qu'un ou deux élèves et le travail n'est pas interrompu.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

T. parle quasiment toujours toute seule et ne participe pas vraiment au travail du groupe, elle se fait expliquer et suit les autres à contre-temps.

C'est surtout P qui dirige le groupe, secondée par JY, elle sait aborder ce genre d'exercice et prend l'initiative.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Il y a trois interventions du professeur. La première se fait à la suite d'un appel de P, qui se demande comment utiliser la droite d'équation y = x, JY l'a expliqué mais sans être très sûr de lui. Le professeur en profite pour voir où en sont les élèves et fait le point. On ne sait pas si la deuxième intervention se fait à la suite d'un appel. Le professeur fait encore une mise au point.

La troisième intervention se fait de nouveau à la suite d'un appel de P qui veut faire valider une démonstration.

A trois reprises le contrat n'est pas vraiment respecté : la première fois, il n'y a pas eu vraiment de recherche dans le groupe à propos de la question posée, la deuxième fois, on ne sait pas si c'est un appel, et la troisième fois, P appelle le professeur alors que JY vient juste d'exprimer un désaccord sur ce qu'il reste à faire, et les élèves n'en discutent pas.

Ce contrat n'est pas utilisé depuis très longtemps et il n'est pas encore appliqué au mieux.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 287.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
87(30%)	125(44%)	75(26%)

Les interventions se répartissent entre les trois élèves, l'élève qui parle le moins fait un quart des interventions.

D'autre part, sur ces 287 interventions, il y a 13% d'interventions méthodologiques, moins de 1% d'interventions de contrôle et 16% de questions. Il y a des interventions méthodologiques, mais elles ne sont pas très nombreuses.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 37, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
6(16%)	7(19%)	24(65%)

Un tiers de ces interventions sont sans rapport direct avec le problème, précises ou imprécises de façon égale ; les deux tiers sont précises et en rapport avec le problème.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
13(35%)	20(54%)	4(11%)

Cette répartition ressemble à la répartition des interventions en général, mais T fait très peu d'interventions méthodologiques.

Les questions sont au nombre de 47, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
15(32%)	19(40%)	13(28%)

Les élèves posent à peu près tous autant de questions.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

P	JY	T
17%(15/87)	15%(19/125)	17%(13/75)

La proportion des questions dans le discours de chaque élève est la même pour chaque membre du groupe.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

P propose d'étudier la différence de deux termes consécutifs et JY propose de regarder les premiers termes. Les trois élèves calculent les premiers termes et P étudie la différence qu'elle a proposée, cette différence semble leur montrer que la suite est monotone alors que les premiers termes montrent le contraire. P décide alors de tracer la courbe de la fonction définie par $f(x) = (1 - x)^2$ ce que font les trois élèves. Mais P appelle le professeur pour savoir comment utiliser la droite d'équation $y = x$, ce que lui a déjà expliqué JY.

Calcul de $u_{n+1}-u_n$	Calcul de u_0, u_1, u_2...	Variations de la suite	Courbe de f : $u_{n+1}=f(u_n)$	Comparaison u_n et u_{n+2}	Convergence	Suites (u_{2n}) et (u_{2n+1})
P propose le calcul de $u_{n+1}-u_n$ et le fait P: parce que $\Delta<0$	JY propose le calcul de u_0, u_1, u_2... P,T,JY calculent P,JY retournent aux calculs T retourne aux calculs	T elle est ↘ P elle est ↘ JY elle est alternée P,JY elle est ↘ T: elle est ↘, JY: elle est ↗ T: elle est ni ↗ ni ↘ JY: elle est ni ↗ ni ↘	P propose de tracer la courbe P,JY,T étudient f. P,JY dessinent			
Pr est appelé. Questions sur le graphique, sur $u_{n+1}-u_n$, proposition de la conjecture : elle est ni ↗ ni ↘. Pr répond aux questions et dit qu'il faut démontrer le résultat proposé						
		T: "est-ce qu'on peut étudier les variations de (u_n) ?" P: non, on peut pas JY,T: elle est ni ↘ ni ↗ JY(P,T): elle est ni ↘ ni ↗.	P,JY,T regarde le dessin pour résoudre le conflit	JY: propose de comparer $f(u_{n+1})$ et $f(u_n)$ sachant que $u_{n+1} \le u_n$ JY explique à P et T JY avec P, puis avec T: démonstration et conclusion : elle est ni ↗ ni ↘	P: moi j'étudie la convergence P: elle converge pas JY,T étudient $f(l)=l$ JY: $l=(1-\sqrt{5})/2$ P,JY,T: conflit P,JY,T: discussion : les u_{2n} sont d'un côté, les u_{2n+1} sont de l'autre côté, la suite est ni ↗ ni ↘, et $f(l)=l$	P propose d'étudier (u_{2n}) et (u_{2n+1})
Passage du Pr: Pr fait rajouter l'hypothèse "s'il y a une limite l", alors $f(l)=l$". P propose de faire intervenir les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}). Pr acquiesce, fait préciser les conjectures sur le sens de variation et la limite de chaque suite. Pr part en disant : "il faut le montrer"						
					T étudie $f(l)=l$ JY corrige une erreur de calcul	P,JY étudient les variations de (u_{2p}) en composant 2 fois par f.
Pr est appelé pour contrôler les variations de (u_{2p}). Pr demande de démontrer ensuite la convergence.						

Le professeur explique le dessin et confirme la conjecture sur la non monotonie de la suite.

Après son départ JY propose de montrer que la suite n'est ni croissante ni décroissante en supposant un ordre pour deux termes consécutifs et en montrant que ce n'est plus le même ordre au rang suivant, il s'inspire d'un exercice déjà fait. Quant à P, elle étudie la convergence de la suite. JY explique sa méthode à T, puis tous les deux étudient la convergence. D'après le dessin, P a trouvé que la suite ne converge pas, elle compare son résultat à celui des deux autres qui trouvent une limite en résolvant l'équation $f(l) = l$. P propose alors d'étudier séparément les termes d'indice pair et les termes d'indice impair.

Il y a une intervention du professeur (mais on ne sait pas si elle a été appelée ou non, comme nous l'avons déjà souligné). Elle confirme les conjectures et l'idée d'étudier séparément les deux suites. P, avec JY, étudie une des deux sous-suites pendant que T reprend le calcul de la limite éventuelle. P appelle le professeur pour contrôler la validité de sa démonstration. Le professeur leur dit de continuer en étudiant la convergence de cette sous-suite et c'est la fin de la séance.

ANALYSE DE I4

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu : voir I2 (c'est l'exercice de construction).

* Hors-sujet.

Il n'y a aucun hors-sujet dans cet enregistrement.

* Fonctionnement du groupe, rôle des élèves.

Dans cette séance, les élèves de ce groupe cherchent individuellement à de nombreux moments, il y a beaucoup de temps de silence.

Mais ils n'avancent pas et on entend JY dire *"faut qu'on parle sinon on va rien trouver"*. A ce moment de l'année, la pratique du travail en groupe est donc clairement pour cet élève une aide dans la recherche et il en est très conscient. On peut penser que c'est aussi le cas pour d'autres élèves de la classe.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

Le groupe appelle le professeur deux fois, et dans les deux cas c'est parce que les élèves n'arrivent pas à avancer. Il y a eu un troisième passage à la fin de la séance, qui n'a pas été enregistré, pendant lequel le professeur a donné une construction.

Au cours de sa première intervention, le professeur amène les élèves à dire que c'est un problème d'alignement. Le groupe n'avance pas et au cours de sa deuxième intervention, le professeur essaie de montrer aux élèves comment utiliser ce qu'ils ont dit (et qu'elle a entendu de loin) pour trouver un outil adéquat au problème ; à son départ le groupe sait qu'il peut travailler avec une homothétie et l'alignement du centre, d'un point et de son image.

Ces deux interventions comportent essentiellement un discours méthodologique. Le groupe a respecté le contrat en appelant quand il était bloqué. Mais on constate qu'à la fin de la séance les élèves n'ont rien trouvé.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 123.

Le grand nombre de silences et les dernières minutes de la séance qui n'ont pu être enregistrées expliquent ce faible total.

Voici la répartition des interventions par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
54(44%)	42(34%)	27(22%)

P prend la parole deux fois plus que T, JY intervient de façon intermédiaire, il fait le tiers des interventions.

D'autre part, sur ces 123 interventions, il y a 25% d'interventions méthodologiques, 0% d'intervention de contrôle et 20% de questions.

Le quart des interventions sont méthodologiques et il n'y a aucune intervention de contrôle.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 31, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
8(26%)	12(39%)	11(35%)

Ces interventions se répartissent également entre les trois types.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
18(58%)	7(23%)	6(19%)

On retrouve une répartition analogue à la répartition de toutes les interventions, l'écart entre P et les deux autres élèves étant accru.

Les questions sont au nombre de 25, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
16(64%)	9(36%)	0

T ne pose aucune question, P en pose deux fois plus que JY.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

P	JY	T
30%(16/54)	21%(9/42)	0%

Les discours de P et JY contiennent proportionnellemnt presque autant de questions l'un que l'autre, celui de T n'en contient pas du tout.

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Nous n'avons pas fait de tableau car le groupe n'avance pas du tout. C'est le seul groupe de la classe qui ne trouve aucune construction.

Après une période de recherche très vague, le groupe a appelé le professeur, mais le fait d'avoir trouvé avec elle que c'est un problème d'alignement ne les aide pas à guider leur recherche. Ils évoquent les projections, les distances, les angles, les parallèles, les perpendiculaires sans essayer d'adapter ces outils au problème. Le professeur, à son deuxième passage, les amène à penser à une propriété précise mais le groupe n'arrivera pas à s'en servir.

REMARQUES.

Les élèves se sont investis dans cette recherche (il n'y a aucun hors-sujet et à la fin on entend *"c'est dingue de sécher comme ça"* et aussi *"je suis soûlé"*), le groupe a bien fonctionné (et même les élèves sont conscients que parler peut les aider), le contrat aussi a bien fonctionné et cependant les élèves n'ont rien trouvé.

De toutes les bandes étudiées, c'est celle où il y a le moins d'interventions méthodologiques du type 3, c'est-à-dire précises et en rapport avec le problème. Il y en a du type 2, c'est-à-dire précises mais sans rapport avec le problème. **L'échec est peut-être causé ici par l'existence d'un seuil de connaissances qui doit être atteint, et par le fait que le groupe serait resté en-deçà de ce seuil. Il faut aussi de la part des élèves suffisamment d'interventions méthodologiques précises, en rapport avec le problème, pour qu'une démonstration puisse démarrer.** On peut remarquer aussi que seul le point M, le point donné au départ dans l'énoncé, a reçu un nom et les élèves parlent de la figure de façon très vague, ce qui renforce l'imprécision de cette séance.

Si les élèves sont conscients ici de l'utilité du groupe, on peut se demander s'il en est de même de l'enseignement de méthodes. En effet on entend *"on n'a pas eu le déclic"*, cette réflexion nous indique une représentation des activités mathématiques qui n'est pas favorable à l'utilisation de l'enseignement de méthodes.

ANALYSE DE S4

* L'énoncé de la tâche, la situation par rapport au cours, ce qui est attendu : voir S1.

* Hors-sujet.

Il n'y a aucun hors-sujet dans cet enregistrement.

* Fonctionnement du groupe.

Les trois élèves participent au travail du groupe, le groupe existe vraiment pour eux ; en effet quand P fait une proposition elle demande aussitôt *"tout le monde est d'accord avec ça ?"* ou encore souvent un des trois élèves ne suit pas du tout ce que font les deux autres et qui se fait réexpliquer, ou encore on entend JY dire *"on a trouvé"* pour dire qu'il a une idée.

C'est P et JY qui font les propositions de méthodes et T suit leur choix. JY n'est pas assez convaincu quand il propose les nombres complexes et l'objection de P lui fait malheureusement abandonner cette méthode pour choisir les rotations proposées par P.

* Fonctionnement du contrat : élèves, professeur, rôle du professeur.

P propose d'appeler le professeur au début après un petit moment de recherche mais JY ne veut pas, il dit *"il faut trouver"*. Ayant un peu avancé, le groupe appelle le professeur qui approuve le choix des rotations. Une autre intervention du professeur a lieu, on ne sait pas si elle a été appelée ou non, peut-être un des élèves a fait un geste mais ce n'est pas une décision du groupe. Cette intervention sert à préciser ce qu'il reste à faire.

Ensuite la recherche n'est pas efficace, les élèves ne se rendent pas compte qu'ils tournent en rond ou du moins ne le reconnaissent pas explicitement ; ils auraient pu appeler le professeur, il y a là une rupture du contrat.

Les deux interventions du professeur n'ont pas été très efficaces (ce qui explique peut-être la rupture ci-dessus). Elle a laissé le groupe s'engager sur une méthode difficile, or une autre méthode avait été proposée dans le groupe. **Dans ce contrat les élèves choisissent le moment et la nature des interventions de l'enseignant, mais il faut aussi que l'enseignant exploite au maximum ses interventions tout en respectant la démarche du groupe.** Ceci était possible ici en demandant quelles autres méthodes avaient été proposées par le groupe et en conseillant aux élèves de s'engager plutôt sur l'utilisation des nombres complexes.

* Description quantitative des diverses interventions.

Le total des interventions est de 274.

Voici la répartition des interventions par élève (pourcentage calculé sur le total des interventions) :

P	JY	T
102(37%)	104(38%)	69(25%)

P et JY interviennent autant l'un que l'autre, T intervient moins.

D'autre part, sur ces 274 interventions, il y a 9% d'interventions méthodologiques, 2% d'interventions de contrôle et 20% de questions. Il y a une intervention méthodologique sur dix interventions, ce qui n'est pas très important.

Les interventions méthodologiques sont au nombre de 26, en voici la répartition par type d'intervention :

méth 1 imprécises et sans rapport direct	méth 2 précises et sans rapport direct	méth 3 précises et avec un rapport direct
2(8%)	6(23%)	18(69%)

Il y a surtout des interventions méthodologiques précises et en rapport direct avec le problème, on ne trouve quasiment pas d'interventions imprécises.

Voici la répartition des interventions méthodologiques par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
10(38%)	14(54%)	2(8%)

Ces interventions sont faites par P et JY.

Les questions sont au nombre de 56, en voici la répartition par élève, en effectifs et en pourcentages :

P	JY	T
30(54%)	16(28%)	10(18%)

C'est qui pose le plus de questions, la moitié,, et c'est T qui en pose le moins.

Enfin voici, pour chaque élève, le pourcentage de ses questions par rapport au total de ses interventions :

P	JY	T
29%(30/102)	15%(16/104)	14%(10/69)

On remarque ici que JY et T ont des discours qui contiennent proportionnellement autant de questions, et celui de P davantage, deux fois plus.

S4

Figure	Rotations - Similitudes	Nombres complexes - analytique	Autre
P, JY, T construisent la figure	P propose d'utiliser une rotation T, JY acquiescent T, JY, P reviennent à l'idée d'utiliser une rotation	JY propose d'utiliser les nombres complexes P critique	
Pr est appelé. Le groupe demande si l'utilisation d'une rotation est une bonne méthode. Pr répond positivement. JY conclut : il suffit de trouver la rotation			
T, JY, P regardent les points et leurs images			
Passage de Pr qui fait dire que le point P a pour image R			
T, JY, P : discussion pour trouver les images	JY propose d'utiliser la composée de 2 rotations P, JY, T : discussion sur la composition	P : "on aurait dû faire par l'analytique" JY : "ou par les nombres complexes".	JY propose d'utiliser la cocyclicité

* Description de l'élaboration de la démonstration.

Il y a d'abord un très long silence au début. Les élèves discutent ensuite de leurs figures. Après un nouveau long silence, P propose d'utiliser une rotation d'angle de mesure Π/2 puisqu'il s'agit de montrer que deux vecteurs sont orthogonaux et de même norme. Cette idée est acceptée par T qui en discute avec P. JY propose ensuite d'utiliser les nombres complexes en se référant à un exercice déjà fait, mais P objecte que l'utilisation d'un repère va être compliquée et les trois élèves cherchent ensemble une solution avec une rotation ou une similitude.

Le groupe appelle le professeur pour proposer une rotation. Le professeur approuve cette démarche ; après son départ a lieu une discussion confuse sur les points, leurs images, le centre de la rotation. L'intervention du professeur permet alors de préciser ce qu'il reste à prouver. La recherche continue mais tourne en rond, JY propose d'utiliser les angles droits et la cocyclicité, puis la composition des rotations, les trois élèves cherchent vainement. A la fin de la séance, P suggère qu'ils auraient dû essayer une autre stratégie, l'utilisation de la géométrie analytique et JY propose, comme au début, les nombres complexes. Mais dans les dernières minutes, ils continuent à utiliser une transformation.

Les élèves ont donc proposé ici deux méthodes, ils en choisissent une et n'arrivent pas à construire une démonstration. Le mauvais respect du contrat par les élèves et l'inefficacité des interventions du professeur expliquent en partie l'échec de cette séance..

RESUME

Dans cette thèse l'auteur présente un enseignement de la géométrie en terminale C qui inclut un enseignement de méthodes. Elle souligne l'importance du dispositif d'intégration de cet enseignement de méthodes dans l'ensemble de l'enseignement : les méthodes peuvent être utilisées une fois par semaine au moins par les élèves, au cours de travaux en petits groupes sur des énoncés de géométrie sans indication, certaines méthodes sont élaborées par les élèves eux-mêmes à partir d'un certain moment... L'auteur évalue les "progrès" de certains des groupes de travail, en montrant notamment que leurs interventions en matière de méthode sont de plus en plus précises et bien adaptées.

MOTS CLES

géométrie,
travail en petits groupes,
méthodes,
enseignement de méthodes.

Editeur : IREM
Université PARIS VII
Directeur responsable de la publication : M. ARTIGUE
2 Place Jussieu. Case 7018
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : Avril 1991
ISBN : 2-86612-159-7